

Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea „ Construcții, Geodezie și Cadastru ”
Catedra “ Construcții și Mecanica Structurilor ”

Proiect de curs

la disciplina “ Inginerie seismică ”

*Tema: “ Calculul unei structuri de rezistență
cu schelet la acțiunea încărcărilor seismice ”.*

A elaborat: st. gr. CIC-086 Para V.
A verificat: conf. univ. Vasilachi A.

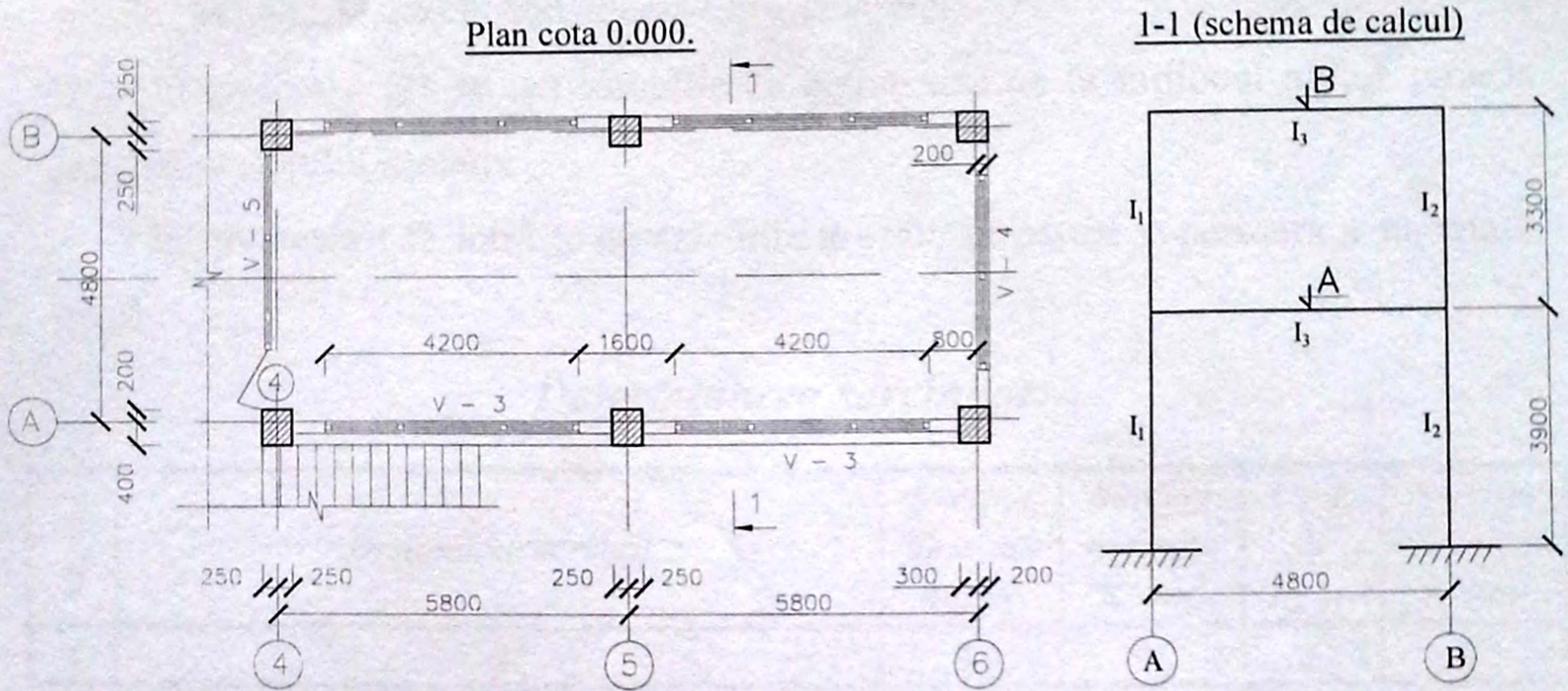
Sarcina de proiectare

Date inițiale:

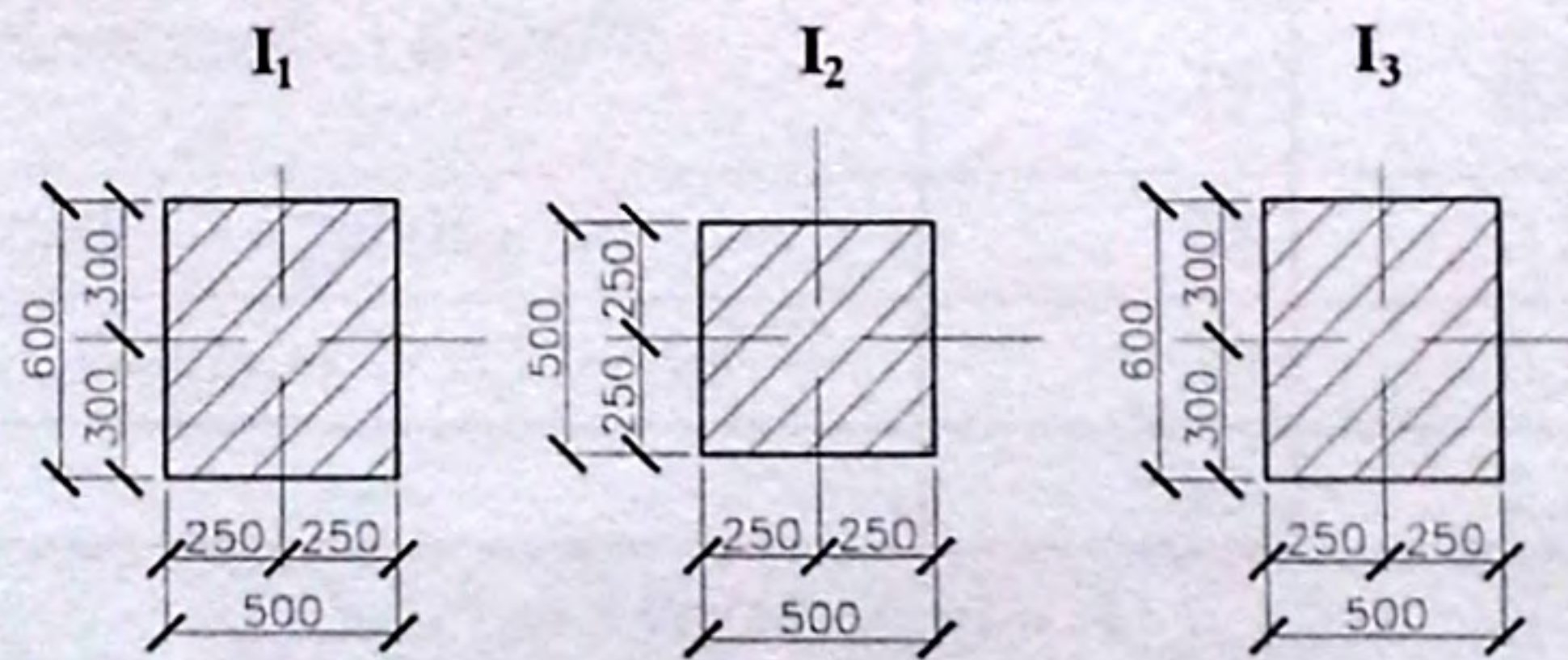
| | |
|--|----------------------|
| 1.1 Dimensiunile clădirii în plan | 11,6x4,8m |
| 1.2 Înălțimea nivelului | 3,9m și 3,3m |
| 1.3 Numarul de nivele | 2 |
| 1.4 Materiale pentru structura de rezistență - Beton cl. C15 | |
| 1.6 Sarcina utilă pe planșeu | 200kg/m ² |
| 1.7 Grosimea planșeului | 14cm. |
| 1.8 Categoria solului | II |
| 1.9 Intensitatea seismică | VIII |
| 1.10 Direcția acțiunii seismice | transversală. |

| Mod | Coala | Nr. document | Semnăt. | Data | Proiect de curs | | | |
|-----------|-------|--------------|---------|------|--|---------------------|-------|------|
| Elaborat | | Para V. | | | Calculul unei structuri de rezistență cu schelet la acțiunea încărcărilor seismice | Litera | Coala | Coli |
| Verificat | | Vasilachi | | | | PC | 1 | 18 |
| | | | | | | UTM FCGC gr.CIC-086 | | |
| Aprobat | | | | | | | | |

1. Calculul caracteristicilor geometrice a elementelor structurii de rezistență.



Sectiunile stîlpilor și ale grinzilor cadreului transversal:



Caracteristicile geometrice ale stîlpului de pe axa A:

$$bxh = 0,5 \times 0,6 \text{ m}$$

$$A_1 = bh = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \text{ m}^2$$

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,5 \cdot 0,6^3}{12} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

Caracteristicile geometrice ale stîlpului de pe axa B:

$$bxh = 0,5 \times 0,5 \text{ m}$$

$$A_2 = bh = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ m}^2$$

$$I_2 = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,5 \cdot 0,5^3}{12} = 5,208 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

Caracteristicile geometrice ale riglei de la primul di al 2-lea nivel:

$$bxh = 0,5 \times 0,6 \text{ m}$$

$$A_3 = bh = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \text{ m}^2$$

$$I_3 = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,5 \cdot 0,6^3}{12} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

2. Determinarea valorilor solicitărilor verticale

În conformitate cu regulile determinării sarcinile verticale, găsim masele pe nivele (M1, M2,) luând în considerație următoarele:

- în greutatea Q1 se iau sarcinile ce acționează de la mijlocul niv. 1 pînă la jumătatea etajului următor

- în greutatea M2 intră toate sarcinile așezate în partea superioară a jumătății niv.2

Determinarea sarcinilor.

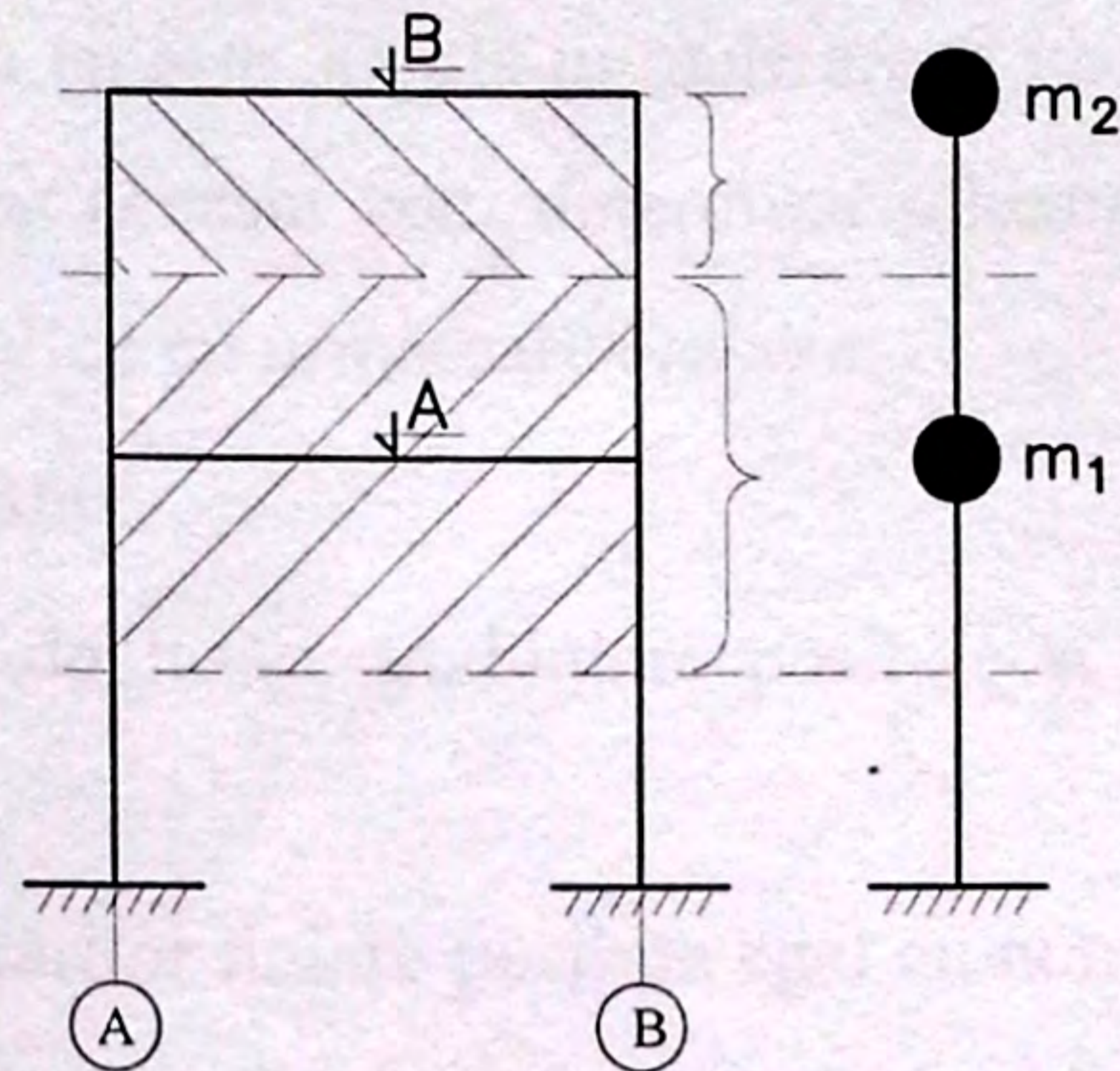
| Nr. ord. | Denumirea sarcinii | Sarcina normată Kgf/m ² | Sarcina normată KN/m ² | Coef. de sigur. | Sarcina de calcul KN/m ² |
|-------------------------------------|---|---------------------------------------|--------------------------------------|-----------------|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Sarcină acoperiș: nod B: | | | | | |
| 1 | Masa proprie a plăcii $\delta=140\text{mm}$; $\rho=2500\text{kg/m}^3$ | 350 | 3,50 | 1,1 | 3,85 |
| 2 | Termoizolant placi cimentoplast $\delta=260\text{mm}$; $\rho=180\text{kg/m}^3$ | 39 | 0,39 | 1,3 | 0,51 |
| 3 | Șapă de mortar $\delta=40\text{mm}$; $\rho=2200\text{kg/m}^3$ | 88 | 0,88 | 1,2 | 1,06 |
| 4 | 3 straturi de ruberoid $\delta=40\text{mm}$; $g=50\text{kg/m}^2$ | 50 | 0,50 | 1,3 | 0,65 |
| Sarcina totală g₂ | | 527 | 5,27 | | 6,06 |
| Sarcină pardosea: nod A | | | | | |
| 1 | Masa proprie a plăcii $\delta=140\text{mm}$; $\rho=2500\text{kg/m}^3$ | 350 | 3,50 | 1,1 | 3,85 |
| 1 | Termoizolant placi cimentoplast $\delta=30\text{mm}$; $\rho=300\text{kg/m}^3$ | 9 | 0,09 | 1,3 | 0,12 |
| 2 | Șapă de mortar armată $\delta=40\text{mm}$; $\rho=2200\text{kg/m}^3$ | 88 | 0,88 | 1,2 | 1,06 |
| 3 | Parchet laminat $g=8\text{kg/m}^2$ | 8 | 0,08 | 1,3 | 0,10 |
| Sarcina totală g₁ | | 455 | 4,55 | | 5,13 |
| Alte sarcini | | | | | |
| | vitriarii $g=80\text{kg/m}^2$ | 80 | 0,80 | 1,3 | 1,04 |
| | Pereți de închidere din BCA $\delta=200\text{mm}$; $\rho=700\text{kg/m}^3$ | 140 | 1,40 | 1,2 | 1,68 |
| | Încărcarea temporară de lungă durată | 70 | 0,70 | 1,4 | 0,98 |
| | Încărcarea temporară de scurtă durată | 200 | 2,00 | 1,4 | 2,80 |
| | Încărcare de la zapadă | 50 | 0,50 | 1,4 | 0,70 |

La determinarea greutateilor nivelelor a clădirii sarcinile de calcul se înmulțesc la coeficienții:

Sarcina permanentă – $\psi=0.9$

Sarcina temporară – $\psi_1=0.8$

Sarcina de scurtă durată – $\psi_2=0.5$



$$m_i = \psi \cdot P_i + \psi_1 \cdot T_{LD,i} + \psi_2 \cdot T_{SD,i};$$

1. Masa la nivelul primului planșeu:

$$\begin{aligned} P_1 &= (0,5h_1 + 0,5h_2)[A_1 + A_2]\rho g\gamma_f + A_3B\rho g\gamma_f + 2A_3L\rho g\gamma_f + g_1BL = \\ &= (0,5 \cdot 3,9 + 0,5 \cdot 3,3)[0,3 + 0,25] \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 + 0,3 \cdot 4,8 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 + \\ &+ 2 \cdot 0,3 \cdot 5,8 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 + 5,13 \cdot 4,8 \cdot 5,8 = 178,1KN \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{LD,1} &= 2 \left[(0,5h_1 + 0,5h_2 - h_g) \left[(L_p - b_{s1})g_p + (L - L_p)g_v \right] \right] + q_{u,LD}BL = \\ &= 2 \left[(0,5 \cdot 3,9 + 0,5 \cdot 3,3 - 0,6) \left[(1,6 - 0,5) \cdot 1,68 + (5,8 - 1,6) \cdot 1,04 \right] \right] + \\ &+ 0,98 \cdot 4,8 \cdot 5,8 = 64,58KN \end{aligned}$$

$$T_{SD,1} = q_{u,SD}BL = 2,8 \cdot 4,8 \cdot 5,8 = 77,95KN$$

$$m_1 = 0,9 \cdot 178,1 + 0,8 \cdot 64,58 + 0,5 \cdot 77,95 = 250,93KN$$

2. Masa la nivelul planșeului al doilea:

$$\begin{aligned} P_2 &= (0,5h_2 + 0,8)[A_1 + A_2]\rho g\gamma_f + A_3B\rho g\gamma_f + 2A_3L\rho g\gamma_f + g_2BL = \\ &= (0,5 \cdot 3,3 + 0,8)[0,3 + 0,25] \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 + 0,3 \cdot 4,8 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 + \\ &+ 2 \cdot 0,3 \cdot 5,8 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 + 6,06 \cdot 4,8 \cdot 5,8 = 186,98KN \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{LD,2} &= 2 \left[(0,5h_2 - h_g) \left[(L_p - b_{s1})g_p + (L - L_p)g_v \right] \right] + 2 \cdot 0,8Lg_p = \\ &= 2 \left[(0,5 \cdot 3,3 - 0,6) \left[(1,6 - 0,5) \cdot 1,68 + (5,8 - 1,6) \cdot 1,04 \right] + 2 \cdot 0,8 \cdot 5,8 \cdot 1,68 \right] = \\ &= 44,23KN \end{aligned}$$

$$T_{SD,2} = q_{u,SD}BL = 0,7 \cdot 4,8 \cdot 5,8 = 19,49KN$$

$$m_2 = 0,9 \cdot 186,98 + 0,8 \cdot 44,23 + 0,5 \cdot 19,49 = 213,41KN$$

3. Determinarea deplasărilor de la forțele unitare pe nivel.

Pentru realizarea calculului cadrului static nedeterminat vom alege metoda deplasărilor din motiv ca ea este simplă în realizare și ușor manipulată ce orice tip structură în cadre. Pentru aceasta vom determina schema de bază și vom calcula gradul nedeterminării statice cu următoarea relație:

$$GDL = Nu + NI; \text{ unde}$$

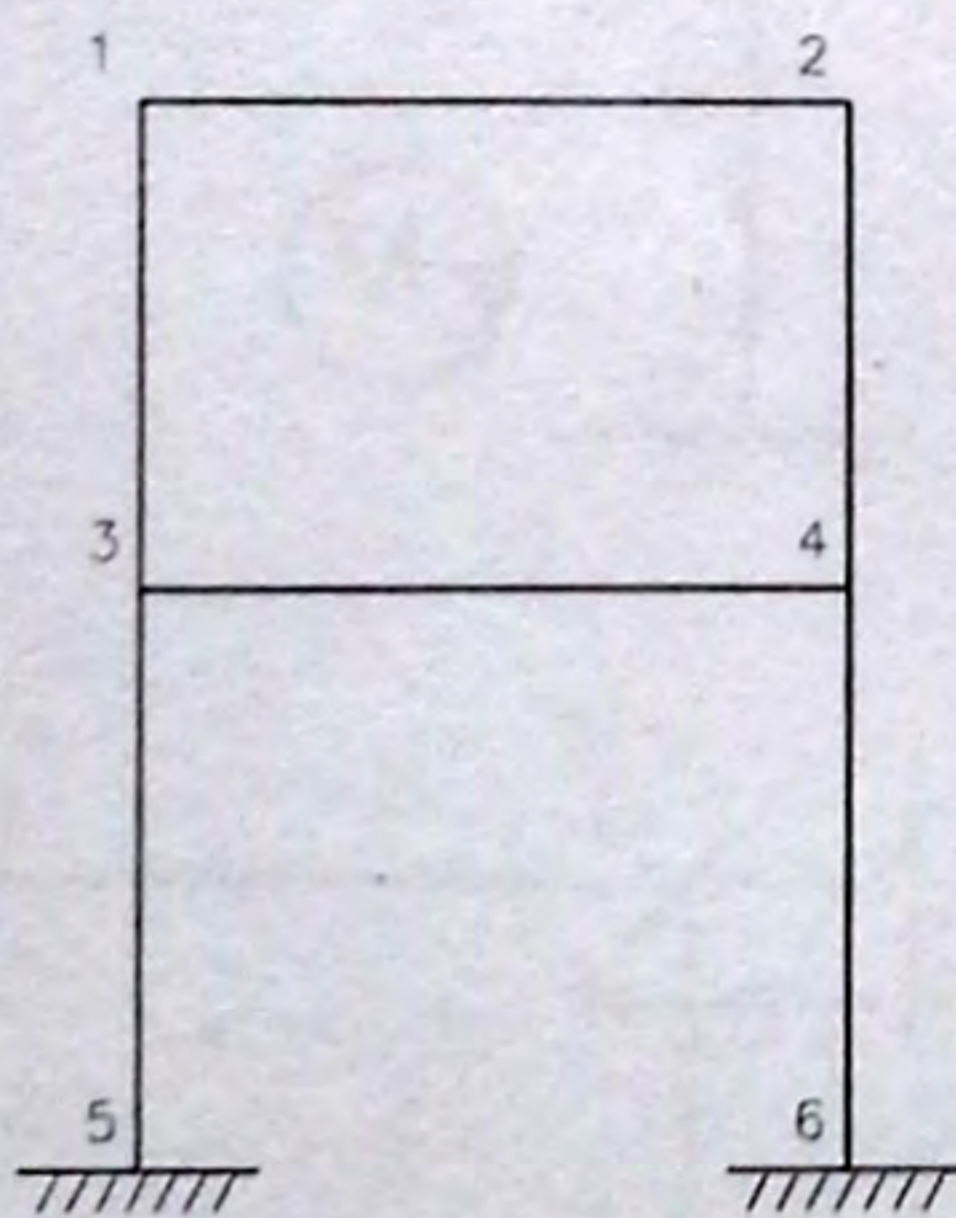
$Nu = 4$ - numărul de deplasări unghiulare posibile și este egal cu numărul de noduri rigide.

NI - numărul deplasărilor liniare posibile egal cu numărul gradelor de libertate pentru schema articulată echivalentă

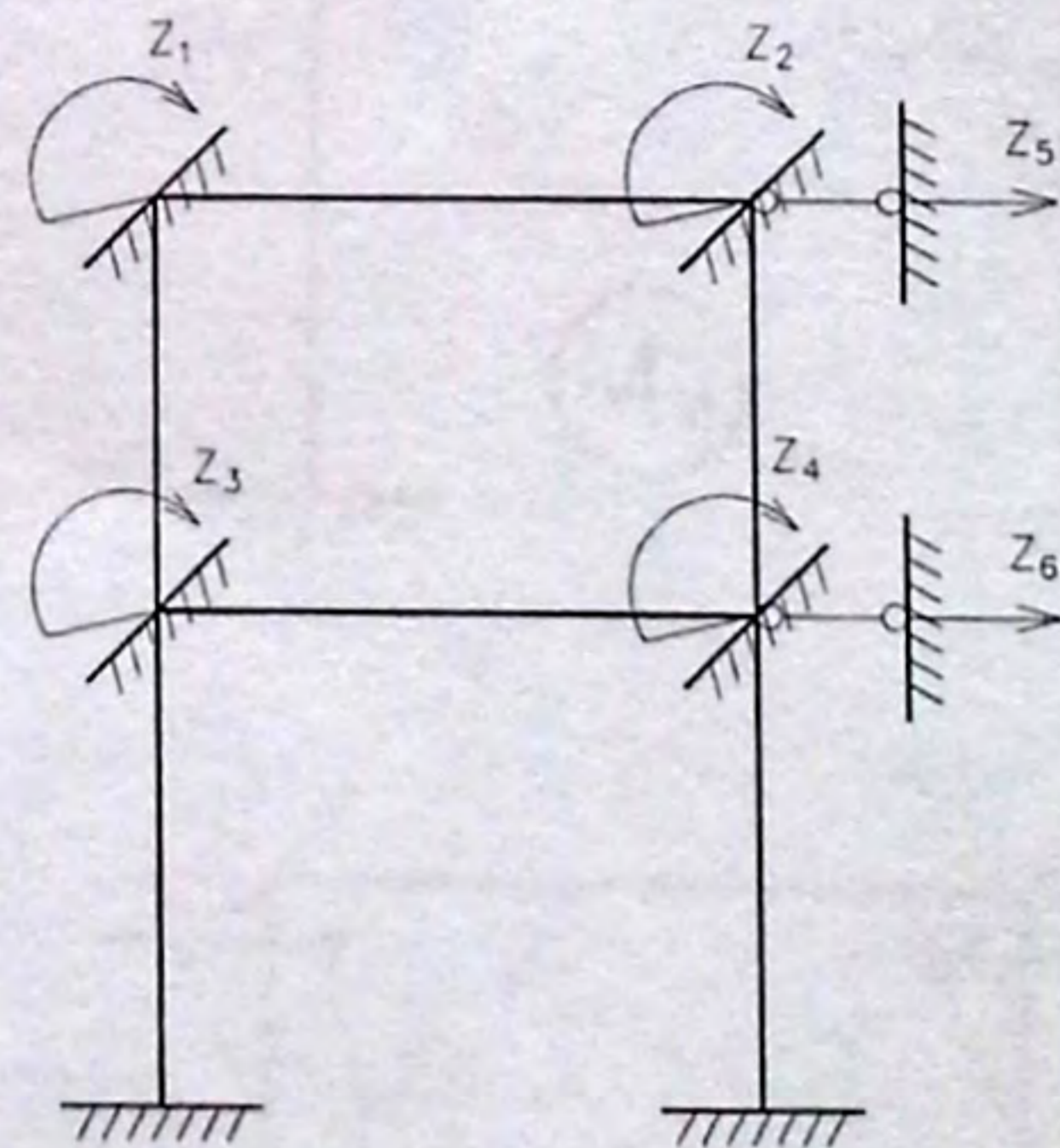
$$NI = 3Ne - 2Na - Nb = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 4 = 2$$

$$GDL = Nu + NI = 4 + 2 = 6$$

Schema de baza



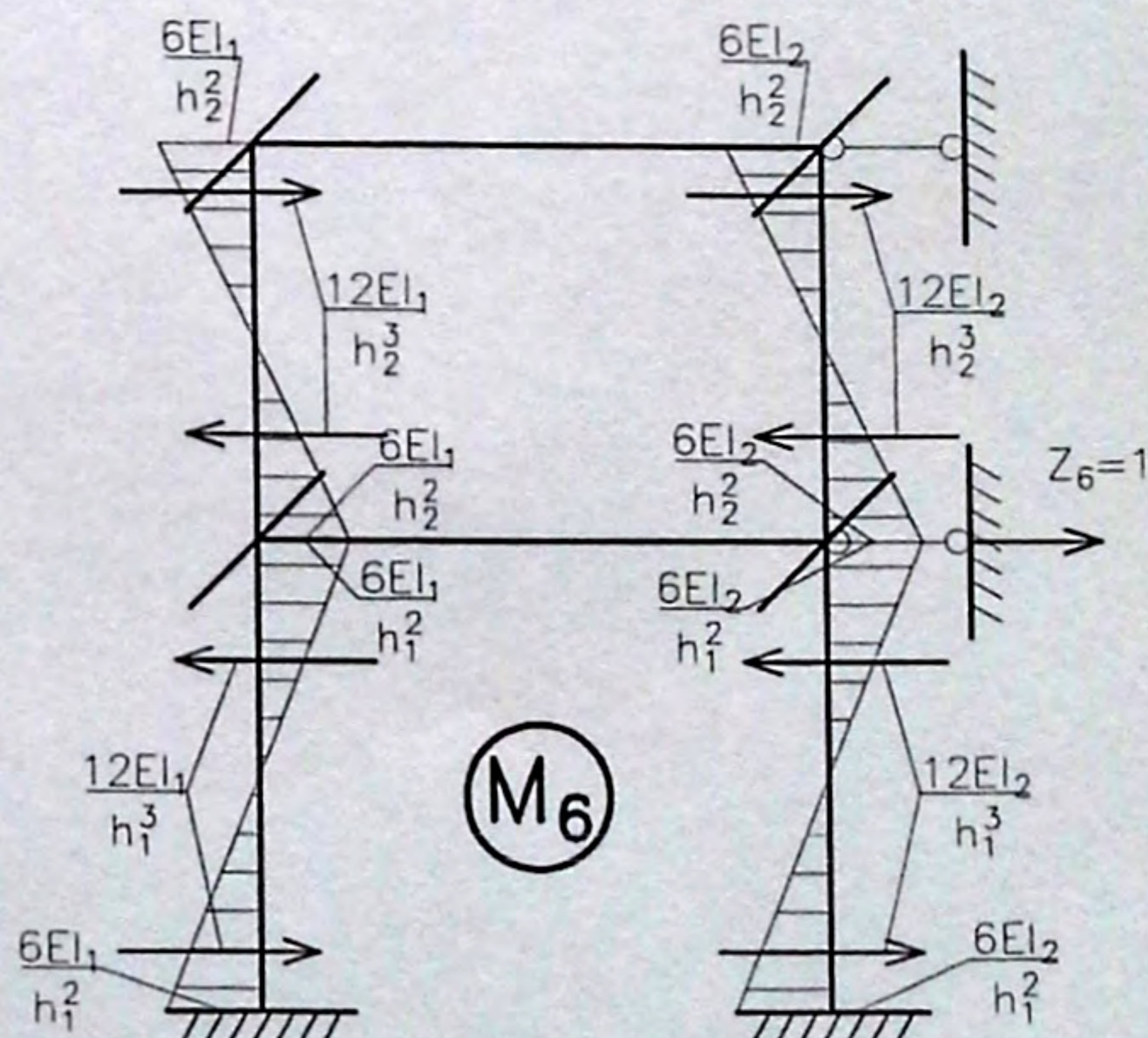
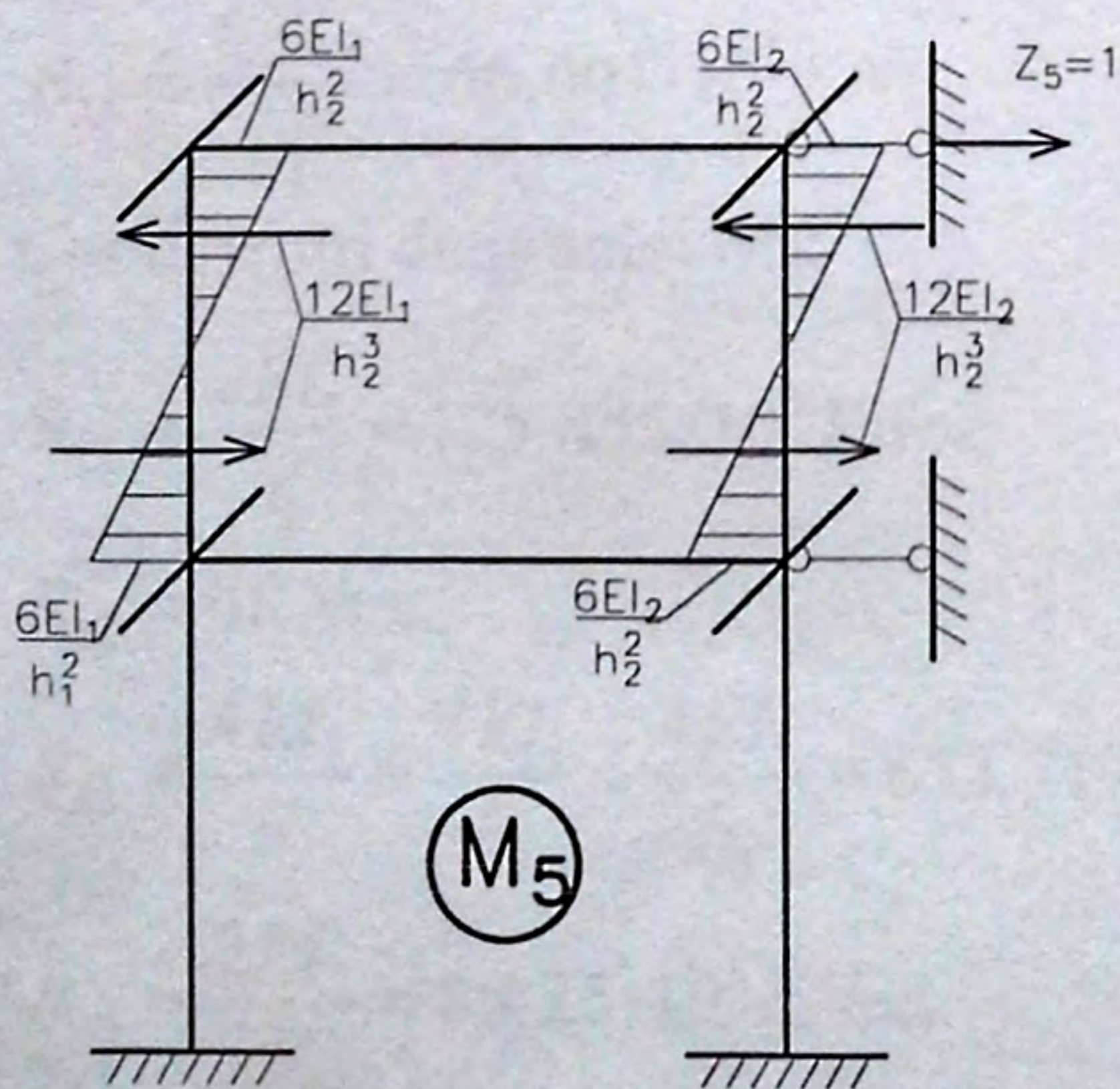
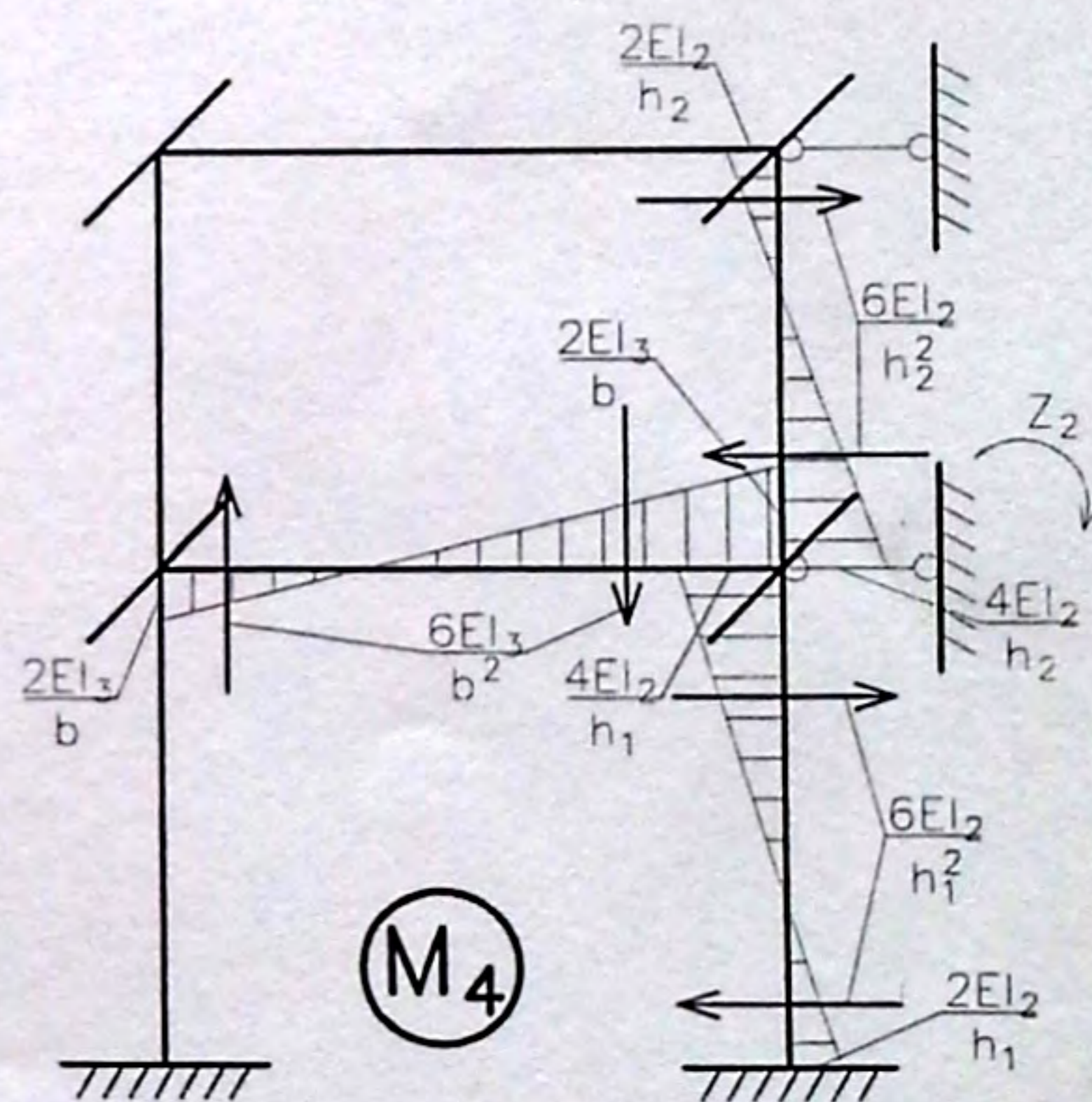
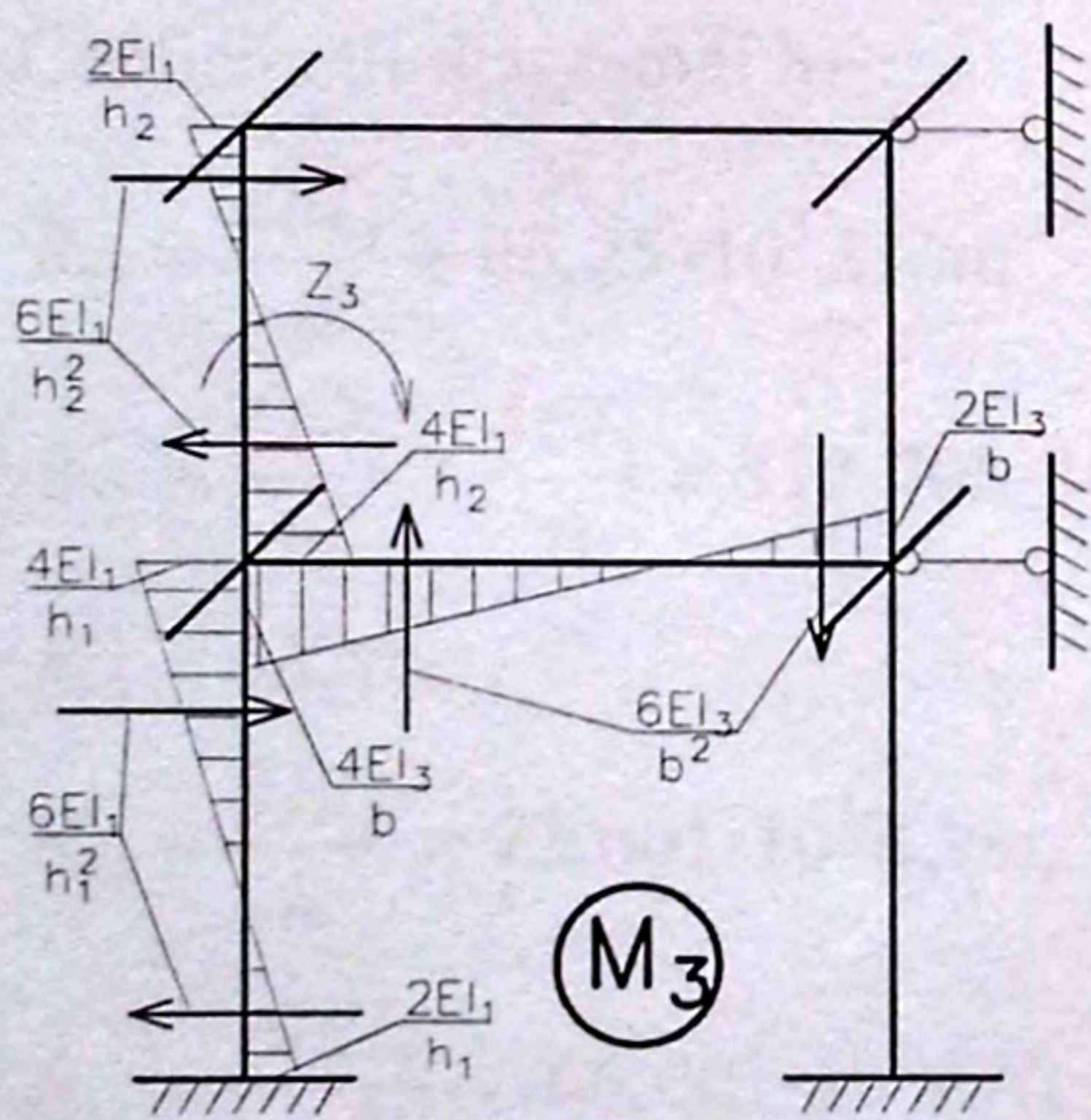
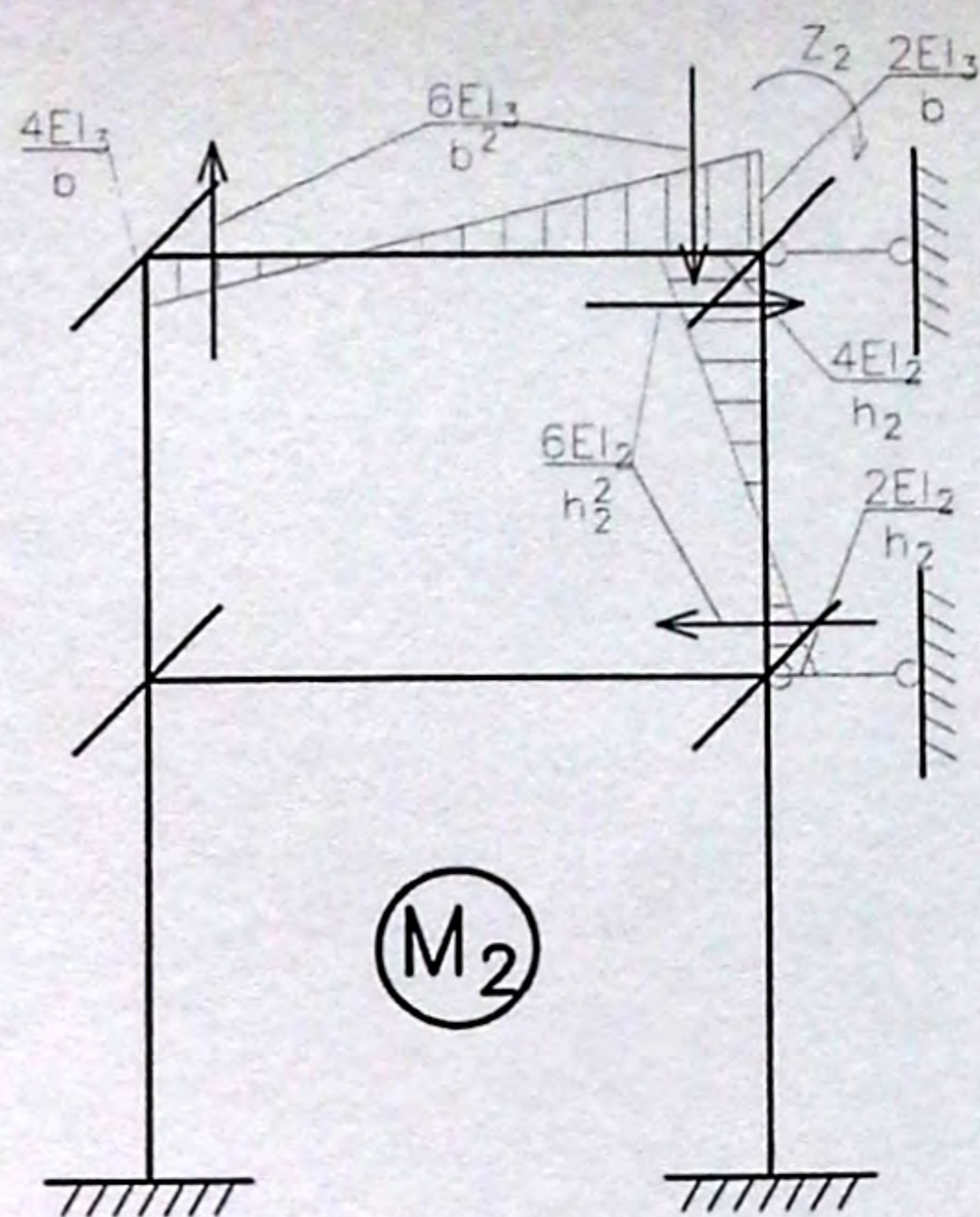
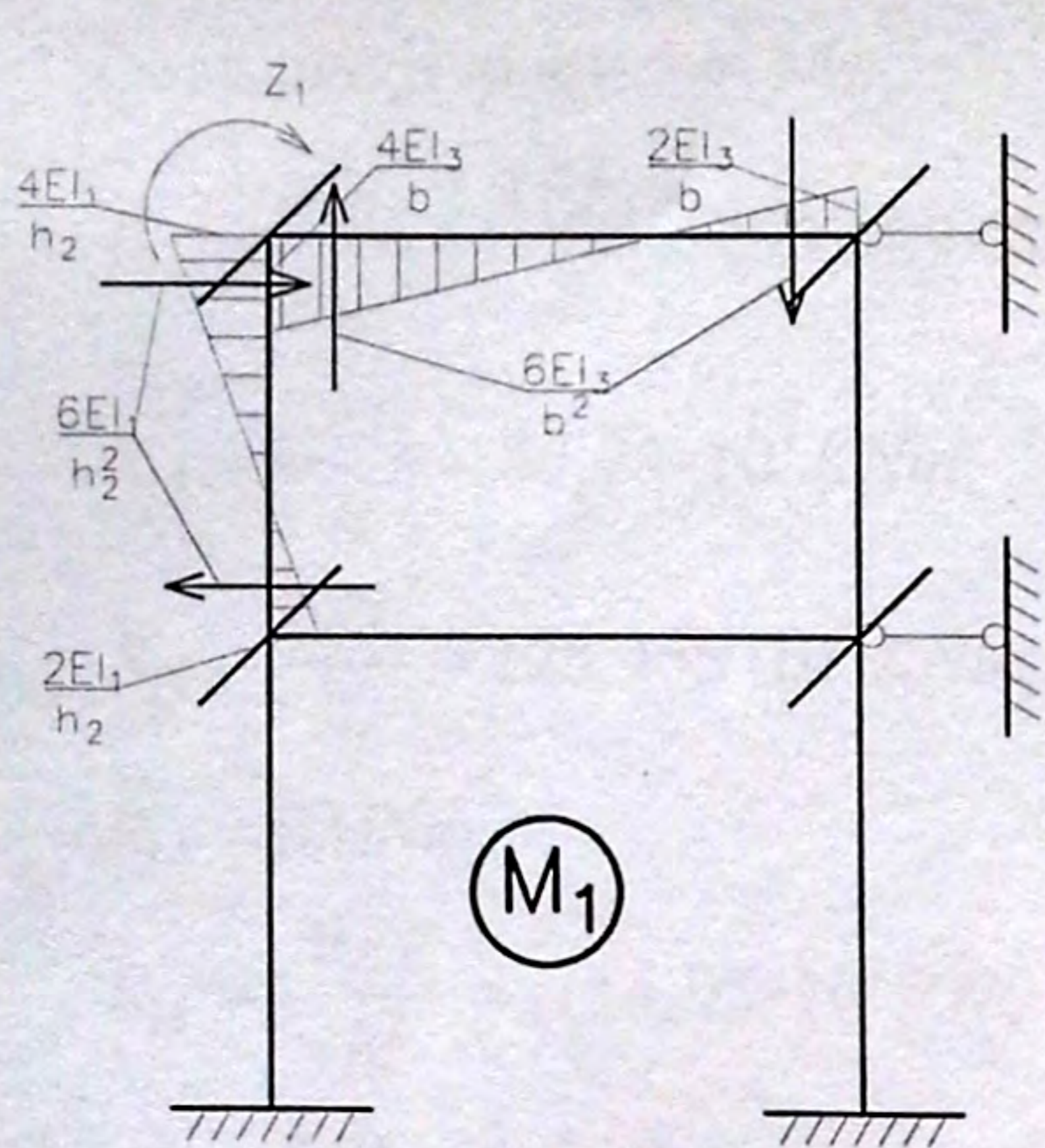
Schema de calcul



Ecuția canonică a metodei deplasărilor:

$$\begin{cases} R_{11}z_1 + R_{12}z_2 + R_{13}z_3 + R_{14}z_4 + R_{15}z_5 + R_{16}z_6 + R_{F1} = 0 \\ R_{21}z_1 + R_{22}z_2 + R_{23}z_3 + R_{24}z_4 + R_{25}z_5 + R_{26}z_6 + R_{F2} = 0 \\ R_{31}z_1 + R_{32}z_2 + R_{33}z_3 + R_{34}z_4 + R_{35}z_5 + R_{36}z_6 + R_{F3} = 0 \\ R_{41}z_1 + R_{42}z_2 + R_{43}z_3 + R_{44}z_4 + R_{45}z_5 + R_{46}z_6 + R_{F4} = 0 \\ R_{51}z_1 + R_{52}z_2 + R_{53}z_3 + R_{54}z_4 + R_{55}z_5 + R_{56}z_6 + R_{F5} = 0 \\ R_{61}z_1 + R_{62}z_2 + R_{63}z_3 + R_{64}z_4 + R_{65}z_5 + R_{66}z_6 + R_{F6} = 0 \end{cases}$$

Diagramele ale eforturilor unitare:



Modulul de deformare pentru beton cl.C15 $E=23 \cdot 10^3 MPa=23 \cdot 10^6 KN/m^2$;

| Mod | Coala | Nr. document | Semnăt. | Data |
|-----|-------|--------------|---------|------|
| | | | | |

Determinarea coeficienților și a termenilor liberi:

Coeficienții diagramei M_1 :

$$R_{11} = \frac{4EI_1}{h_2} + \frac{4EI_3}{B} = 423,409 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{12} = \frac{2EI_3}{B} = 86,25 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{13} = \frac{2EI_1}{h_2} = 125,455 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{14} = 0 \text{ MNm};$$

$$R_{15} = -\frac{6EI_1}{h_2^2} = -114,05 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{16} = \frac{6EI_1}{h_2^2} = 114,05 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

Coeficienții diagramei M_2 :

$$R_{21} = \frac{2EI_3}{B} = 86,25 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{22} = \frac{4EI_2}{h_2} + \frac{4EI_3}{B} = 317,702 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{23} = 0 \text{ KNm};$$

$$R_{24} = \frac{2EI_2}{h_2} = 72,601 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{25} = -\frac{6EI_2}{h_2^2} = -66,001 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{26} = \frac{6EI_2}{h_2^2} = 66,001 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

Coeficienții diagramei M_3 :

$$R_{31} = \frac{2EI_1}{h_2} = 125,455 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{32} = 0 \text{ KNm};$$

$$R_{33} = \frac{4EI_1}{h_1} + \frac{4EI_1}{h_2} + \frac{4EI_3}{h_3} = 653,717 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{34} = \frac{2EI_3}{B} = 86,25 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{35} = -\frac{6EI_1}{h_2^2} = -114,05 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{36} = -\frac{6EI_1}{h_1^2} + \frac{6EI_1}{h_2^2} = 32,393 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

Coeficienții diagramei M_4 :

$$R_{41} = 0 \text{ KNm};$$

$$R_{42} = \frac{2EI_2}{h_2} = 72,601 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{43} = \frac{2EI_3}{B} = 86,25 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{44} = \frac{4EI_2}{h_1} + \frac{4EI_2}{h_2} + \frac{4EI_3}{h_3} = 440,565 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{45} = -\frac{6EI_2}{h_2^2} = -66,001 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{46} = -\frac{6EI_2}{h_1^2} + \frac{6EI_2}{h_2^2} = 18,746 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

Coeficienții diagramei M_5 :

$$R_{51} = -\frac{6EI_1}{h_2^2} = -114,05 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{52} = -\frac{6EI_2}{h_2^2} = -66,001 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{53} = -\frac{6EI_1}{h_2^2} = -114,05 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{54} = -\frac{6EI_2}{h_2^2} = -66,001 \cdot 10^3 \text{ KNm};$$

$$R_{55} = \frac{12EI_1}{h_2^3} + \frac{12EI_2}{h_2^3} = 109,122 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{56} = -\frac{12EI_1}{h_2^3} - \frac{12EI_2}{h_2^3} = -109,122 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

Coeficienții diagramei M_6 :

$$R_{61} = \frac{6EI_1}{h_2^2} = 114,05 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{62} = \frac{6EI_2}{h_2^2} = 66,001 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{63} = -\frac{6EI_1}{h_1^2} + \frac{6EI_1}{h_2^2} = 32,393 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{64} = -\frac{6EI_2}{h_1^2} + \frac{6EI_2}{h_2^2} = 18,746 \cdot 10^3 \text{ KN};$$

$$R_{65} = -\frac{12EI_1}{h_2^3} - \frac{12EI_2}{h_2^3} = -109,122 \cdot 10^3 \text{ KN / m};$$

$$R_{66} = \frac{12EI_1}{h_1^3} + \frac{12EI_1}{h_2^3} + \frac{12EI_2}{h_1^3} + \frac{12EI_2}{h_2^3} = 175,23 \cdot 10^3 \text{ KN / m};$$

Ecuția canonică a metodei deplasărilor o transpunem sub formă matricială și obținem:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} & R_{15} & R_{16} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & R_{24} & R_{25} & R_{26} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & R_{34} & R_{35} & R_{36} \\ R_{41} & R_{42} & R_{43} & R_{44} & R_{45} & R_{46} \\ R_{51} & R_{52} & R_{53} & R_{54} & R_{55} & R_{56} \\ R_{61} & R_{62} & R_{63} & R_{64} & R_{65} & R_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_{F1} \\ R_{F2} \\ R_{F3} \\ R_{F4} \\ R_{F5} \\ R_{F6} \end{Bmatrix} = 0$$

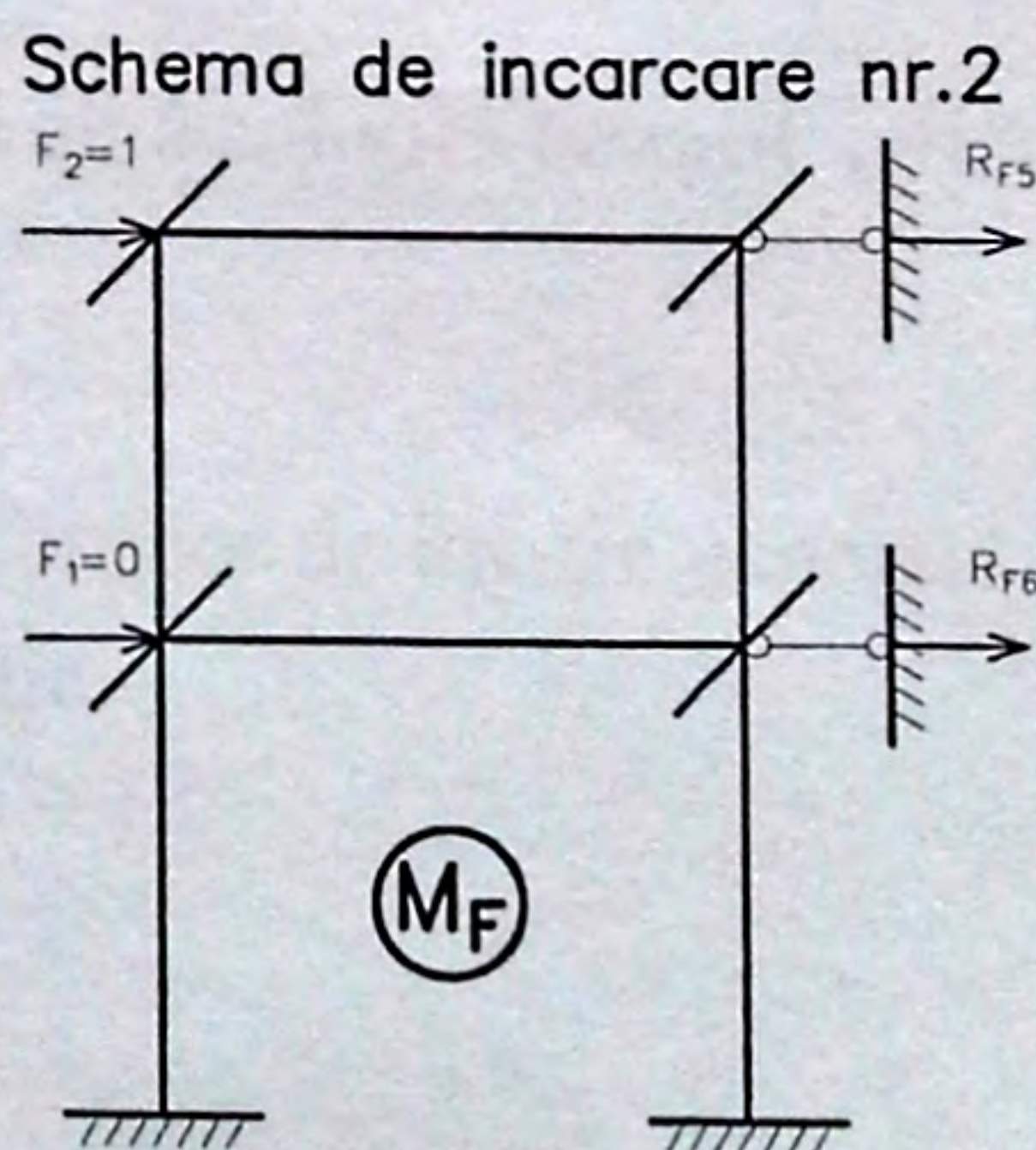
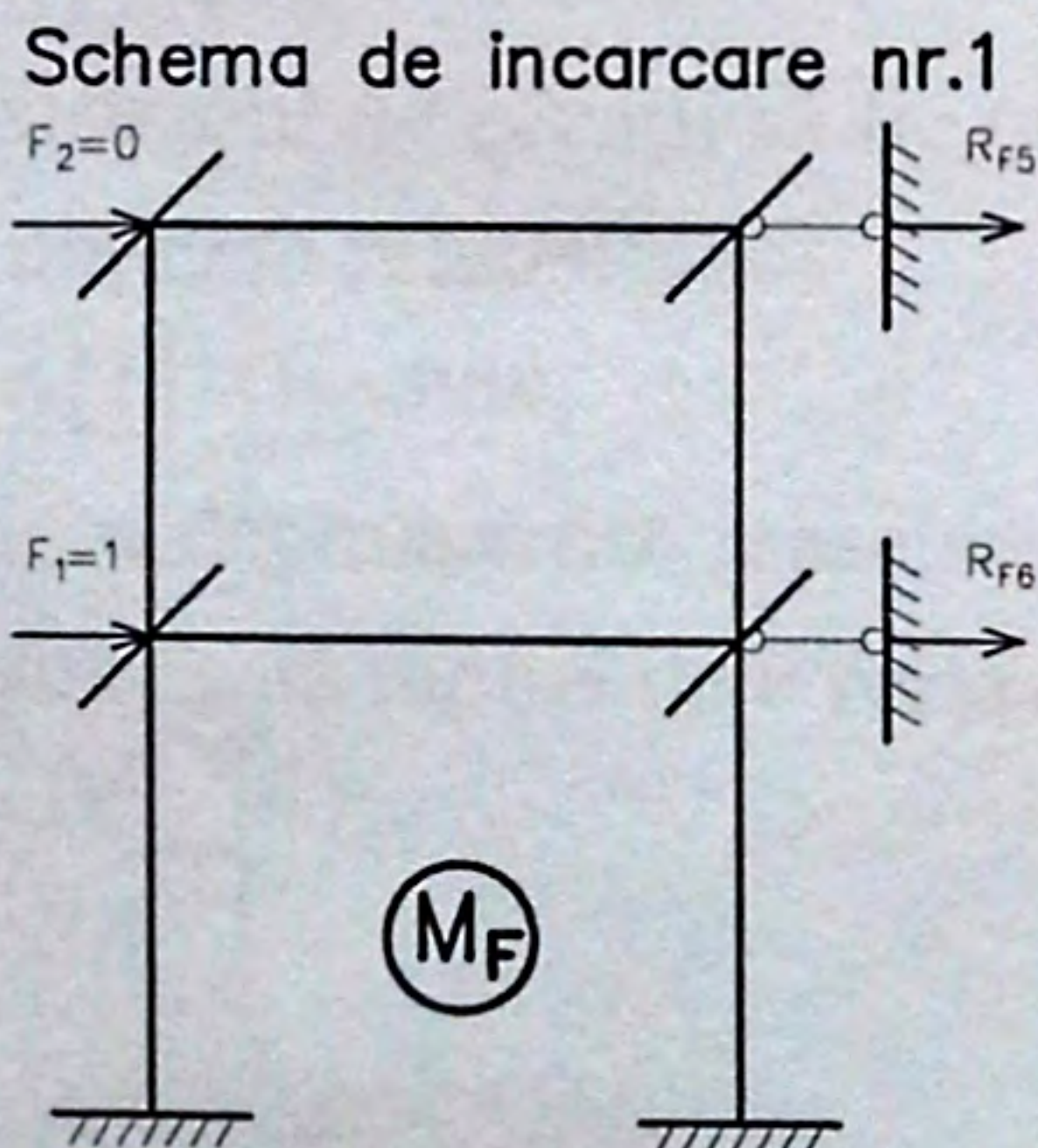
În formă compactă avem relația:

$$[R_{ij}] \{\delta\} + \{R_{Fi}\} = 0$$

Înlocuind avem:

$$[R_{ij}] = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} 423,409 & 86,25 & 125,455 & 0 & -114,05 & 114,05 \\ 86,25 & 317,702 & 0 & 72,601 & -66,001 & 66,001 \\ 125,455 & 0 & 653,717 & 86,25 & -114,05 & 32,393 \\ 0 & 72,601 & 86,25 & 440,565 & -66,001 & 18,746 \\ -114,05 & -66,001 & -114,05 & -66,001 & 109,122 & -109,122 \\ 114,05 & 66,001 & 32,393 & 18,746 & -109,122 & 175,23 \end{bmatrix}$$

Diagramele ale eforturilor exterioare:



| | | | | |
|-----|-------|--------------|---------|------|
| Mod | Coala | Nr. document | Semnăt. | Data |
|-----|-------|--------------|---------|------|

Pentru schema de încărcare nr. 2: pentru $F_1=1KN$, $F_2=0KN$; Înlocuind în relația:
 $[R_{ij}]\{\delta\} + \{R_{Fi}\} = 0$ vectorul reacțiunilor de la forțele exterioare obținem vectorul deplasărilor:

$$\{R_{Fi}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} (KN); \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} 0,437 \cdot 10^{-6} \\ 0,512 \cdot 10^{-6} \\ 3,283 \cdot 10^{-6} \\ 2,353 \cdot 10^{-6} \\ 26,483 \cdot 10^{-6} \\ 20,863 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} (m);$$

Pentru schema de încărcare nr. 1: pentru $F_1=0KN$, $F_2=1KN$. Înlocuind în relația:
 $[R_{ij}]\{\delta\} + \{R_{Fi}\} = 0$ vectorul reacțiunilor de la forțele exterioare obținem vectorul deplasărilor:

$$\{R_{Fi}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} (KN); \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} 4,237 \cdot 10^{-6} \\ 2,930 \cdot 10^{-6} \\ 6,388 \cdot 10^{-6} \\ 4,849 \cdot 10^{-6} \\ 51,46 \cdot 10^{-6} \\ 26,48 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} (m);$$

4. Calculul frecvențelor, perioadelor și vectorilor oscilațiilor proprii

Ecuția deplasărilor în formă matricială:

$$[\delta][M] - \lambda[I]\{A\} = 0 \text{ unde:}$$

Pentru ca sistemul de ecuații să fie omogen și să aibă soluții vectorul $\{A\}$ îl egalăm cu zero și obținem relația:

$$[\delta][M] - \lambda[I] = 0 \text{ unde:}$$

$[\delta]$ - Matricea deplasărilor maselor în direcția forțelor de inerție generată în structura, solicitată numai de o forță aplicată static.

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{21} \end{bmatrix}$$

δ_{11}, δ_{12} – deplasările liniare pe direcția z_5 și z_6 pentru schema de încărcare de la forța unitară $F_1=1KN$,

$$\delta_{11} = z_6 = 20,863 \cdot 10^{-6} m$$

$$\delta_{12} = z_5 = 26,483 \cdot 10^{-6} m$$

δ_{21}, δ_{22} – deplasările liniare pe direcția z_5 și z_6 pentru schema de încărcare de la forța unitară $F_2=1KN$,

$$\delta_{21} = z_6 = 26,483 \cdot 10^{-6} m$$

$$\delta_{22} = z_5 = 51,457 \cdot 10^{-6} m$$

$[M]$ - Vectorul maselor

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$[I]$ - Matrice unitară;

Ecuția pulsațiilor în formă matricială (în formă desfășurată):

$$V(\lambda) = \det \begin{vmatrix} (\delta_{11} \cdot m_1 - \lambda) & \delta_{12} \cdot m_2 \\ \delta_{21} \cdot m_1 & (\delta_{22} \cdot m_2 - \lambda) \end{vmatrix} = 0$$

λ -parametrul valorilor proprii ale pulsațiilor;

$$(\delta_{11} m_1 - \lambda)(\delta_{22} m_2 - \lambda) - \delta_{12}^2 m_1 m_2 = 0$$

Desfășurind expresia determinantului obținem ecuația de ordinul 2 numită ecuația pulsațiilor:

$$\lambda^2 - (\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2) \lambda + (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 = 0$$

$$\lambda^2 - (20,863 \cdot 10^{-6} \cdot 250,93 + 51,457 \cdot 10^{-6} \cdot 213,41) \lambda +$$

$$+ (20,863 \cdot 10^{-6} \cdot 51,457 \cdot 10^{-6} - 26,483 \cdot 10^{-6} \cdot 26,483 \cdot 10^{-6}) \cdot 250,93 \cdot 213,41 = 0$$

$$\lambda^2 - 0,016217 \lambda + 19,932 \cdot 10^{-6} = 0$$

Rezolvind ecuația obținem :

$$\lambda_1 = 14,877 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda_2 = 1,339 \cdot 10^{-3}$$

Calculăm frecvențele oscilațiilor proprii:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{\lambda_1}} = \sqrt{\frac{1}{14,877 \cdot 10^{-3}}} = 8,199 s^{-1}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{\lambda_2}} = \sqrt{\frac{1}{1,339 \cdot 10^{-3}}} = 27,32 s^{-1}$$

Calculăm perioadele oscilațiilor proprii:

$$T_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} = \frac{2 \cdot 3,142}{8,199} = 0,766 s$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_2} = \frac{2 \cdot 3,142}{27,32} = 0,23 s$$

Ecuția deplasărilor în formă matricială:

$$[\delta][M] - \lambda[I]\{A\} = 0 \text{ unde:}$$

Sistemul de ecuații în formă desfășurată:

$$\begin{cases} (\delta_{11}m_1 - \lambda)a_1 + \delta_{12}m_2a_2 = 0 \\ \delta_{21}m_1a_1 + (\delta_{22}m_2 - \lambda)a_2 = 0 \end{cases}$$

a) Pentru $\lambda = \lambda_1 = 14,877 \cdot 10^{-3}$; $a_1 = 1$

$$(\delta_{11}m_1 - \lambda)a_1 + \delta_{12}m_2a_2 = 0$$

$$(20,863 \cdot 10^{-6} \cdot 250,93 - 14,877 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 + 26,483 \cdot 10^{-6} \cdot 213,41 \cdot a_2 = 0$$

$$a_2 = 1,706$$

$$\{A_1\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,706 \end{Bmatrix}$$

b) Pentru $\lambda = \lambda_2 = 1,339 \cdot 10^{-3}$; $a_1 = 1$

$$(\delta_{11}m_1 - \lambda)a_1 + \delta_{12}m_2a_2 = 0$$

$$(20,863 \cdot 10^{-6} \cdot 250,93 - 1,339 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 + 26,483 \cdot 10^{-6} \cdot 213,41 \cdot a_2 = 0$$

$$a_2 = -0,689$$

$$\{A_2\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,689 \end{Bmatrix}$$

Verificare :

$$([\mathbf{M}] \cdot \{A_1\})^T \{A_2\} \approx 0$$

$$\{A_1\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,706 \end{Bmatrix}$$

$$\{A_2\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,689 \end{Bmatrix}$$

$$([\mathbf{M}] \cdot \{A_1\})^T \{A_2\} \approx 0$$

$$\begin{bmatrix} m1 & 0 \\ 0 & m2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a1 \\ a2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 250,93 & 0 \\ 0 & 213,41 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,706 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 250,93 \\ 364,071 \end{Bmatrix}$$

$$([\mathbf{M}] \cdot \{A_1\})^T = \{250,93 \quad 364,071\}$$

$$([\mathbf{M}] \cdot \{A_1\})^T \{A_2\} = \{250,93 \quad 364,071\} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,689 \end{Bmatrix} = 0$$

Concluzie : Condiția se satisface .

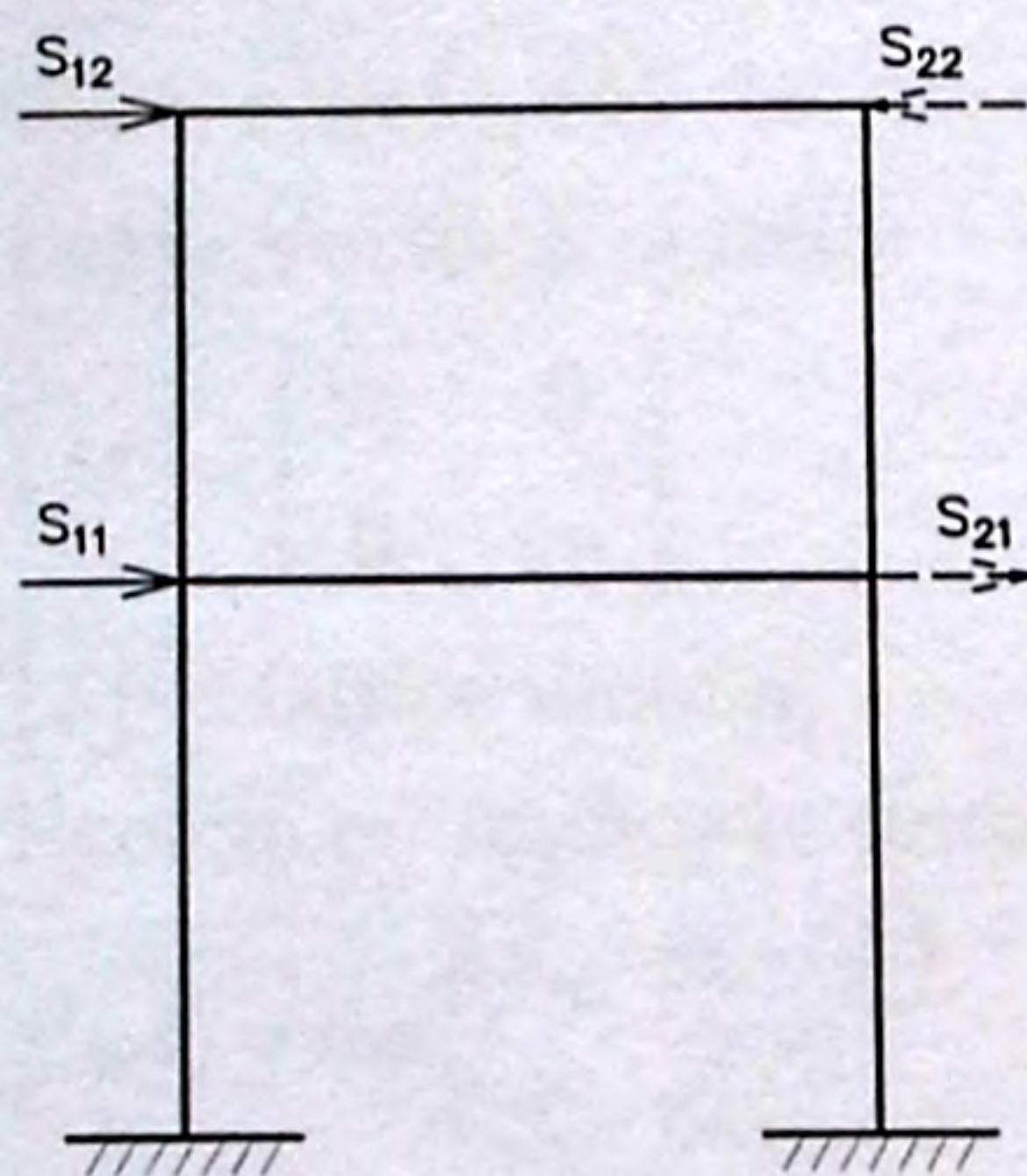
5. Calculul eforturilor de la încărcarea seismică

Relația pentru determinarea efortului de la încărcarea seismică:

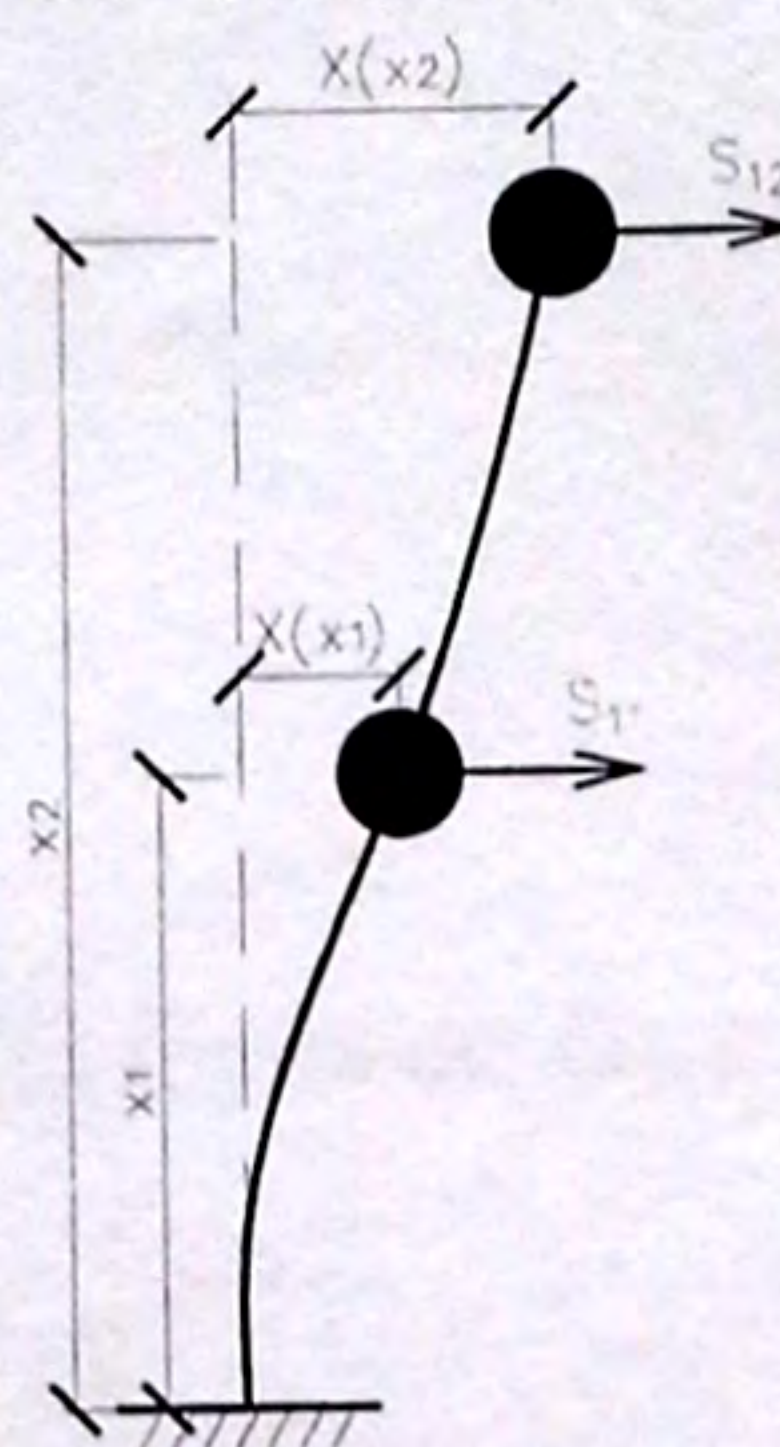
$$S_{ik} = k_1 \cdot k_2 \cdot S_{0ik}$$

$$S_{0ik} = A \cdot Q_k \cdot \beta_i \cdot K_{\psi} \cdot \eta_{ik}$$

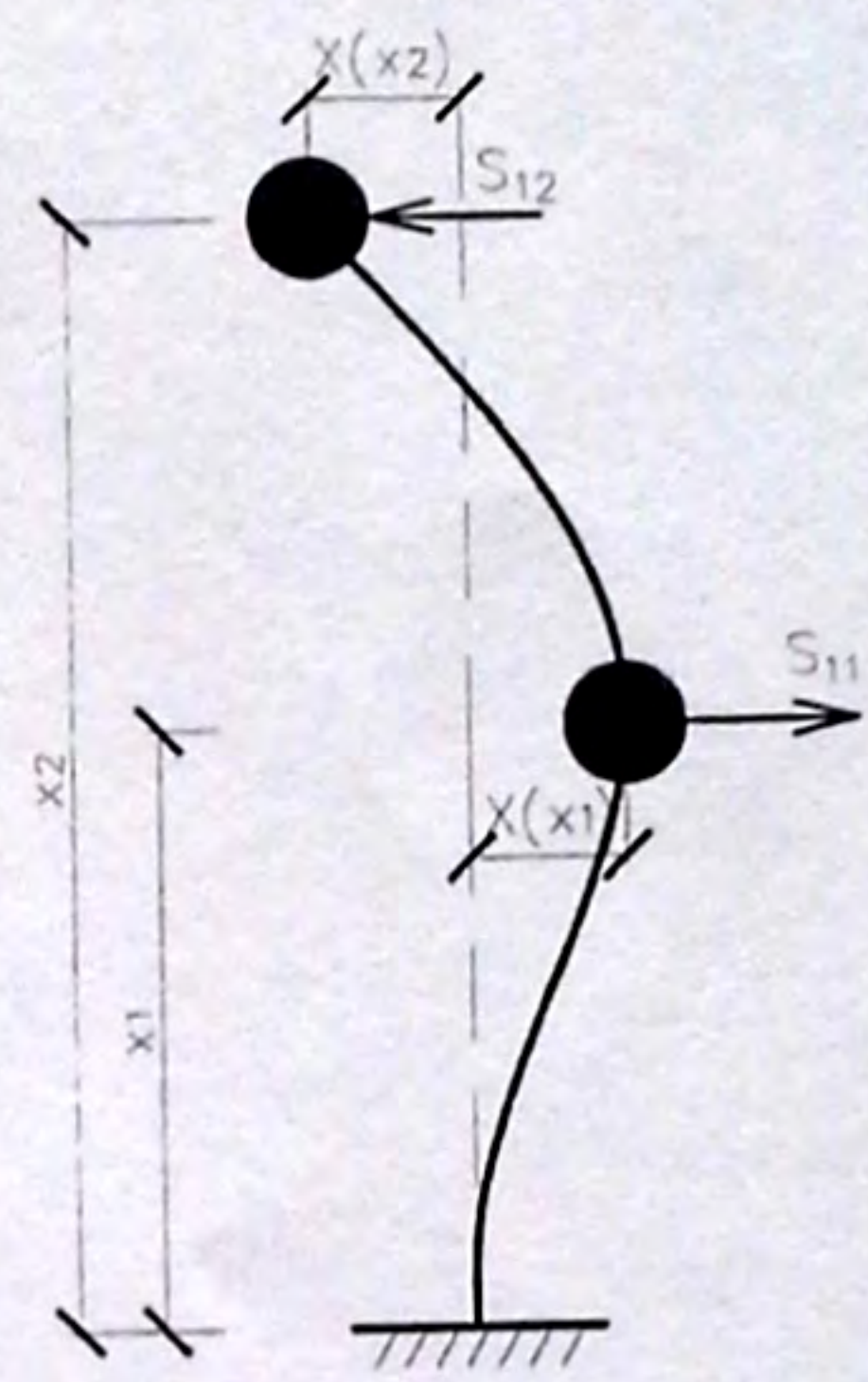
Schema de incarcare



Forma I
de oscilatie



Forma II
de oscilatie



Calculăm deplasările cadrului la nivelul masei m_2 , luînd în prealabil deplasarea la nivelul masei m_1 egală cu o unitate:

- pentru forma întâi a oscilațiilor:

$$X_1(x_1) = 1,0;$$

$$X_1(x_2) = \frac{\delta_{12} \cdot m_1 \cdot \omega_1^2}{1 - \delta_{22} \cdot m_2 \cdot \omega_1^2} = \frac{26,483 \cdot 10^{-6} \cdot 250,93 \cdot 8,199^2}{1 - 51,46 \cdot 10^{-6} \cdot 213,41 \cdot 8,199^2} = 1,706$$

- pentru forma a doua de oscilații:

$$X_2(x_1) = 1,0;$$

$$X_2(x_2) = \frac{\delta_{21} \cdot m_1 \cdot \omega_2^2}{1 - \delta_{22} \cdot m_2 \cdot \omega_2^2} = \frac{26,483 \cdot 10^{-6} \cdot 250,93 \cdot 23,32^2}{1 - 51,46 \cdot 10^{-6} \cdot 213,41 \cdot 23,32^2} = -0,689$$

Calculăm coeficienții η_{ik} :

Coeficienții primei forme:

$$\eta_{11} = \frac{X_1(x_1) \cdot [m_1 \cdot X_1(x_1) + m_2 \cdot X_1(x_2)]}{m_1 \cdot X_1^2(x_1) + m_2 \cdot X_1^2(x_2)} = \frac{1 \cdot [250,93 \cdot 1 + 213,41 \cdot 1,706]}{250,93 \cdot 1^2 + 213,41 \cdot 1,706^2} = 0,705$$

$$\eta_{12} = \eta_{11} \cdot X_1(x_2) = 0,705 \cdot 1,706 = 1,203$$

Coeficienții formei a doua:

$$\eta_{21} = \frac{X_2(x_1) \cdot [m_1 \cdot X_2(x_1) + m_2 \cdot X_2(x_2)]}{m_1 \cdot X_2^2(x_1) + m_2 \cdot X_2^2(x_2)} = \frac{1 \cdot [250,93 \cdot 1 + 213,41 \cdot (-0,689)]}{250,93 \cdot 1^2 + 213,41 \cdot (-0,689)^2} = 0,295$$

$$\eta_{22} = \eta_{21} \cdot X_2(x_2) = 0,295 \cdot (-0,689) = -0,203$$

Verificăm:

$$\sum_{j=1}^2 \eta_{j1} = \eta_{11} + \eta_{21} = -0,203 + 1,203 = 1;$$

$$\sum_{j=1}^2 \eta_{j2} = \eta_{12} + \eta_{22} = 0,295 + 0,705 = 1;$$

Calculăm coeficienții dinamici β_i . Pentru pământuri de categoria a doua în funcție de T_i conform relației:

$$\beta_1 = \frac{1,35}{T_1} = \frac{1,35}{0,766} = 1,762s^{-1} > 0,8s^{-1} \quad \text{Adoptăm } \beta_1 = 1,762s^{-1}$$

$$\beta_2 = \frac{1,35}{T_2} = \frac{1,35}{0,23} = 5,87s^{-1} > 2,7s^{-1} \quad \text{Adoptăm } \beta_2 = 2,7s^{-1}$$

Sarcinile seismice se vor calcula cu relația:

$$S_{ik} = k_1 k_2 S_{oik} = k_1 k_2 A Q_k \beta_i K_\psi \eta_{ik} \quad \text{Unde:}$$

$$k_1 = 0,25; \quad k_2 = 1,5;$$

$$A = 0,2; \quad K_\psi = 1;$$

$$Q_1 = m_1 = 250,93N; \quad Q_2 = m_2 = 213,41KN;$$

Pentru forma întâi:

$$S_{11} = k_1 k_2 A Q_2 \beta_1 K_\psi \eta_{11} = 0,25 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot 250,93 \cdot 1,762 \cdot 1 \cdot 0,705 = 23,381 \text{ KN}$$

$$S_{12} = k_1 k_2 A Q_2 \beta_1 K_\psi \eta_{12} = 0,25 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot 213,41 \cdot 1,762 \cdot 1 \cdot 1,203 = 33,923 \text{ KN}$$

Pentru forma a doua:

$$S_{21} = k_1 k_2 A Q_2 \beta_1 K_\psi \eta_{21} = 0,25 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot 250,93 \cdot 2,7 \cdot 1 \cdot 0,295 = 14,997 \text{ KN}$$

$$S_{22} = k_1 k_2 A Q_2 \beta_1 K_\psi \eta_{22} = 0,25 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot 213,41 \cdot 2,7 \cdot 1 \cdot (-0,203) = -8,779 \text{ KN}$$

Pentru forma I de oscilație : $R_5 = S_{12} = 33,923 \text{ KN}$, $R_6 = S_{11} = 23,381 \text{ KN}$. Înlocuind în

relația: $[R_{ij}] \{\delta\} + \{R_{Fi}\} = 0$ vectorul reacțiunilor de la forțele exterioare obținem

vectorul deplasărilor:

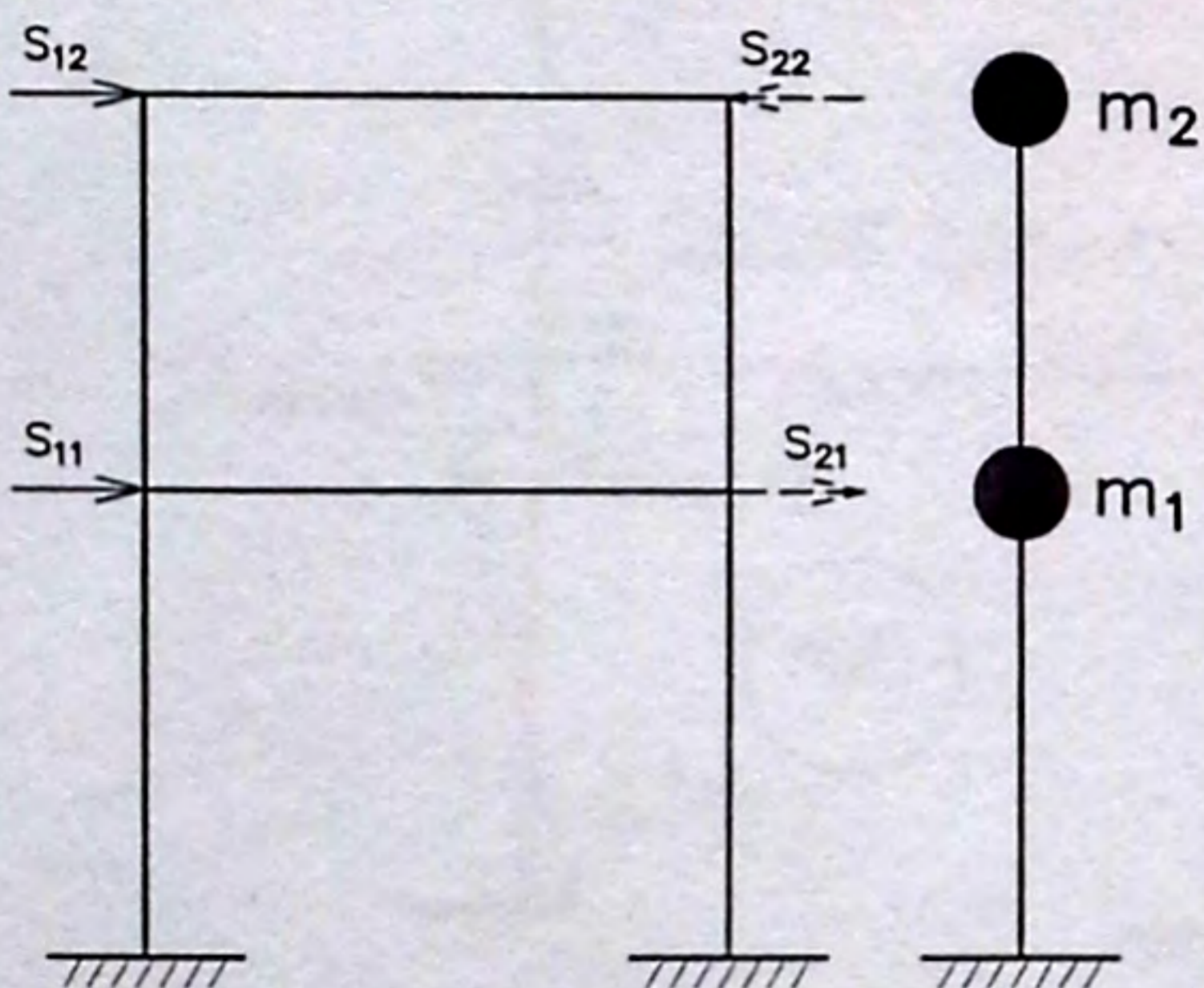
$$\{R_{Fi}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -S_{12} \\ -S_{11} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -33,923 \\ -23,381 \end{Bmatrix} \quad (\text{KN}); \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} 0,154 \cdot 10^{-3} \\ 0,112 \cdot 10^{-3} \\ 0,294 \cdot 10^{-3} \\ 0,219 \cdot 10^{-3} \\ 2,365 \cdot 10^{-3} \\ 1,386 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \quad (\text{m});$$

Pentru forma I de oscilație : $R_5=S_{22}=-8,779KN$, $R_6=S_{21}=14,977KN$. Înlocuind în relația: $[R_{ij}]\{\delta\} + \{R_{Fi}\} = 0$ vectorul reacțiunilor de la forțele exterioare obținem vectorul deplasărilor:

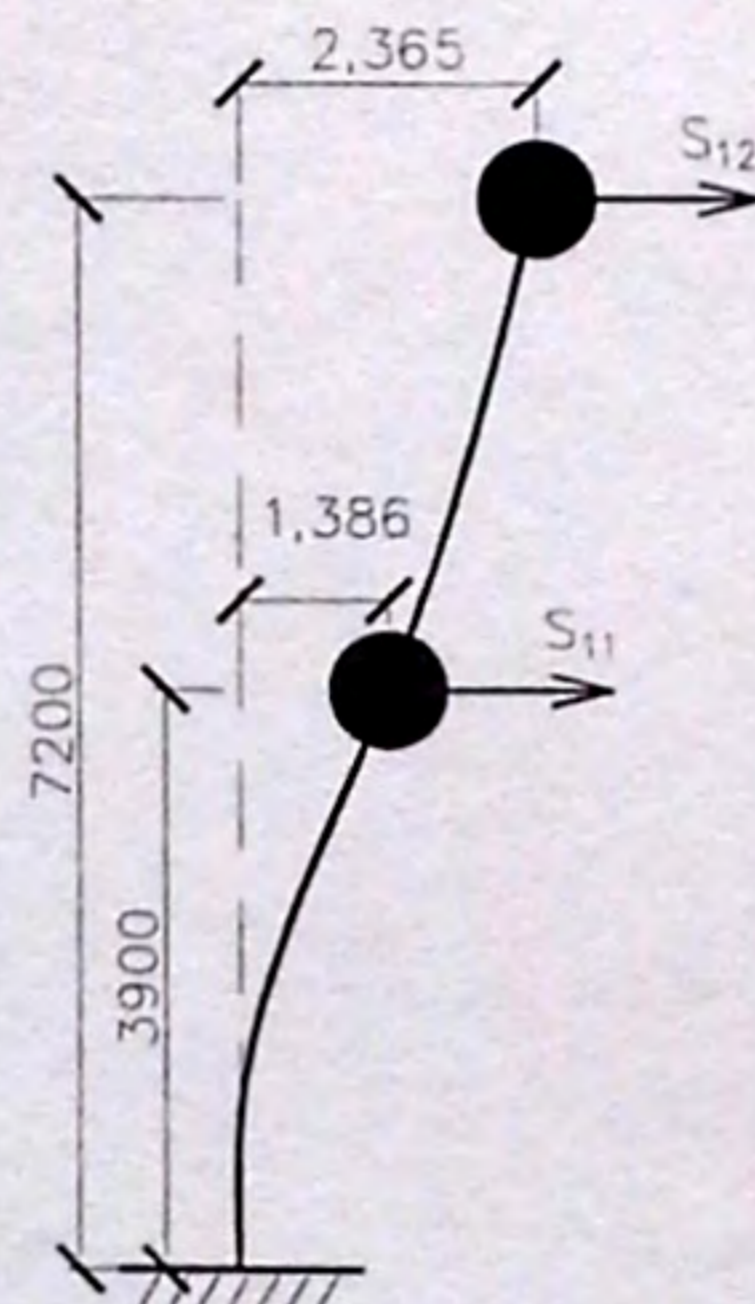
$$\{R_{Fi}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -S_{22} \\ -S_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ +8,779 \\ -14,977 \end{Bmatrix} \quad (KN); \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} -30,656 \cdot 10^{-6} \\ -18,066 \cdot 10^{-6} \\ -6,919 \cdot 10^{-6} \\ -7,328 \cdot 10^{-6} \\ -55,116 \cdot 10^{-6} \\ 79,976 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} \quad (m);$$

Forțele seismice sînt prezentate mai jos:

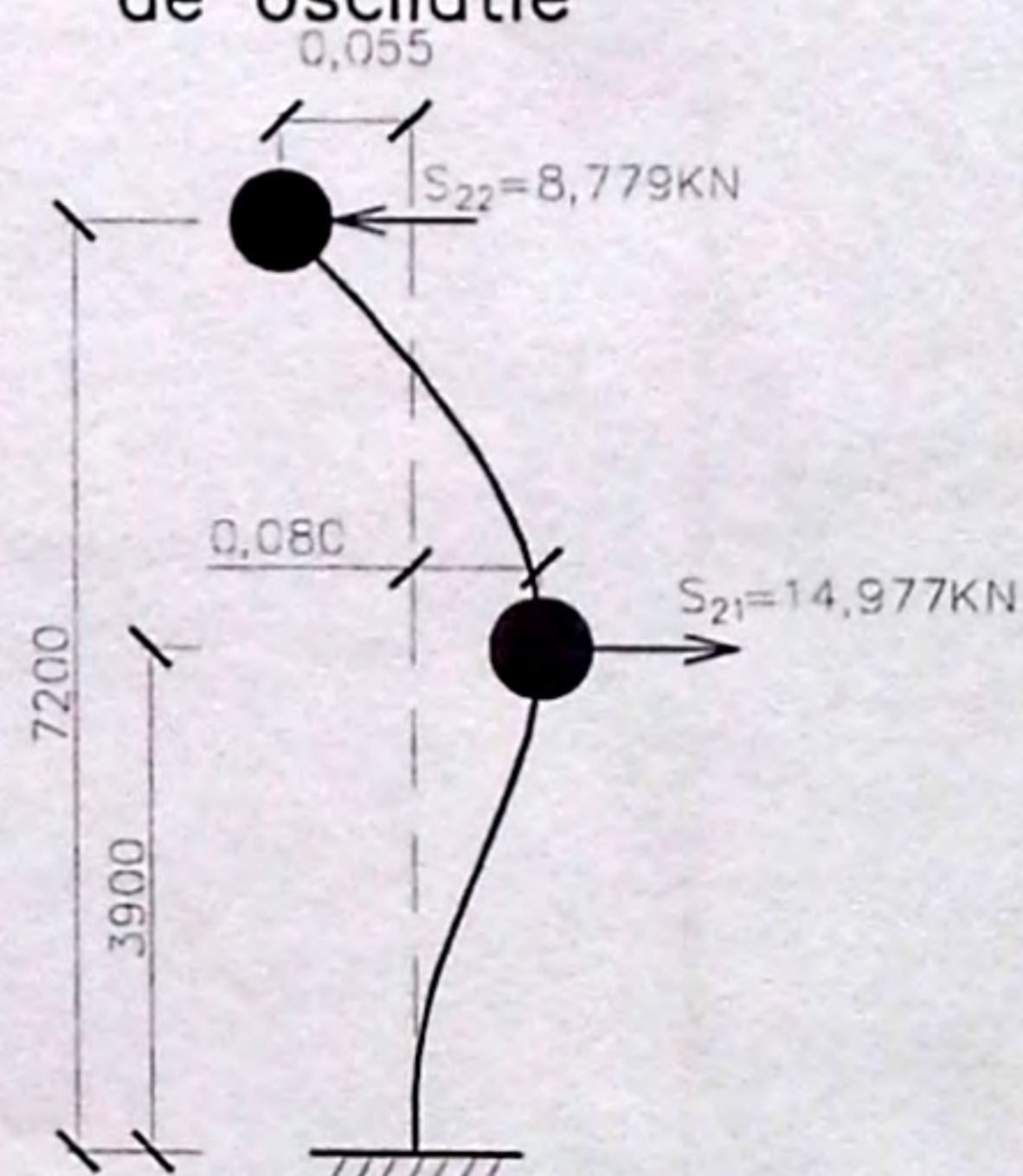
Schema de incarcare



Forma I de oscilație



Forma II de oscilație



După determinarea eforturilor provenite din sarcinile seismice separat pentru fiecare formă de oscilații se vor determina eforturile de calcul ca media pătratică a eforturilor din forma întâi și forma a doua a oscilațiilor.

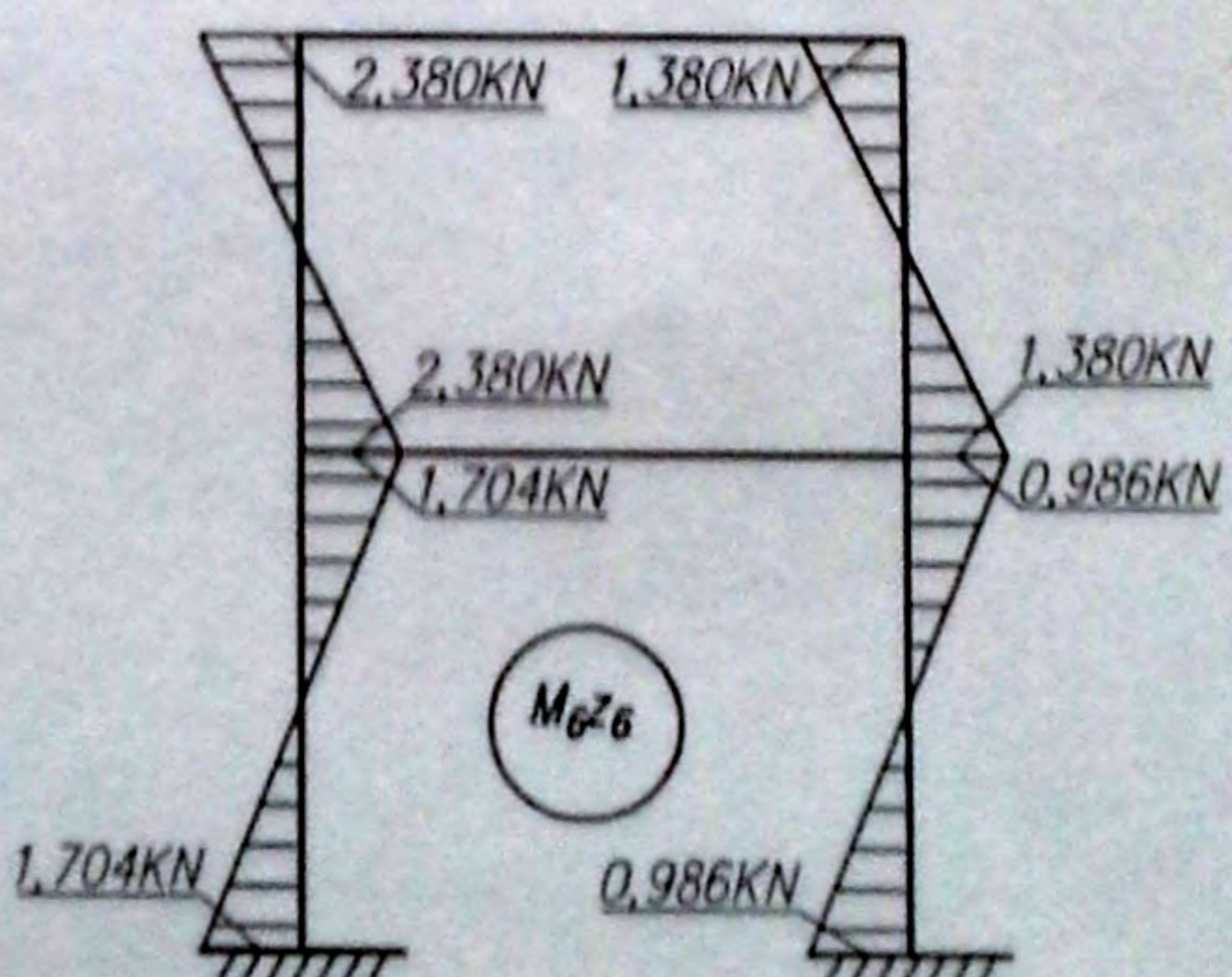
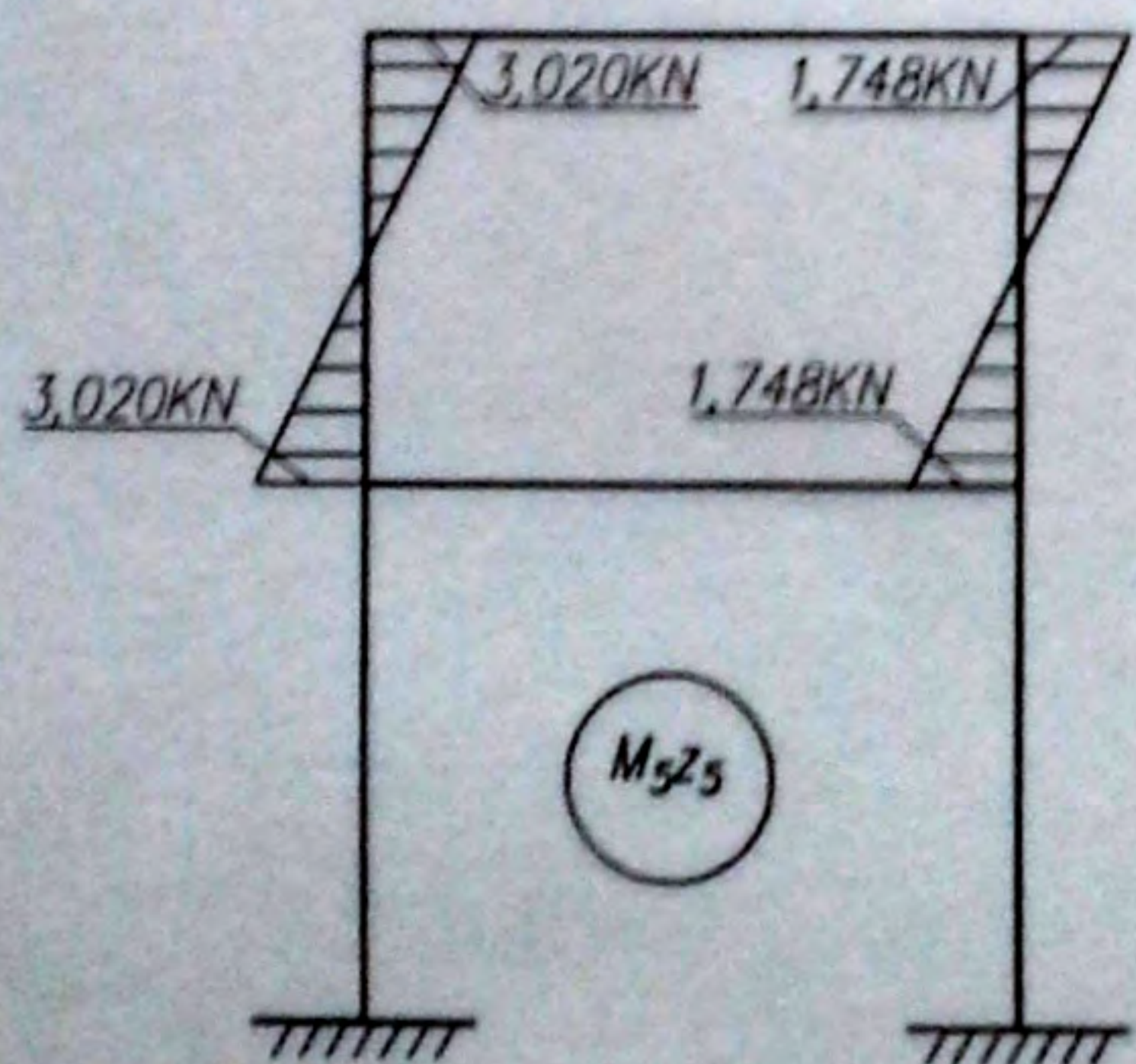
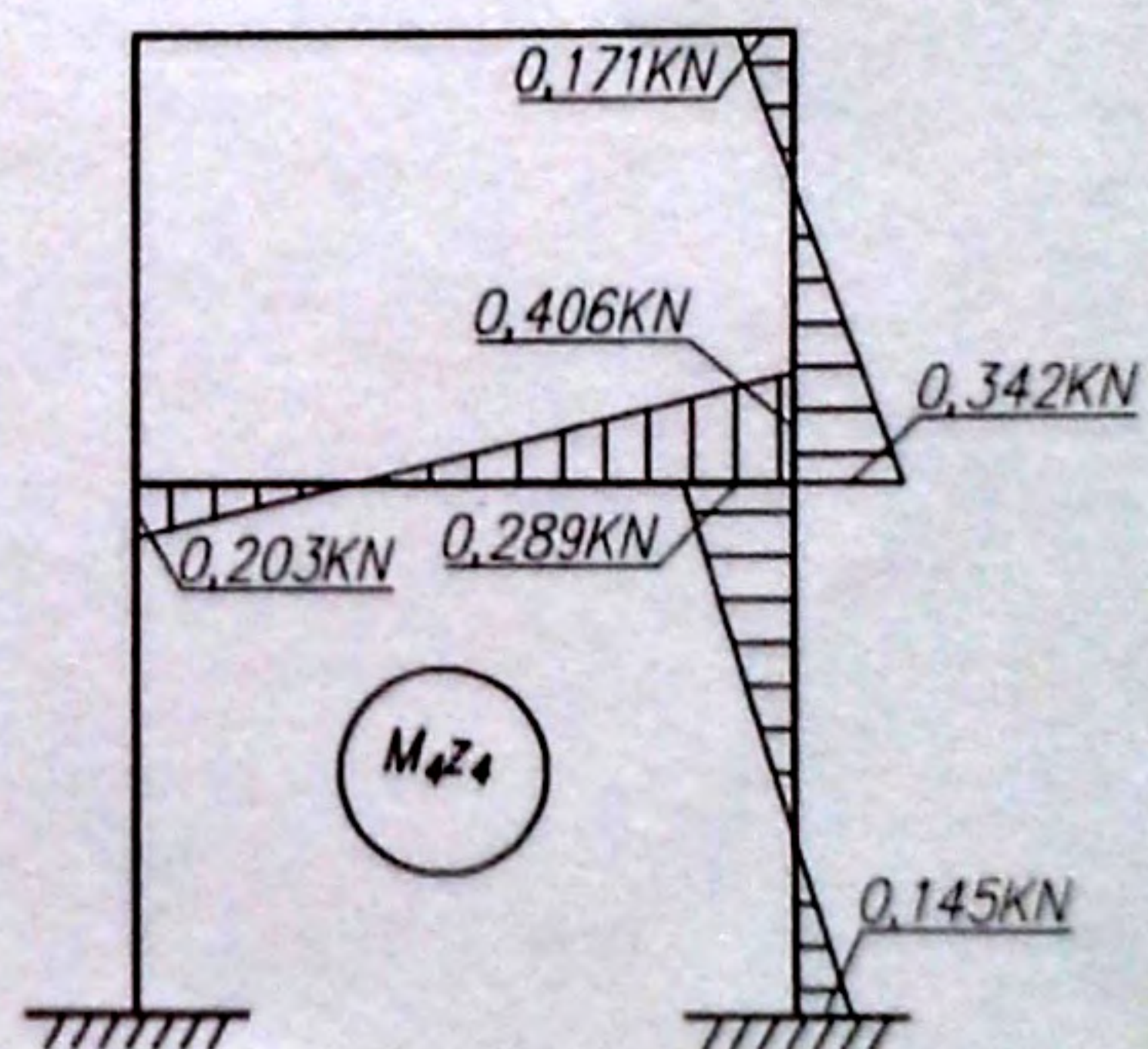
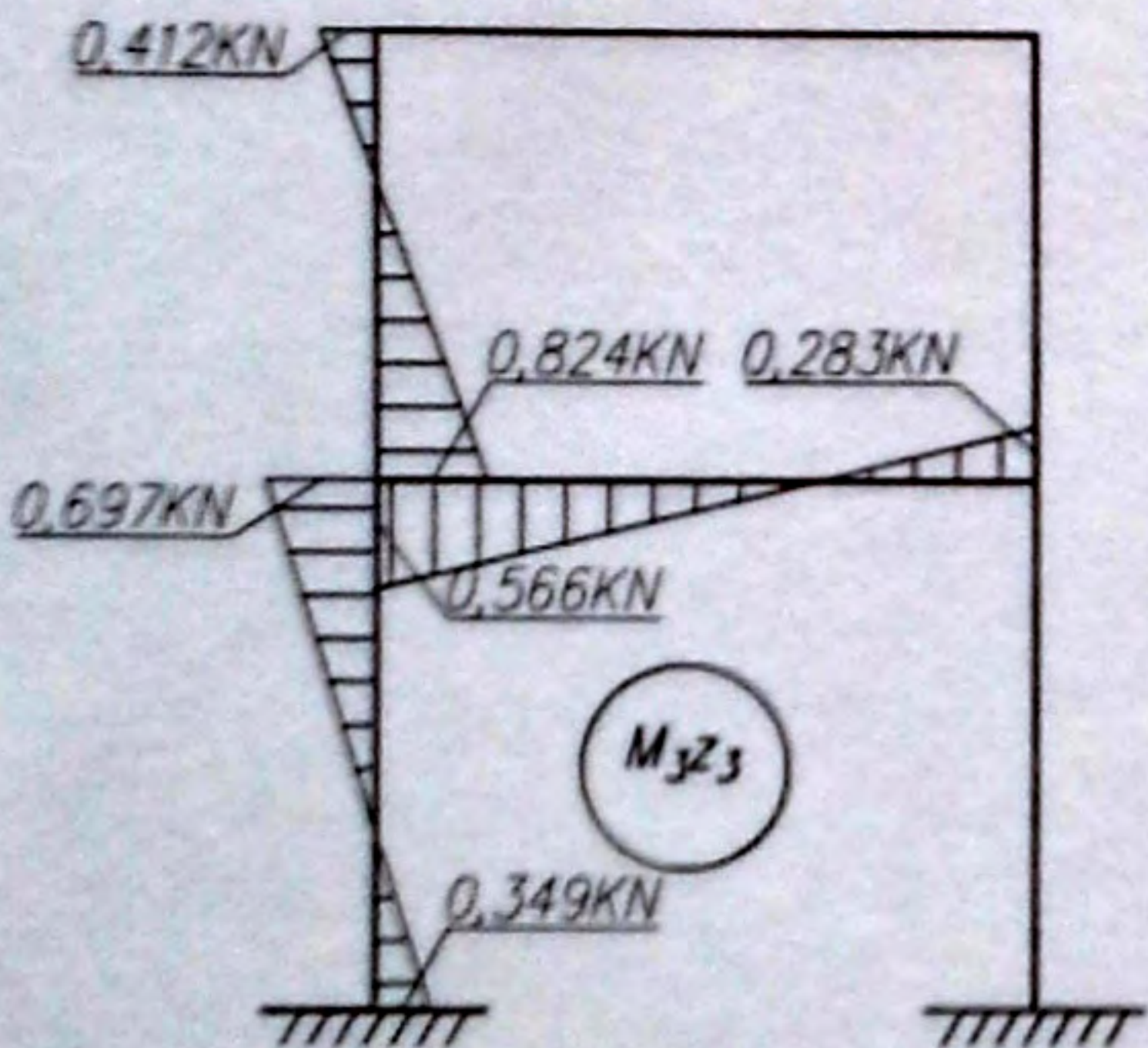
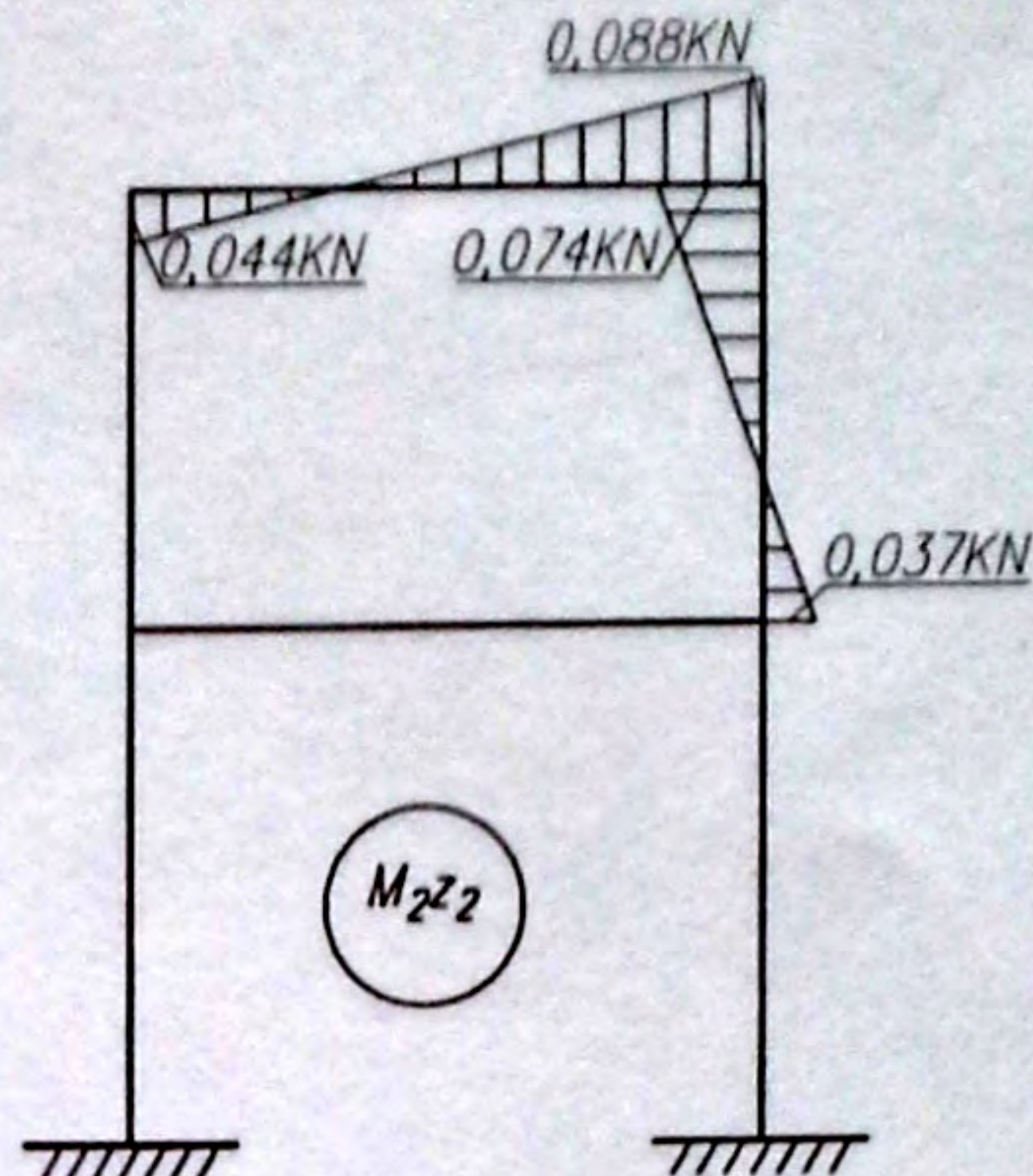
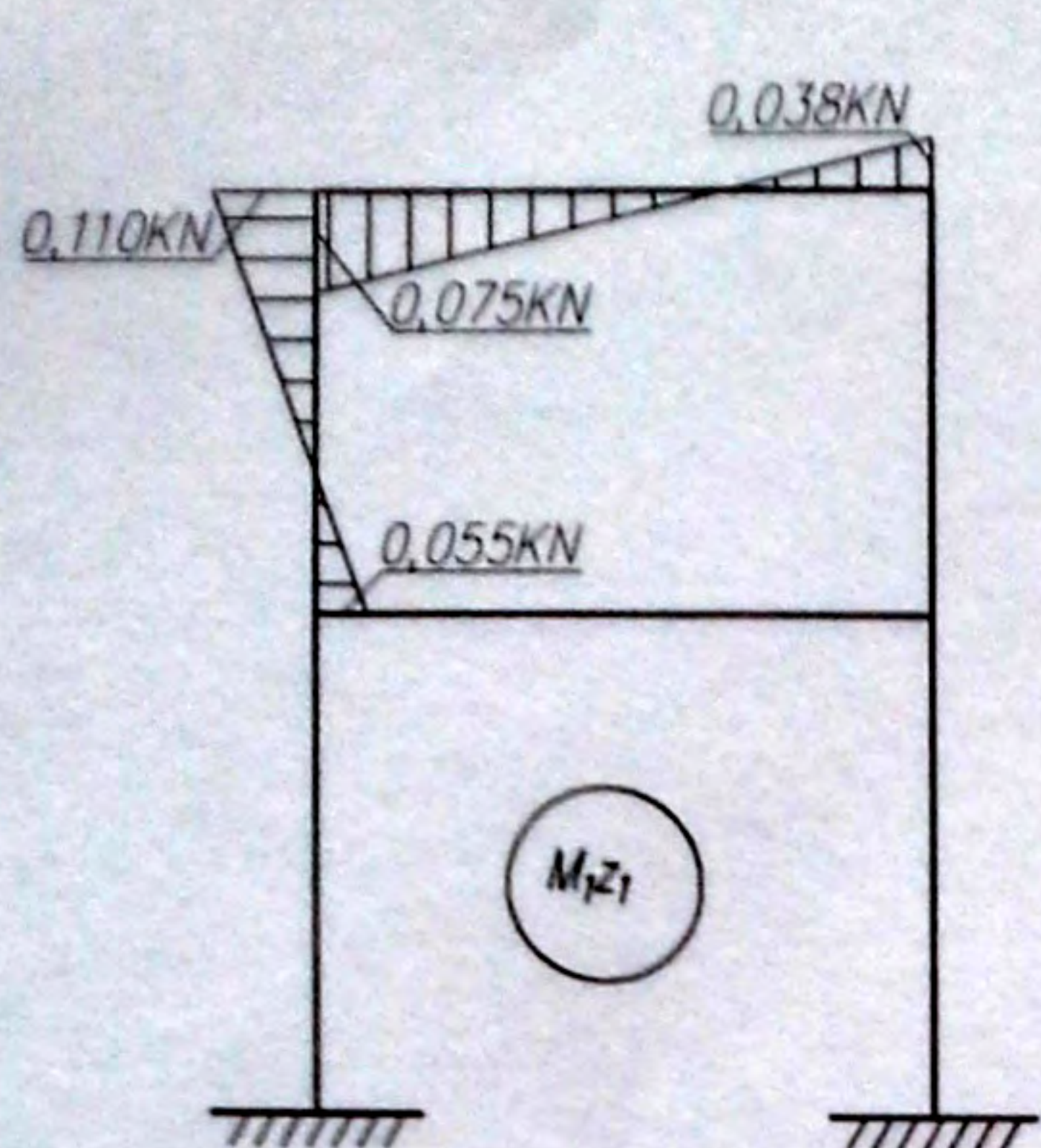
| | | | | |
|-----|-------|--------------|---------|------|
| Mod | Coala | Nr. document | Semnăt. | Data |
|-----|-------|--------------|---------|------|

Bibliografie

1. СНиП 2.01.07-85 „Acțiuni și sarcini”
2. СНиП II-7-81 „Construcții în zone seismice”
3. *Îndrumar la proiectarea clădirilor civile în zone seismice*
4. „Проектирование железобетонных конструкций В СЕЙСМИЧЕСКИХ РАЙОНАХ” И.И.Николаев 1991

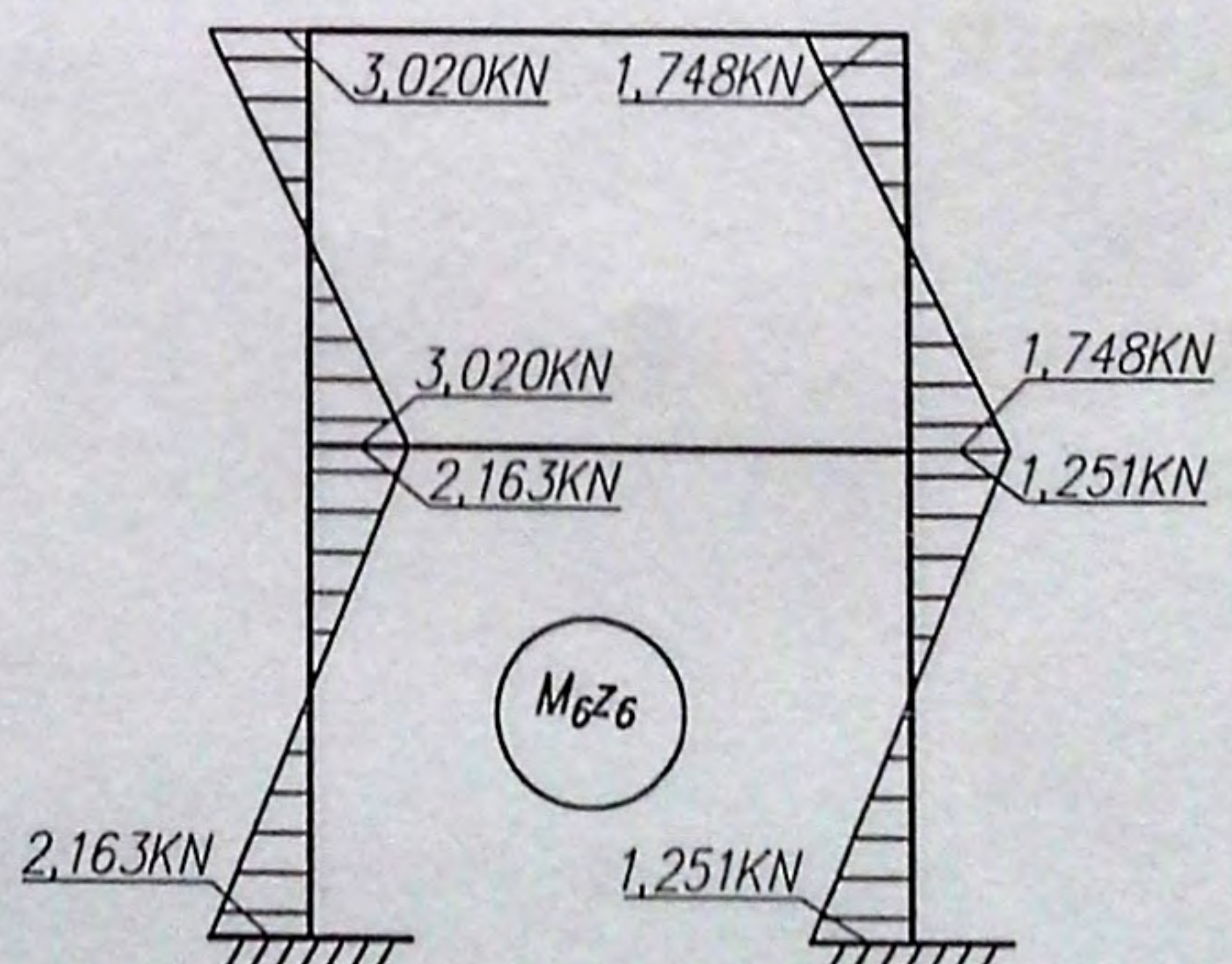
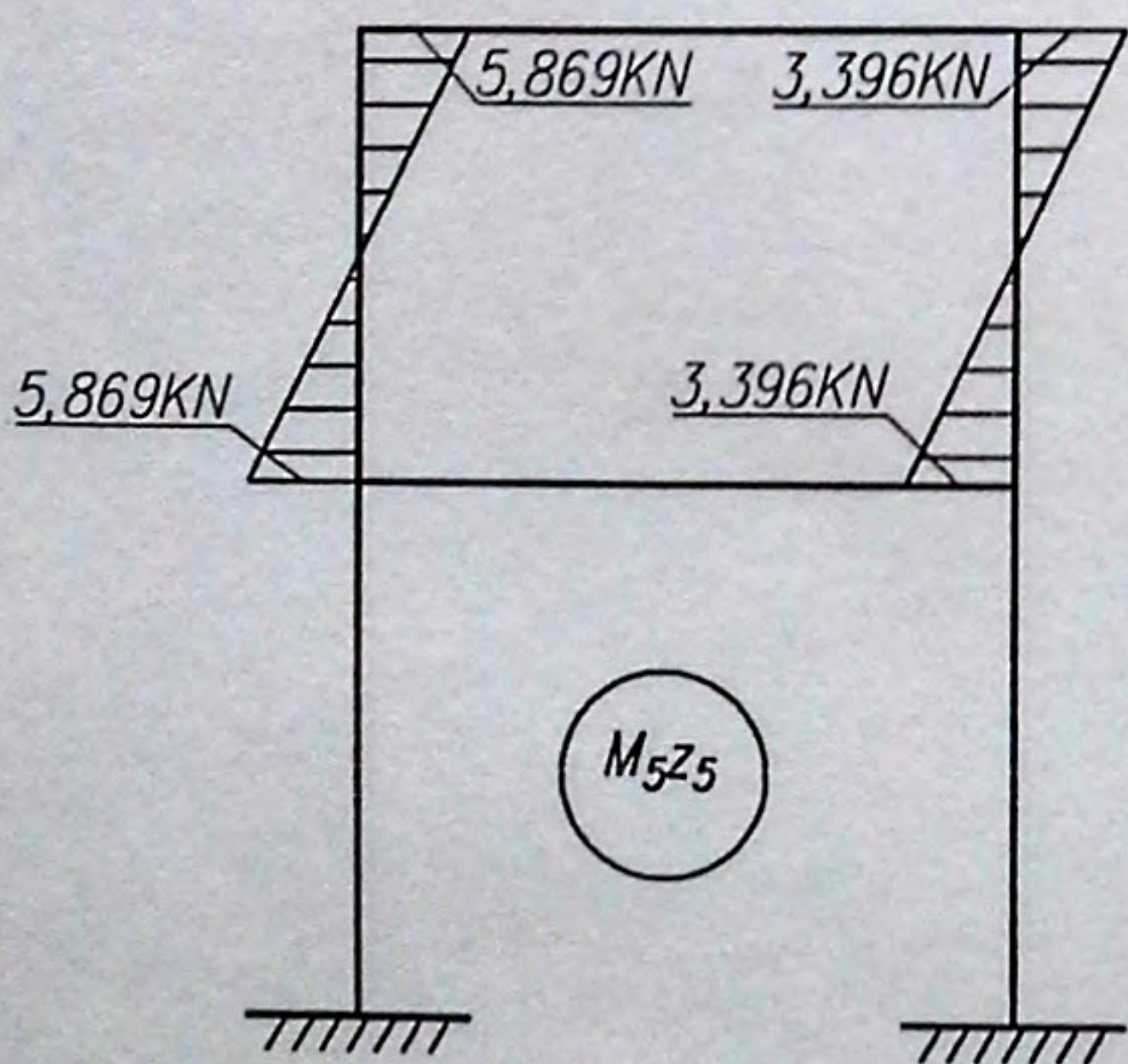
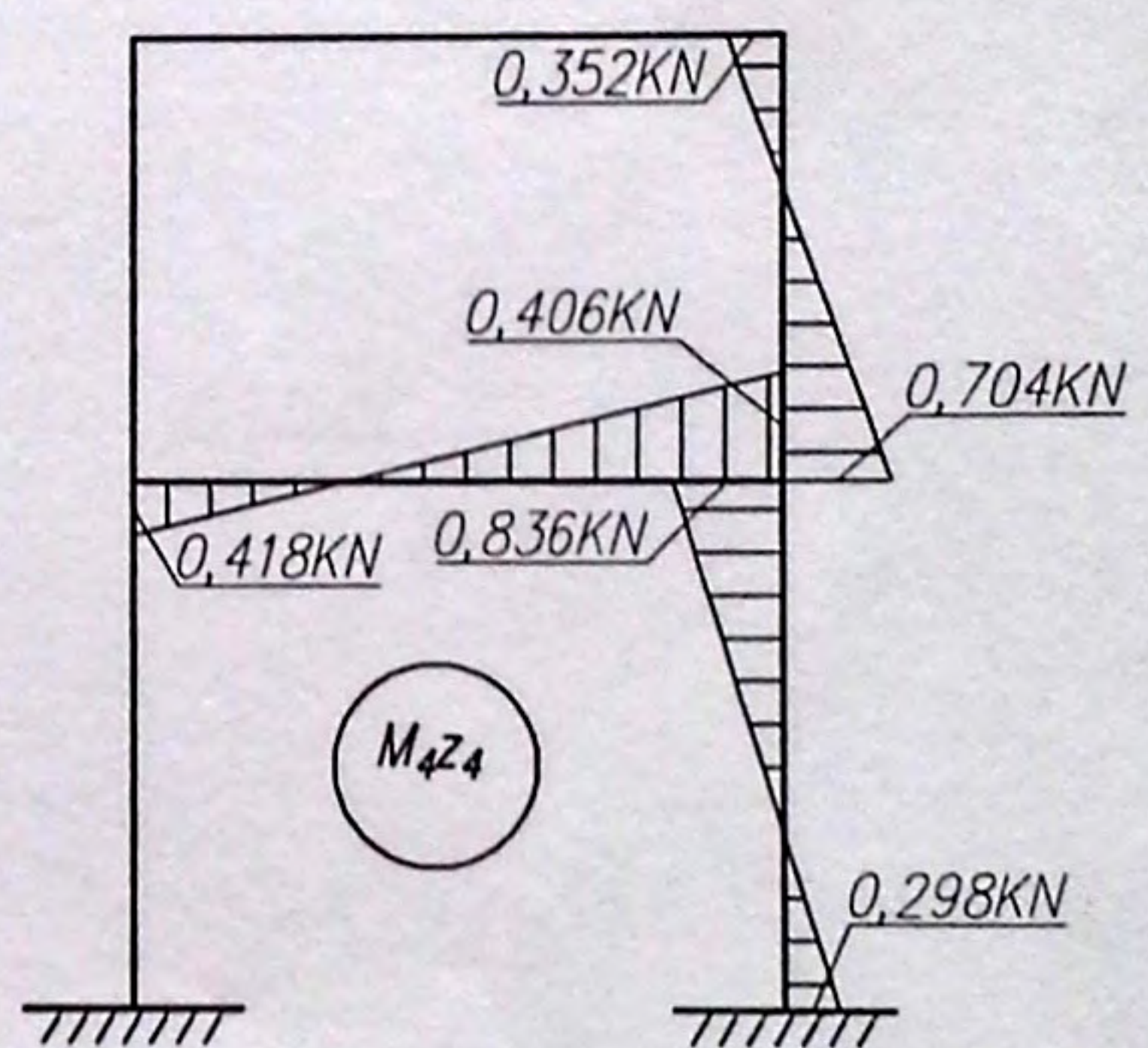
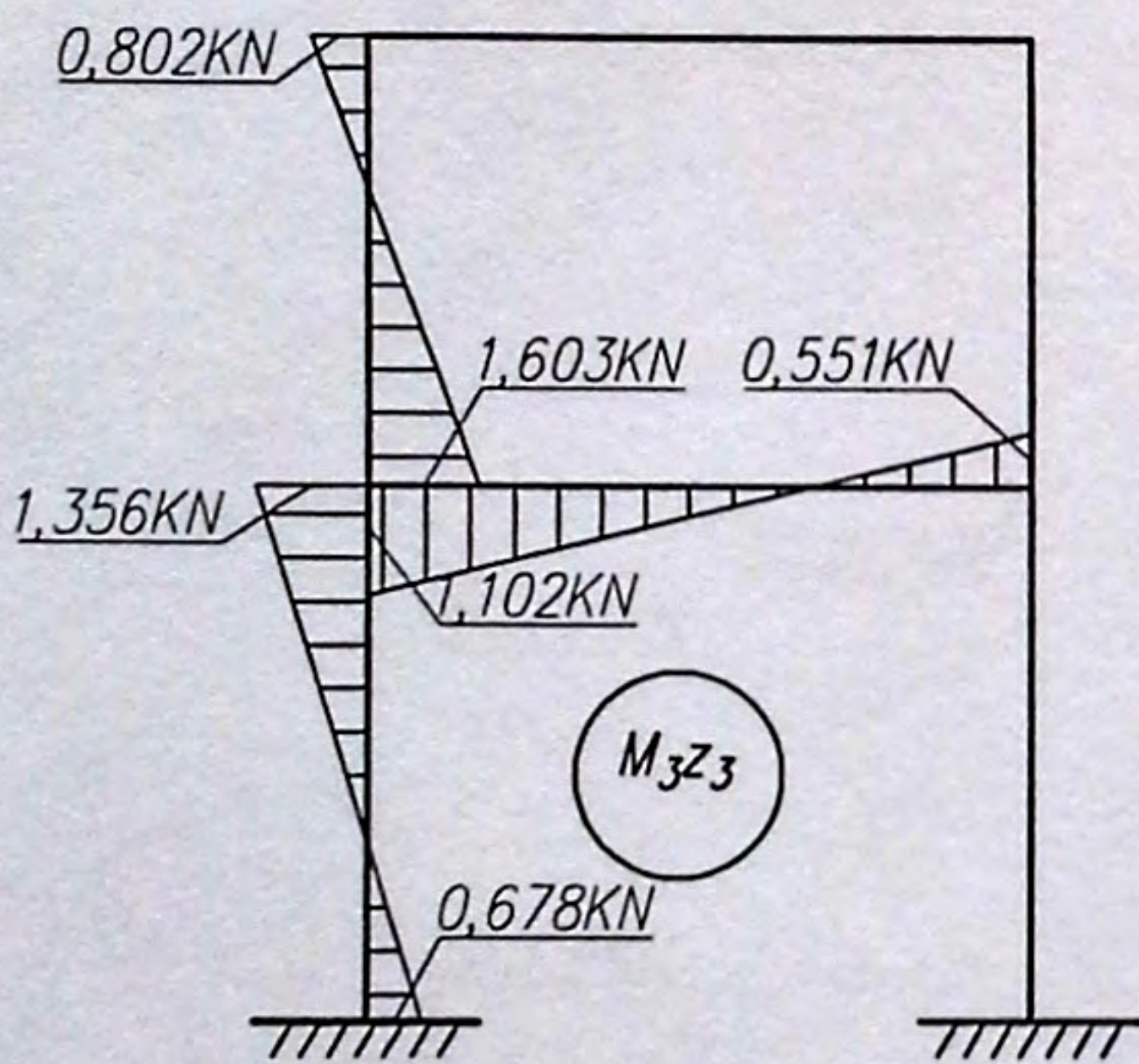
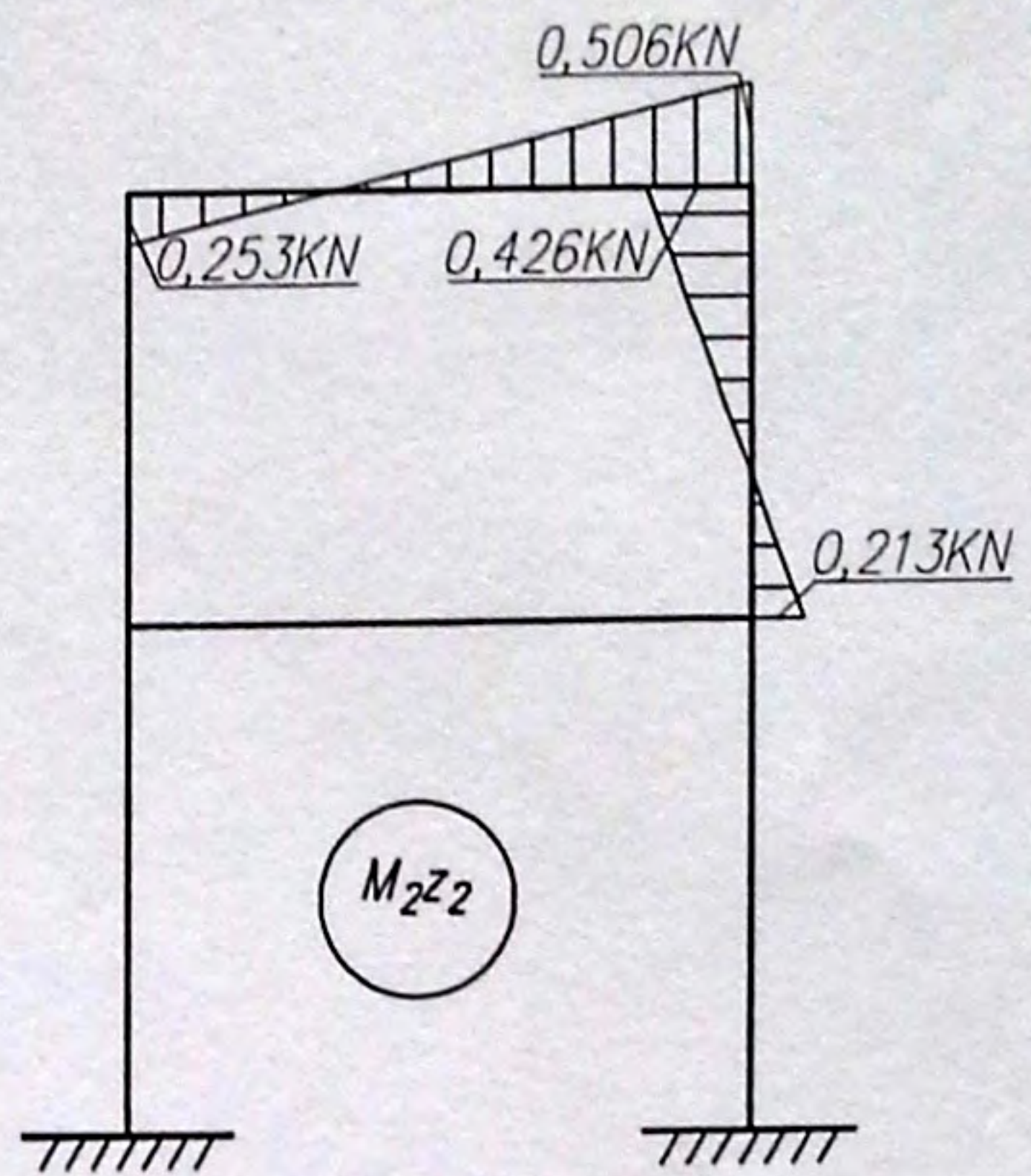
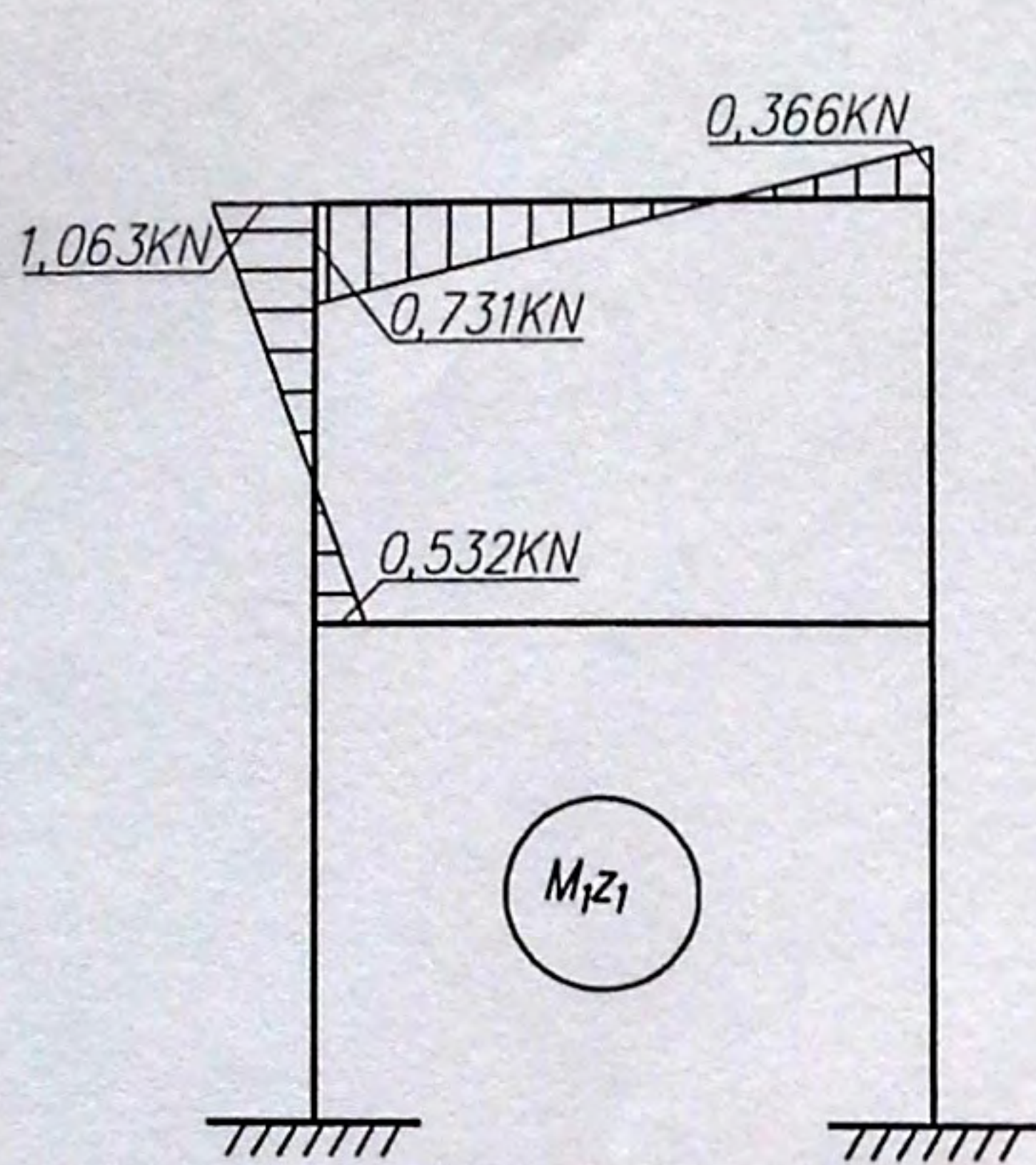
| Mod | Coala | Nr. document | Semnăt. | Data | Coala |
|-----|-------|--------------|---------|------|-------|
| | | | | | 16 |

Diagramele de la eforturi unitare M_{zi} pentru
 schema nr.1 de incarcare, ($F_1=1KN$).



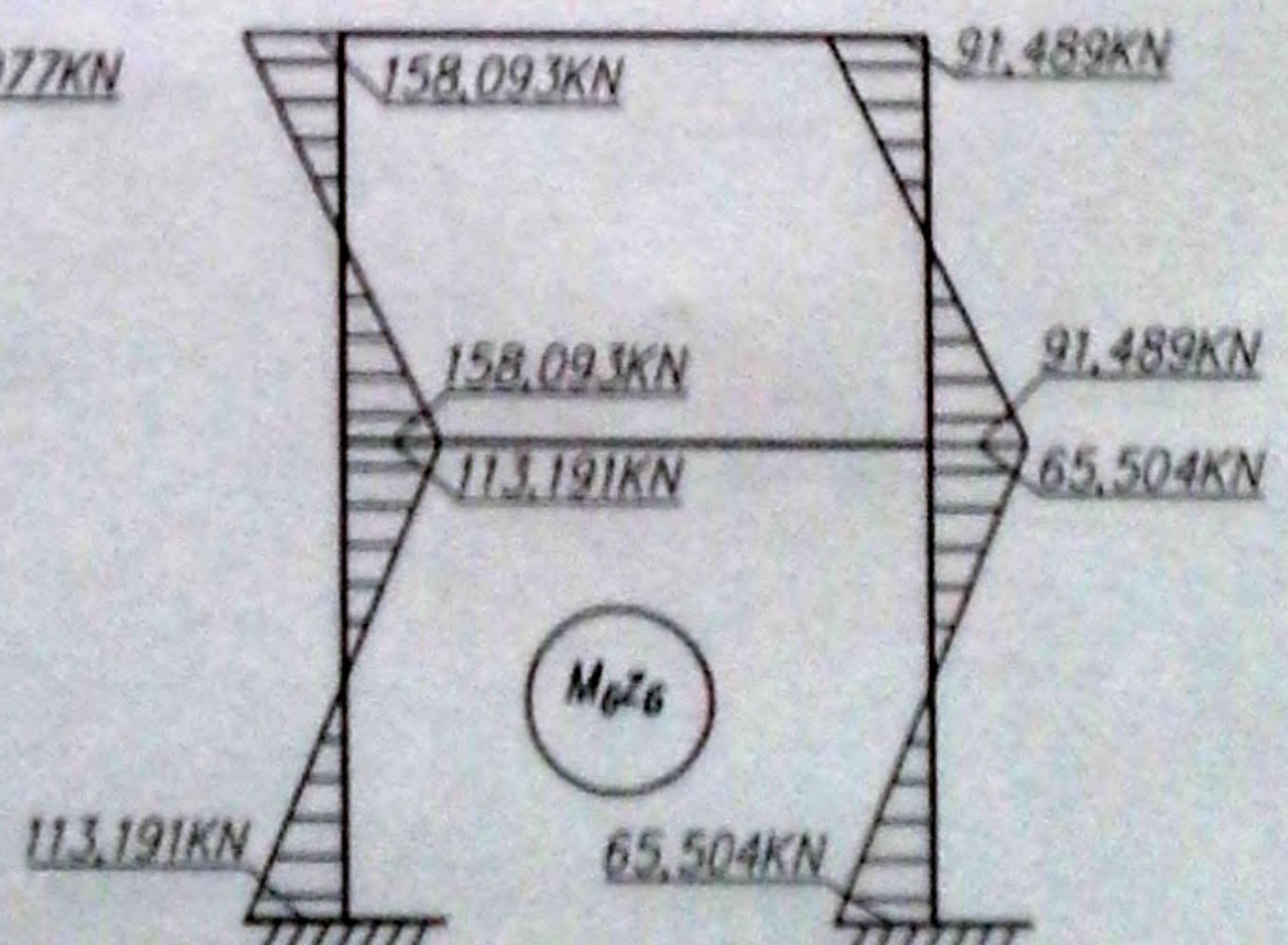
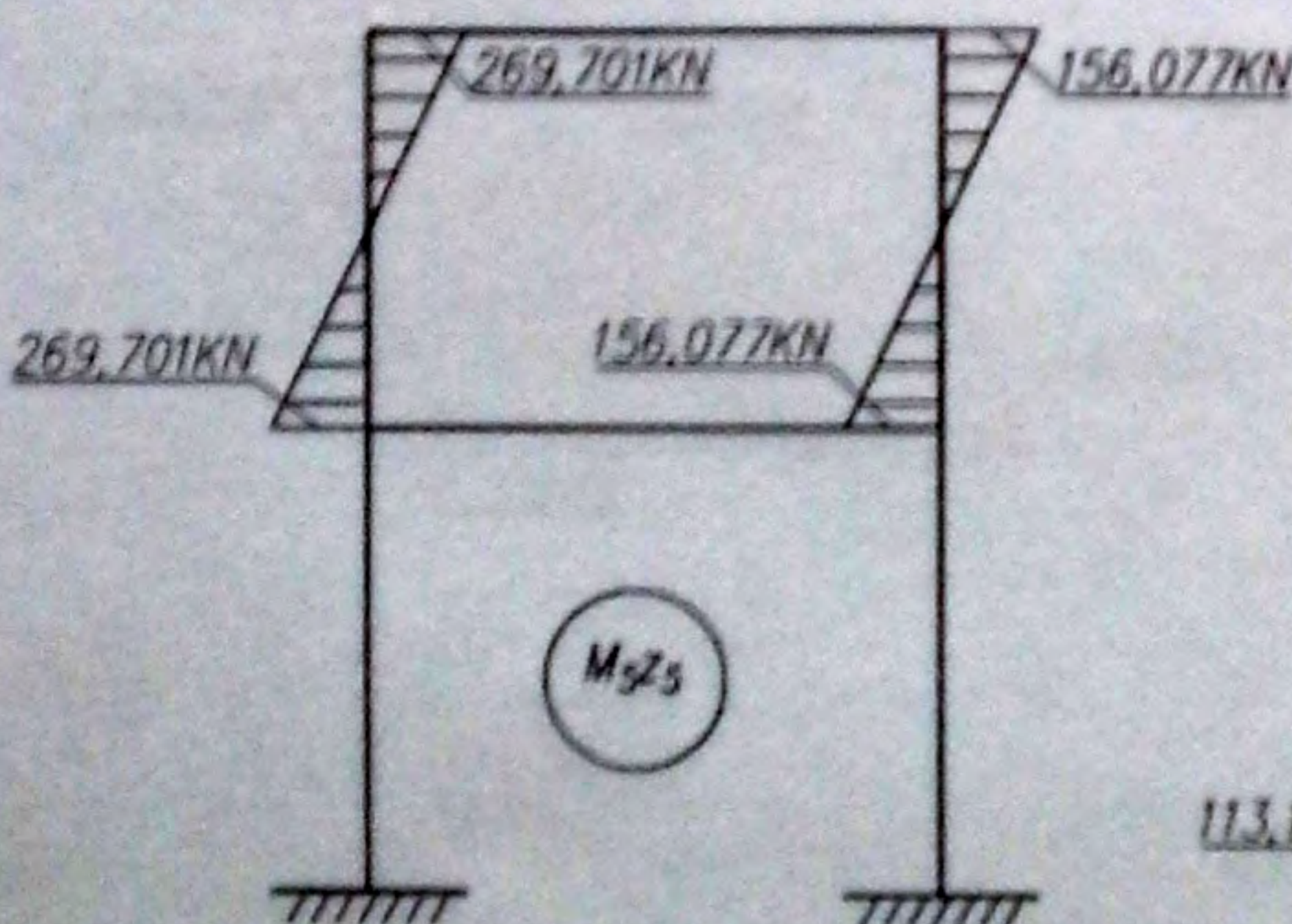
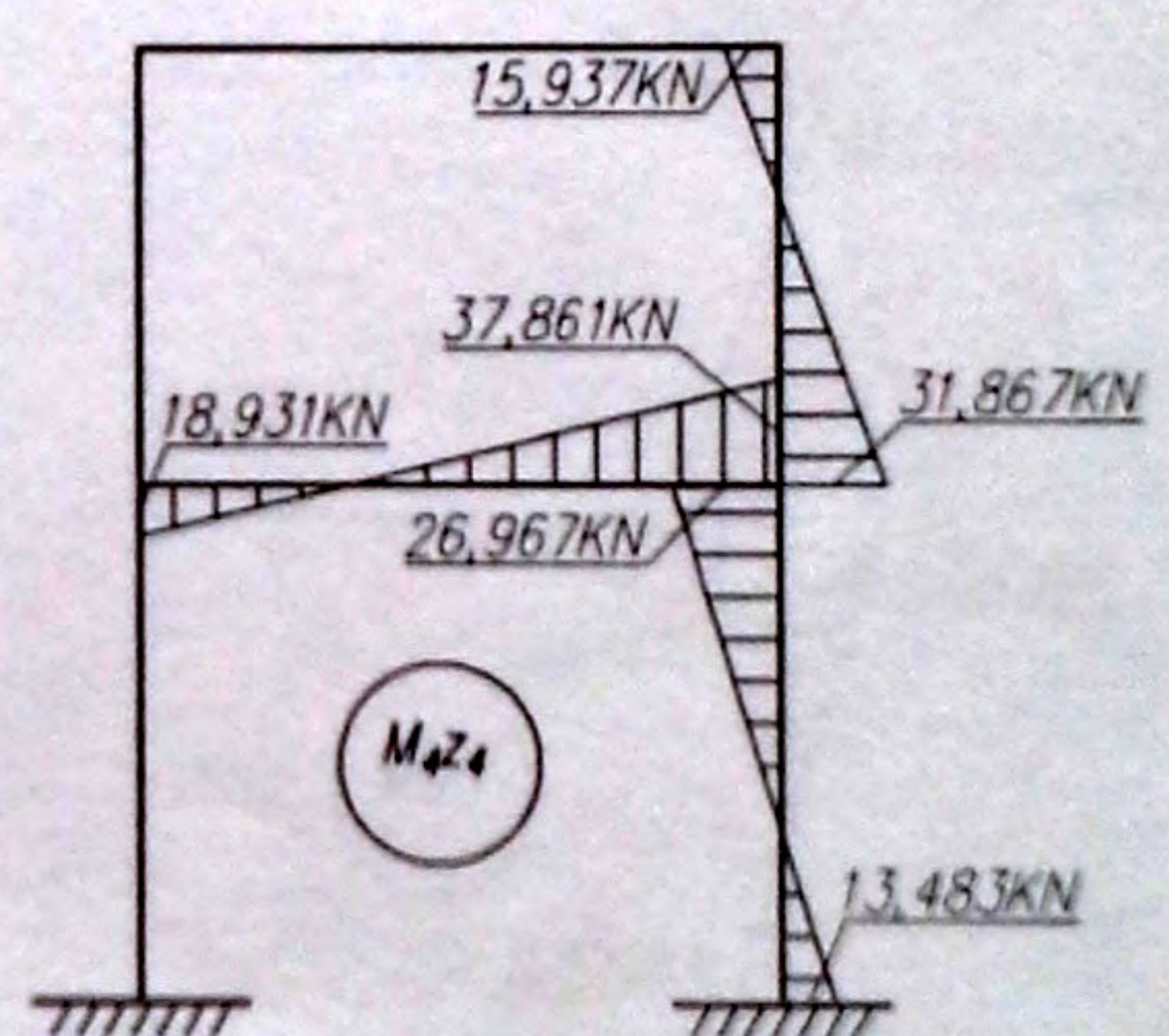
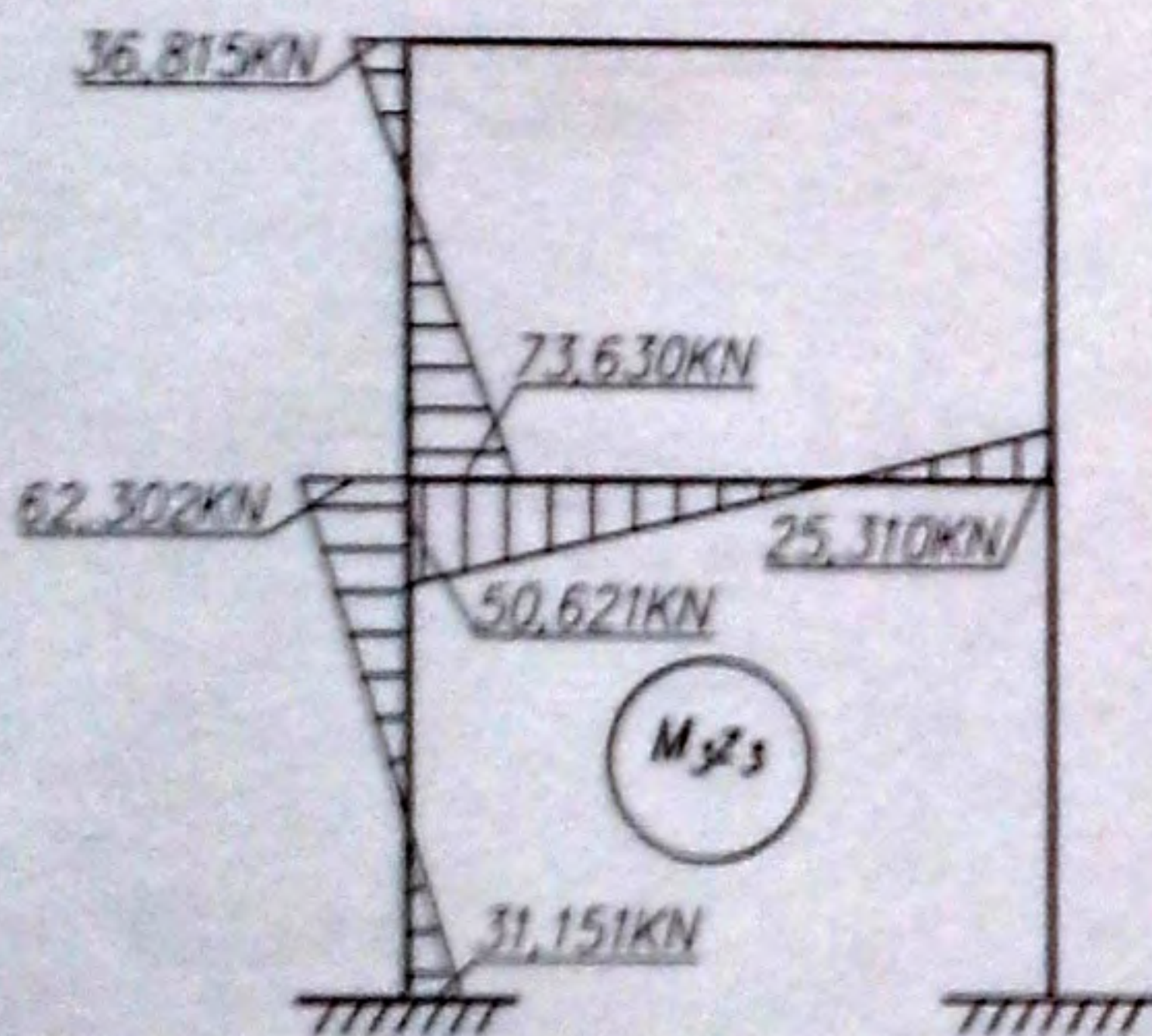
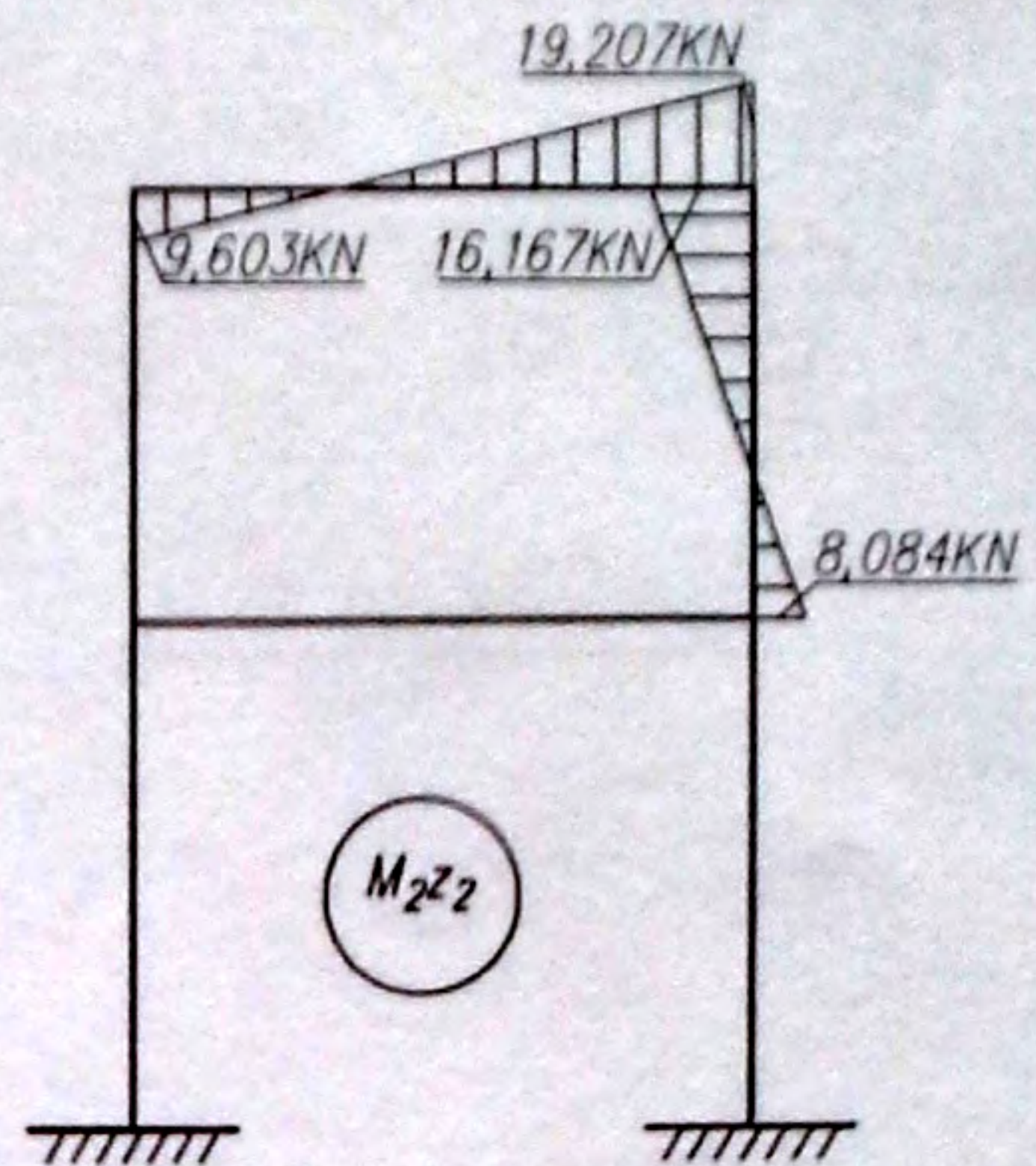
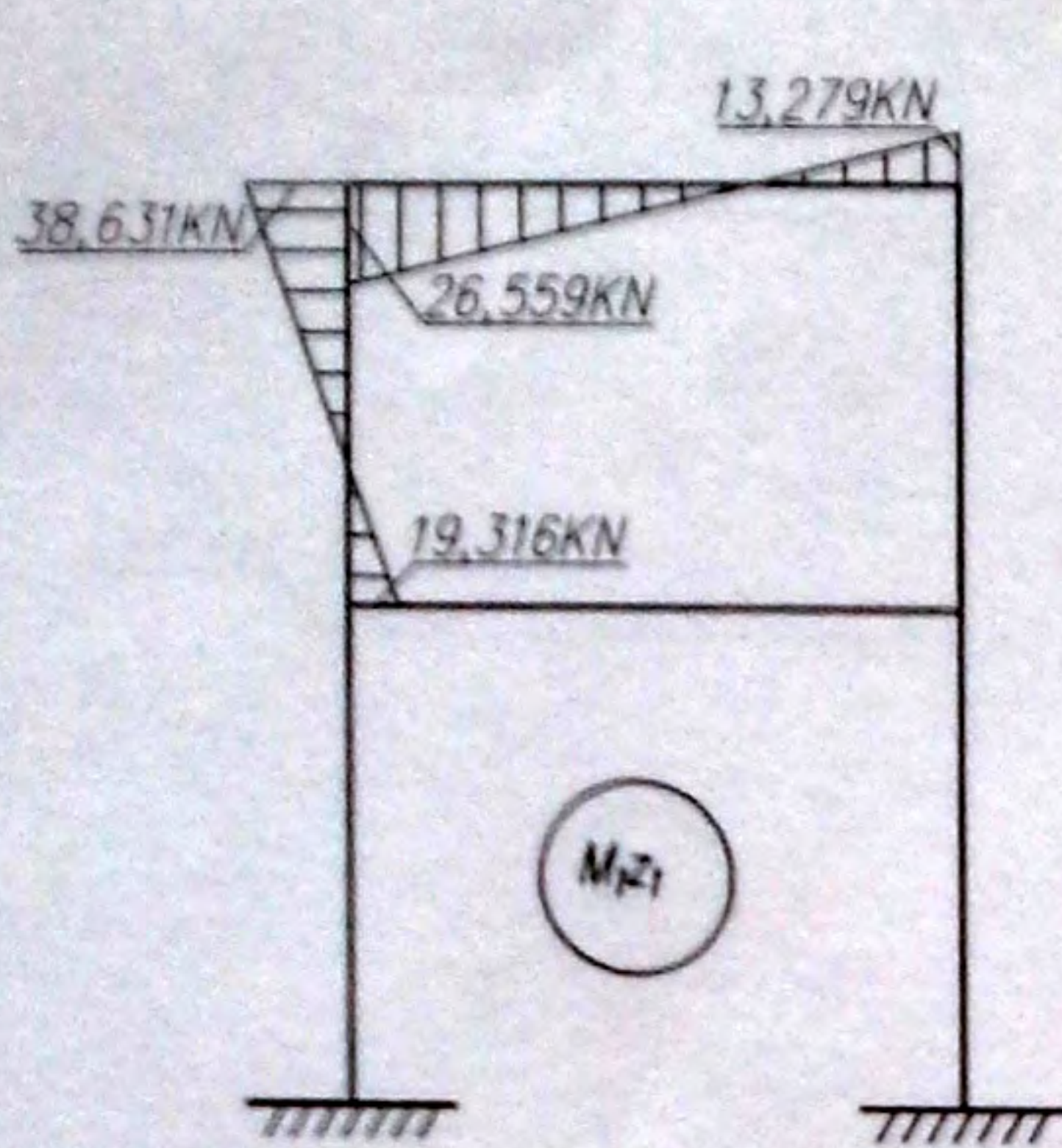
| | | | | |
|-----|-------|--------------|---------|------|
| Mod | Coala | Nr. document | Semnat. | Data |
|-----|-------|--------------|---------|------|

Diagramele de la eforturi unitare M_{izi} pentru schema nr.2 de incarcare, ($F_2=1KN$).

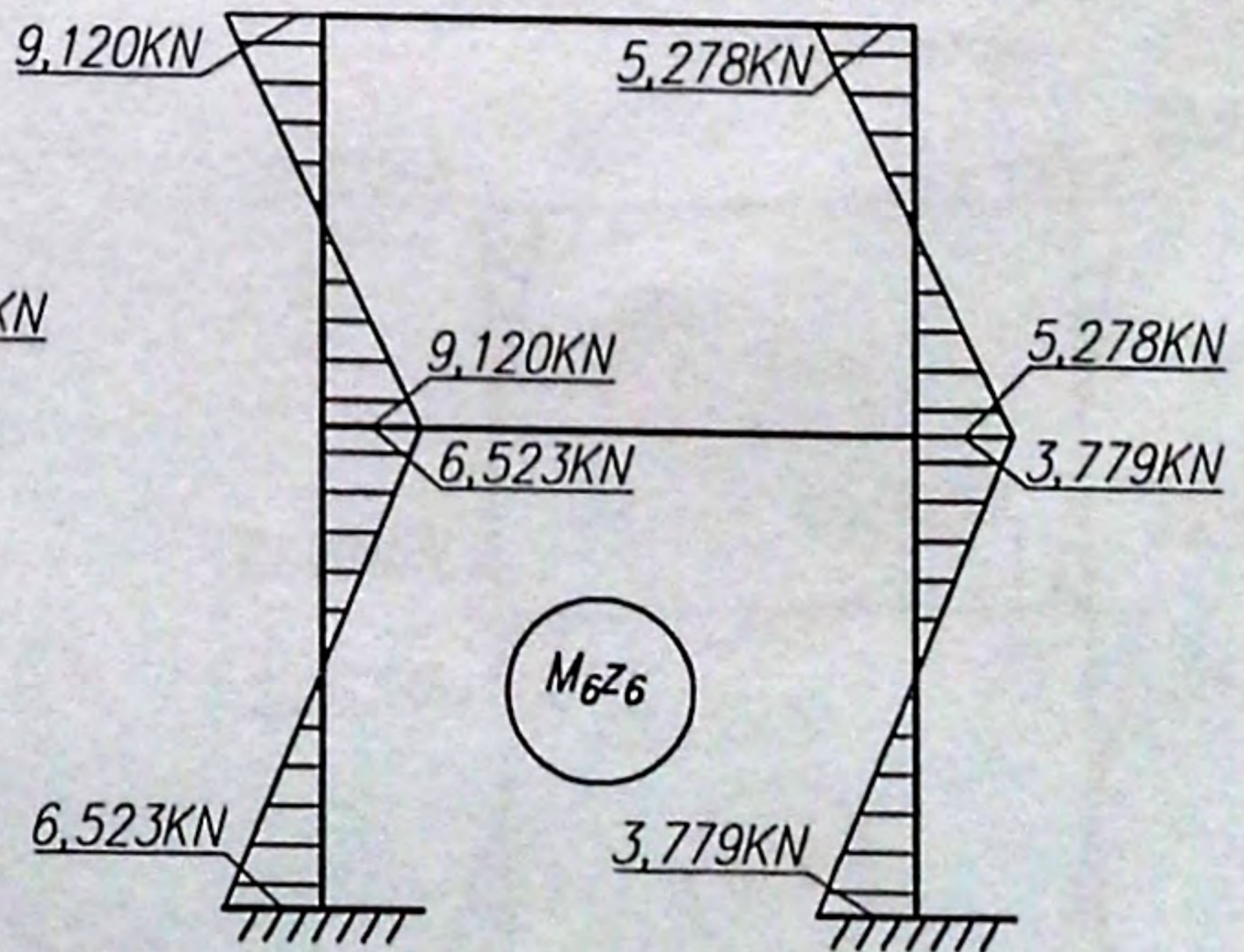
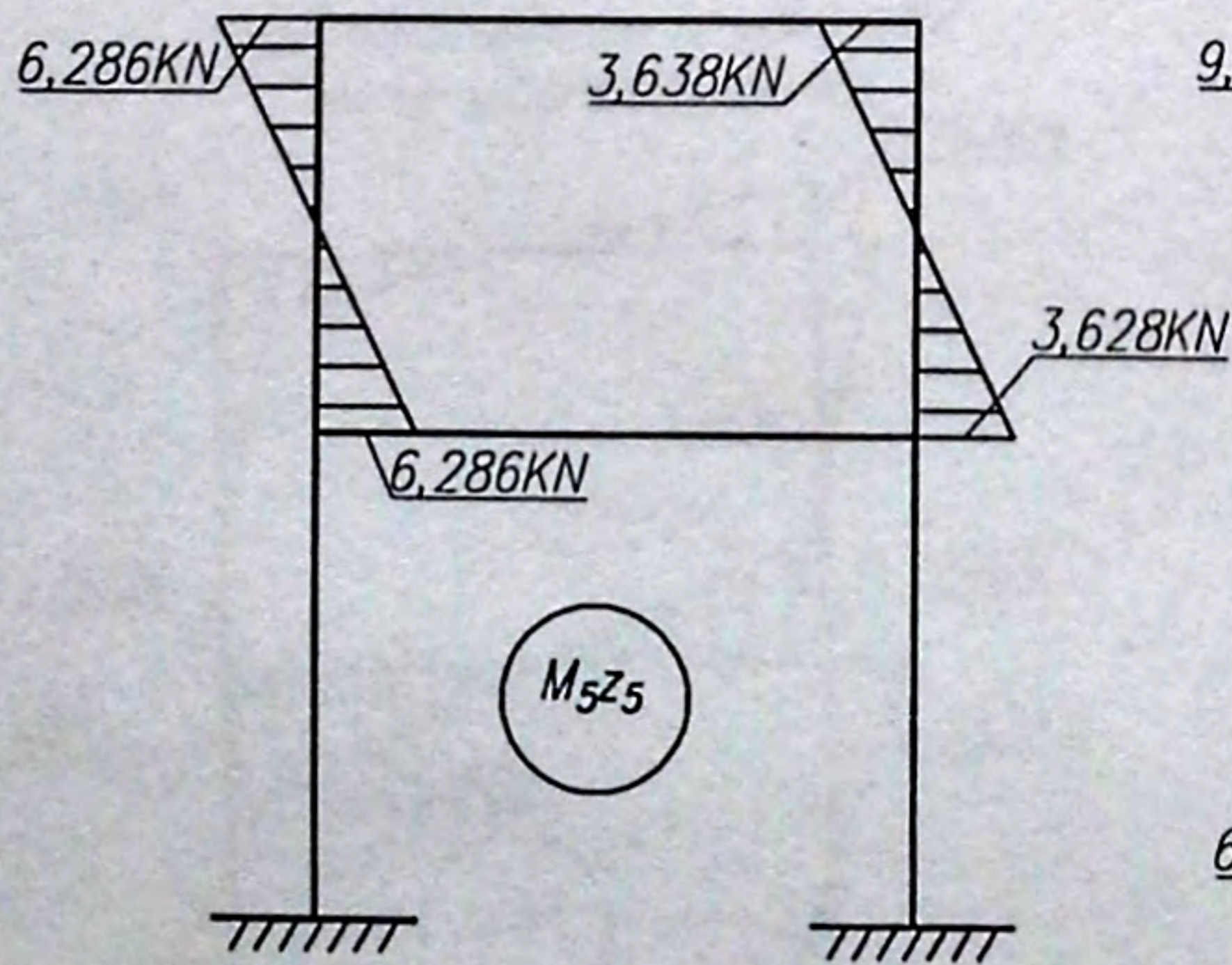
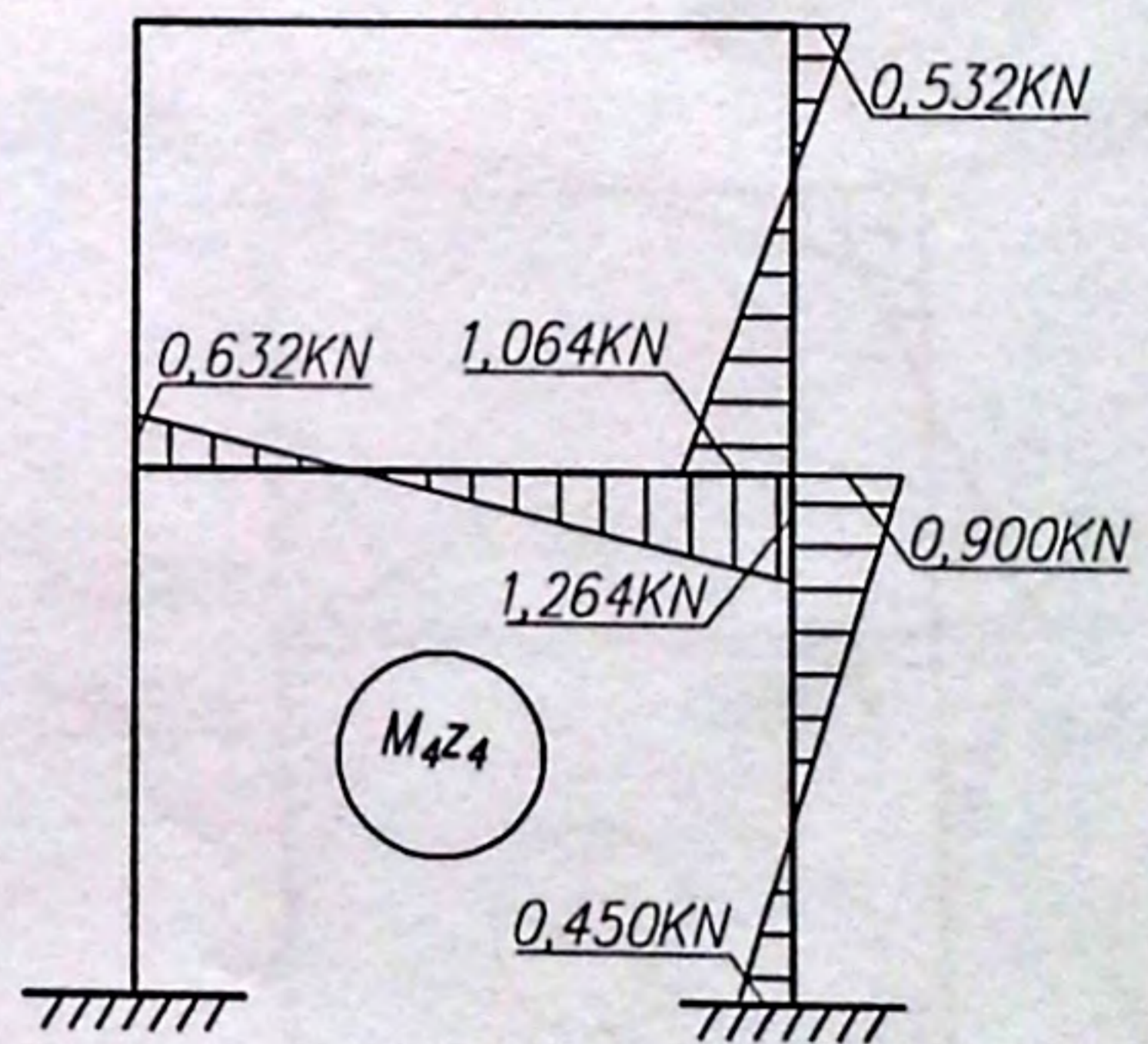
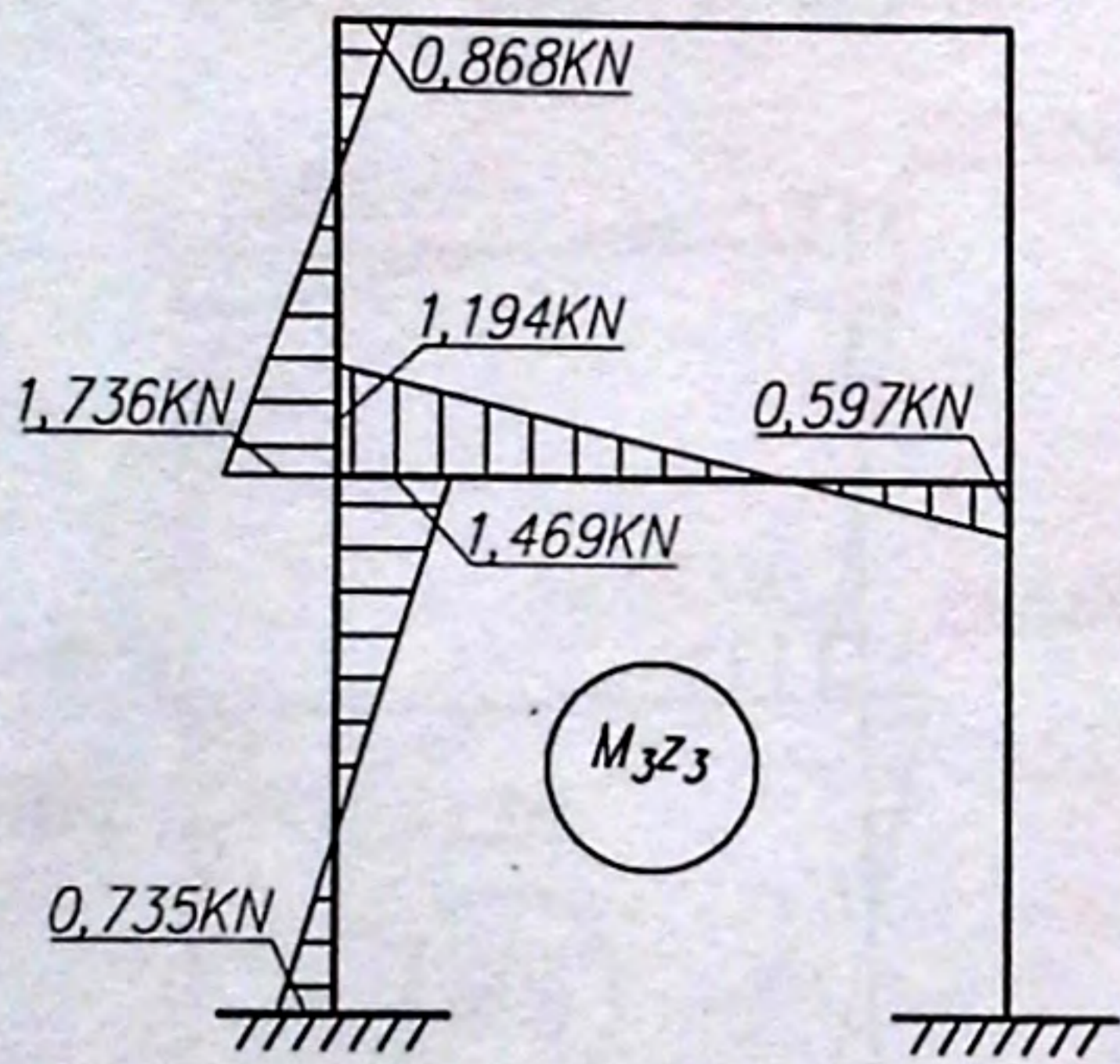
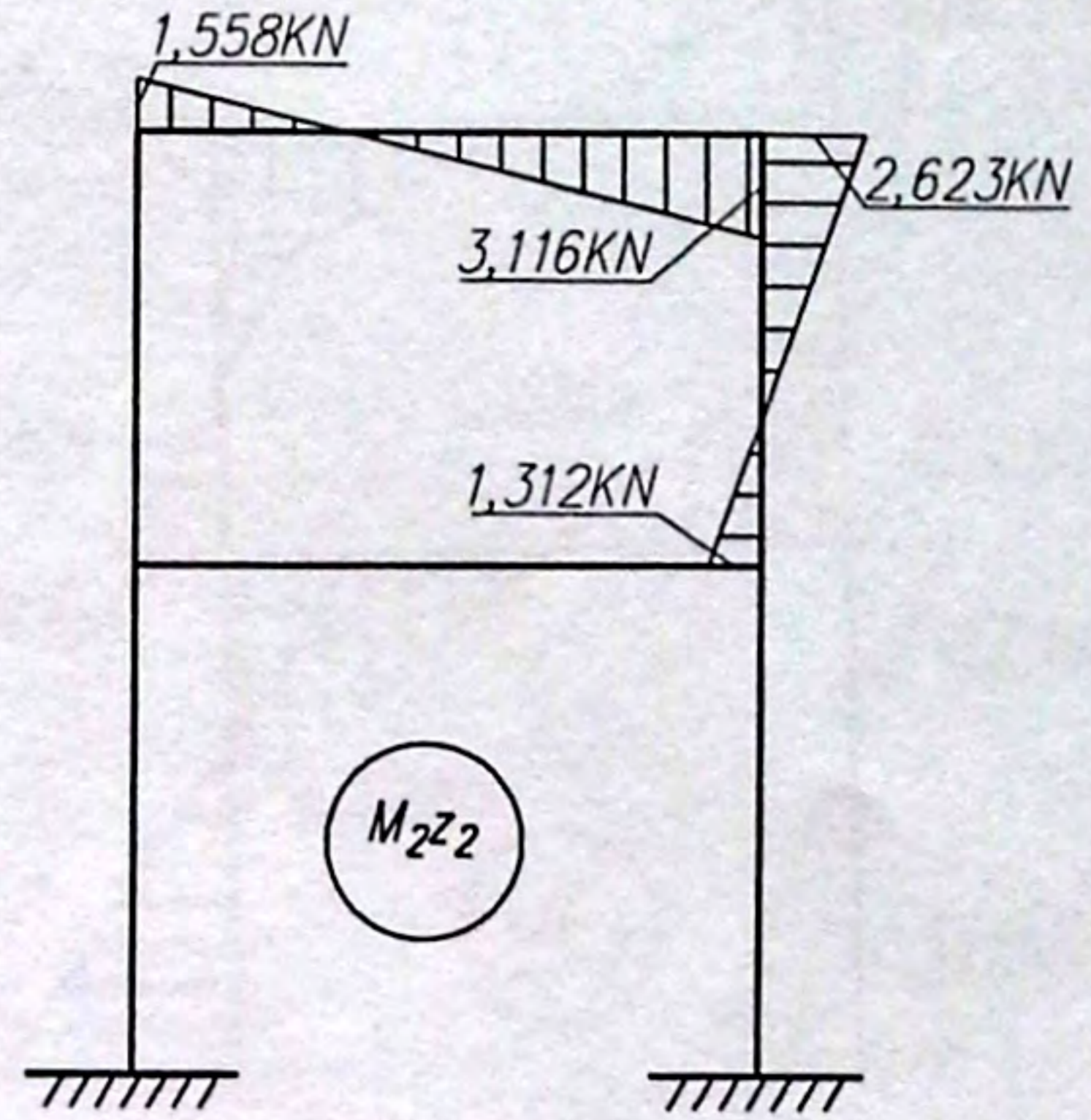
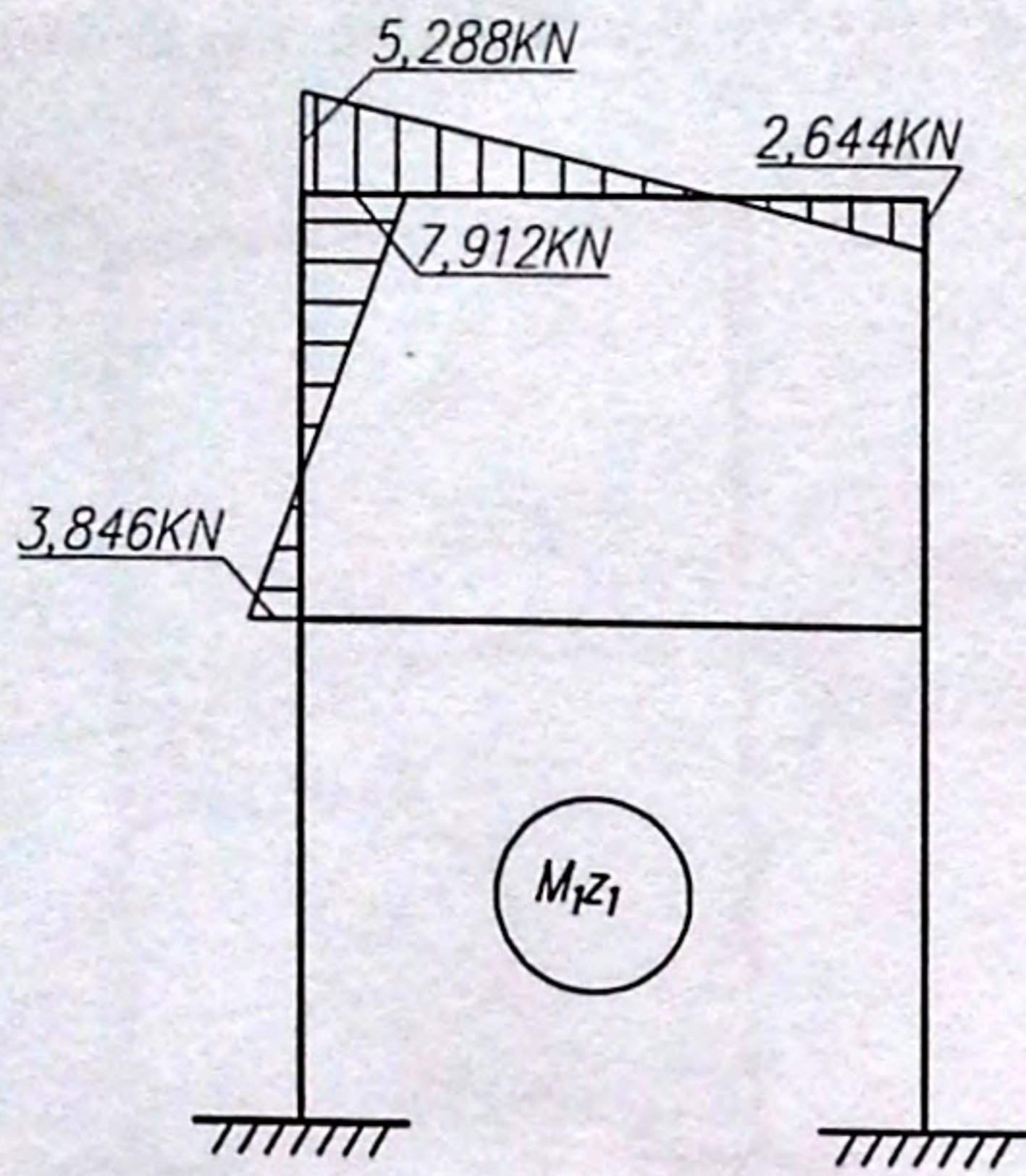


| | | | | |
|------|-------|---------------|---------|------|
| Mod. | Coala | Nr. document. | Semnat. | Data |
|------|-------|---------------|---------|------|

Diagramele de la eforturi unitare M_{zi} de la incarcarea seismica pentru forma 1 de oscilatie.



Diagramele de la eforturi unitare M_{izi} de la incarcarea seismica pentru forma 2 de oscilatie.



| | | | | |
|------|-------|---------------|---------|------|
| Mod. | Coala | Nr. document. | Semnat. | Data |
|------|-------|---------------|---------|------|

Diagramele sumare

Diagrama sumara pentru
schema nr.1 de incarcare, ($F/1=1KN$).

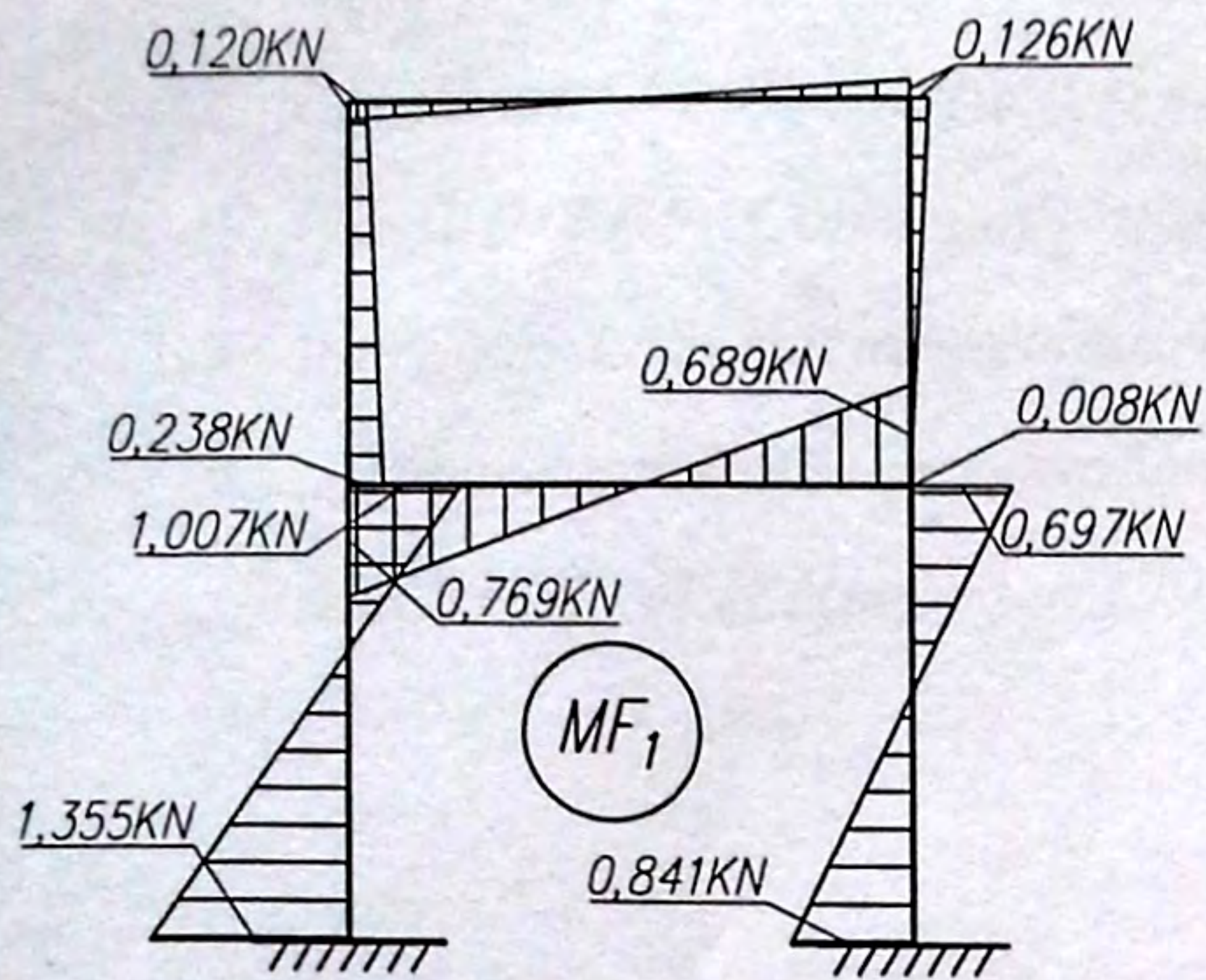


Diagrama sumara pentru
schema nr.1 de incarcare, ($F/1=1KN$).

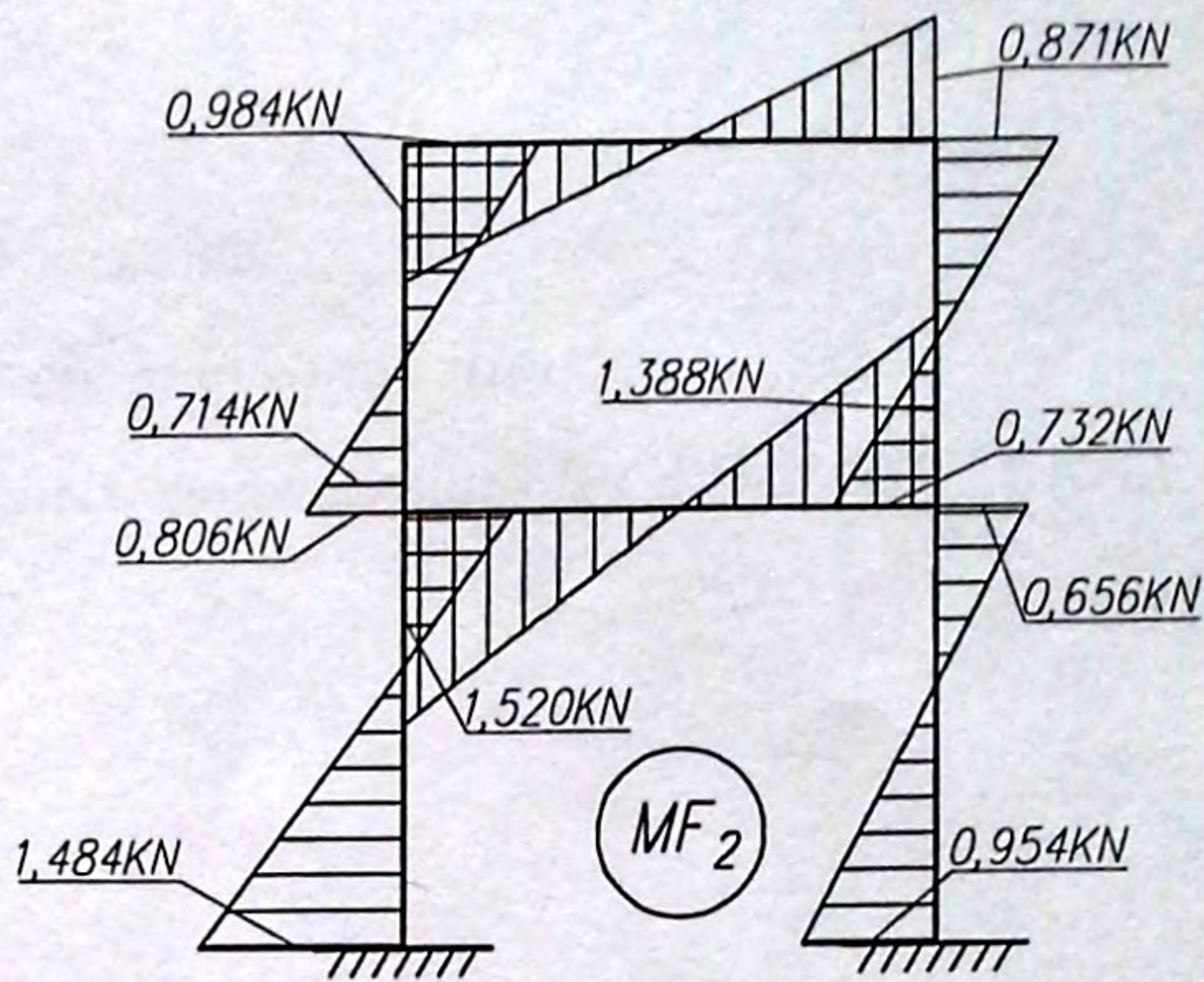


Diagrama sumara de la incarcarea
seismica, forma 1 de oscilatie.

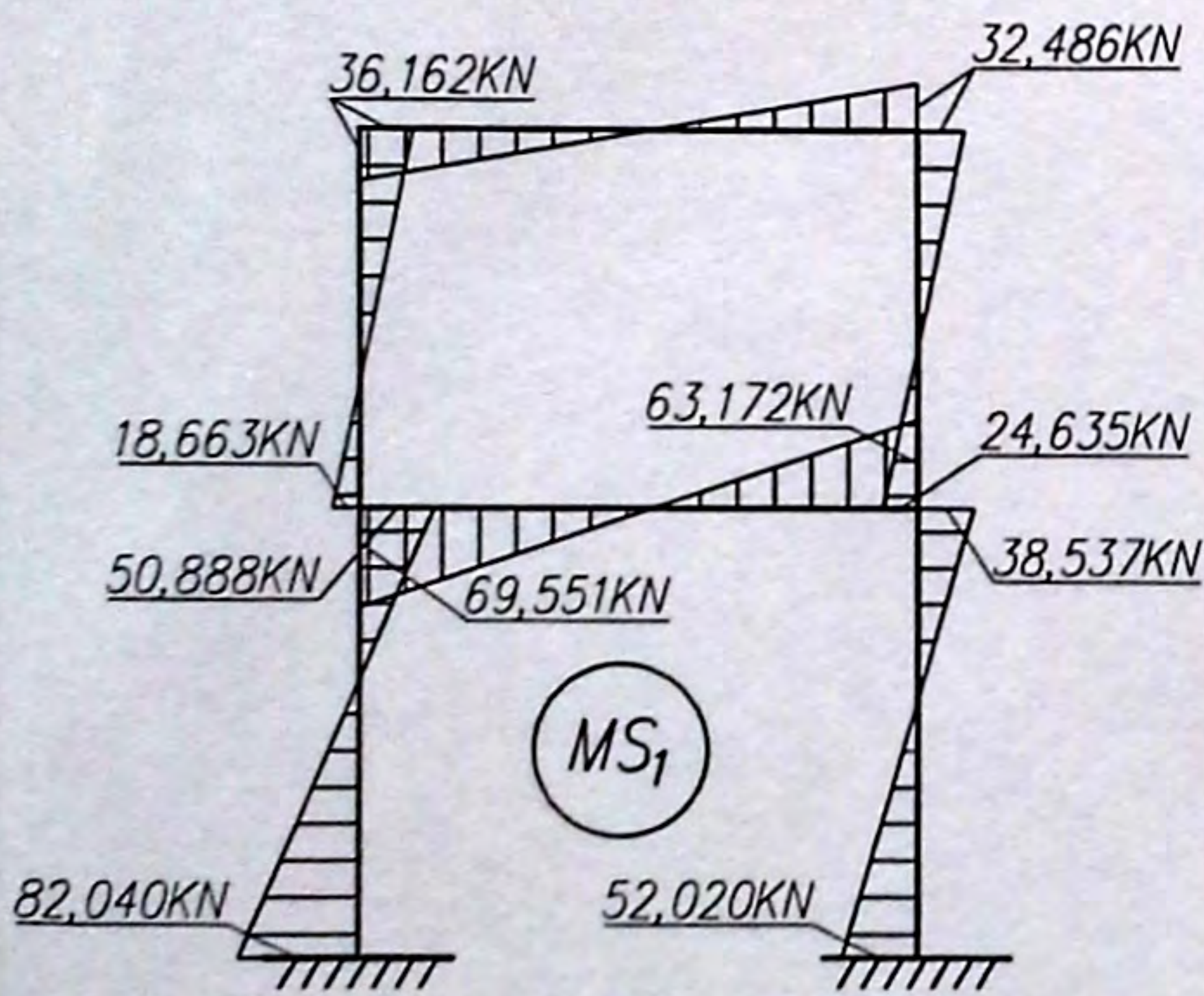


Diagrama sumara de la incarcarea
seismica, forma 2 de oscilatie.

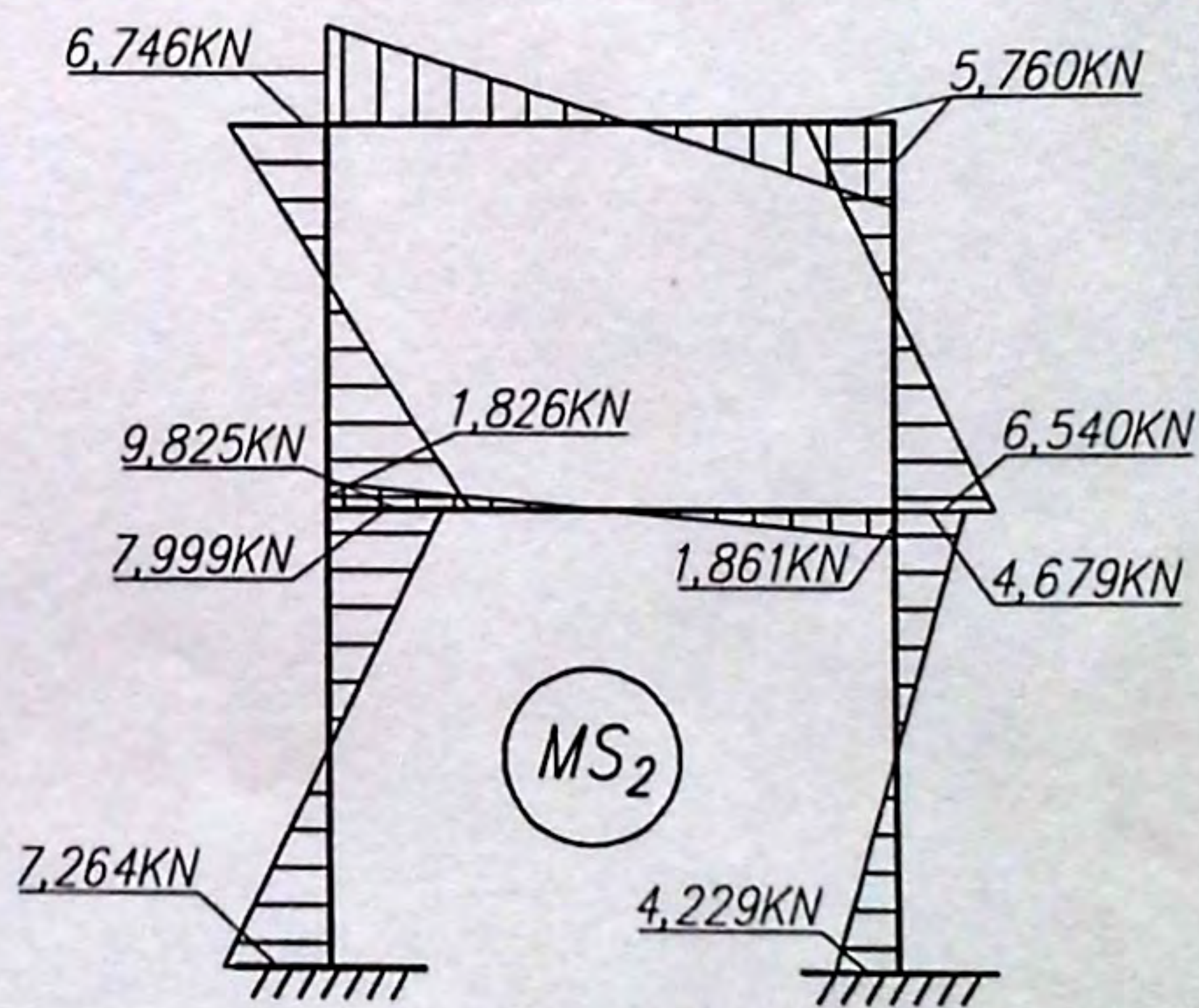


Diagrama sumara a eforturilor
de la incarcare unitara

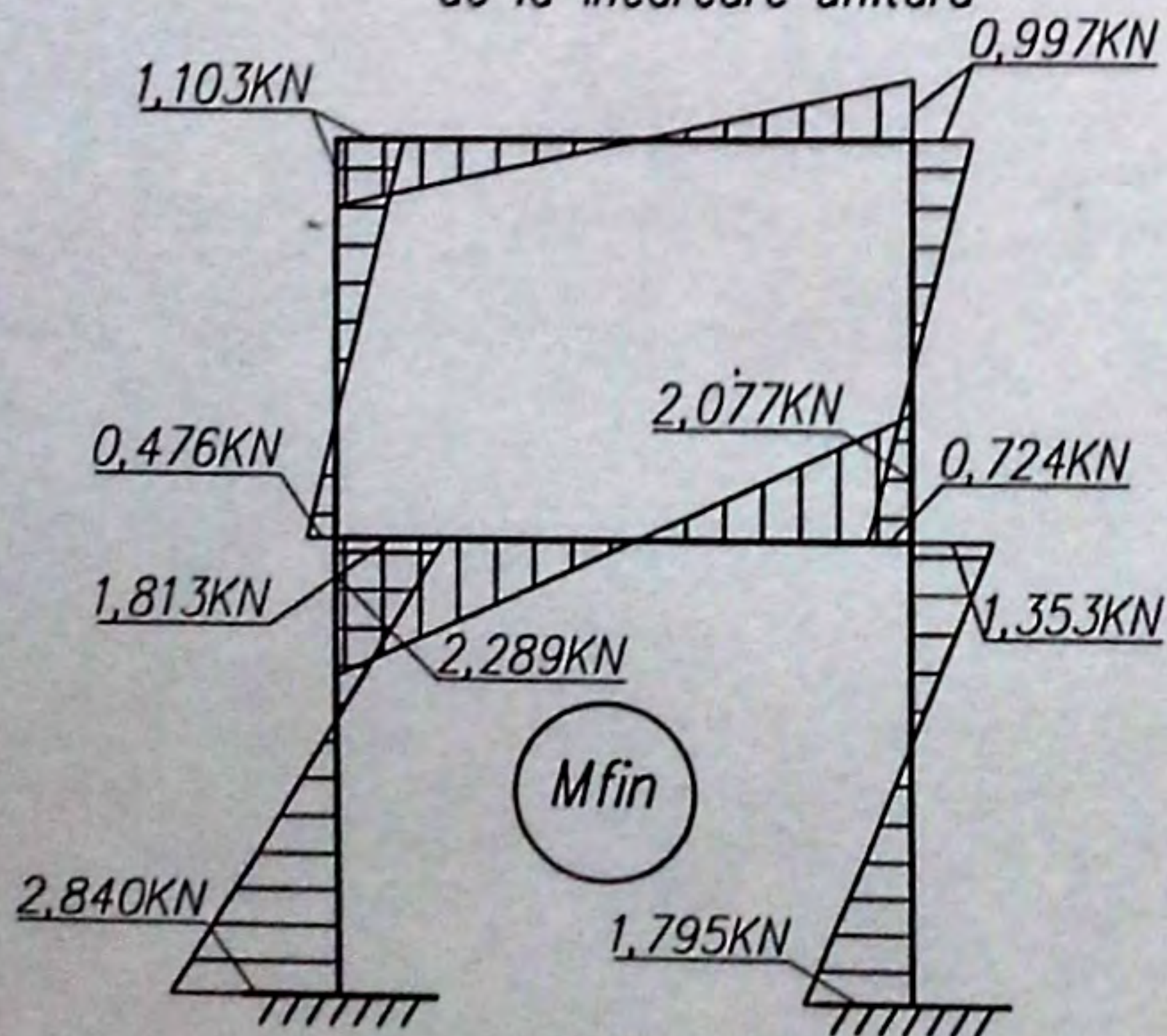
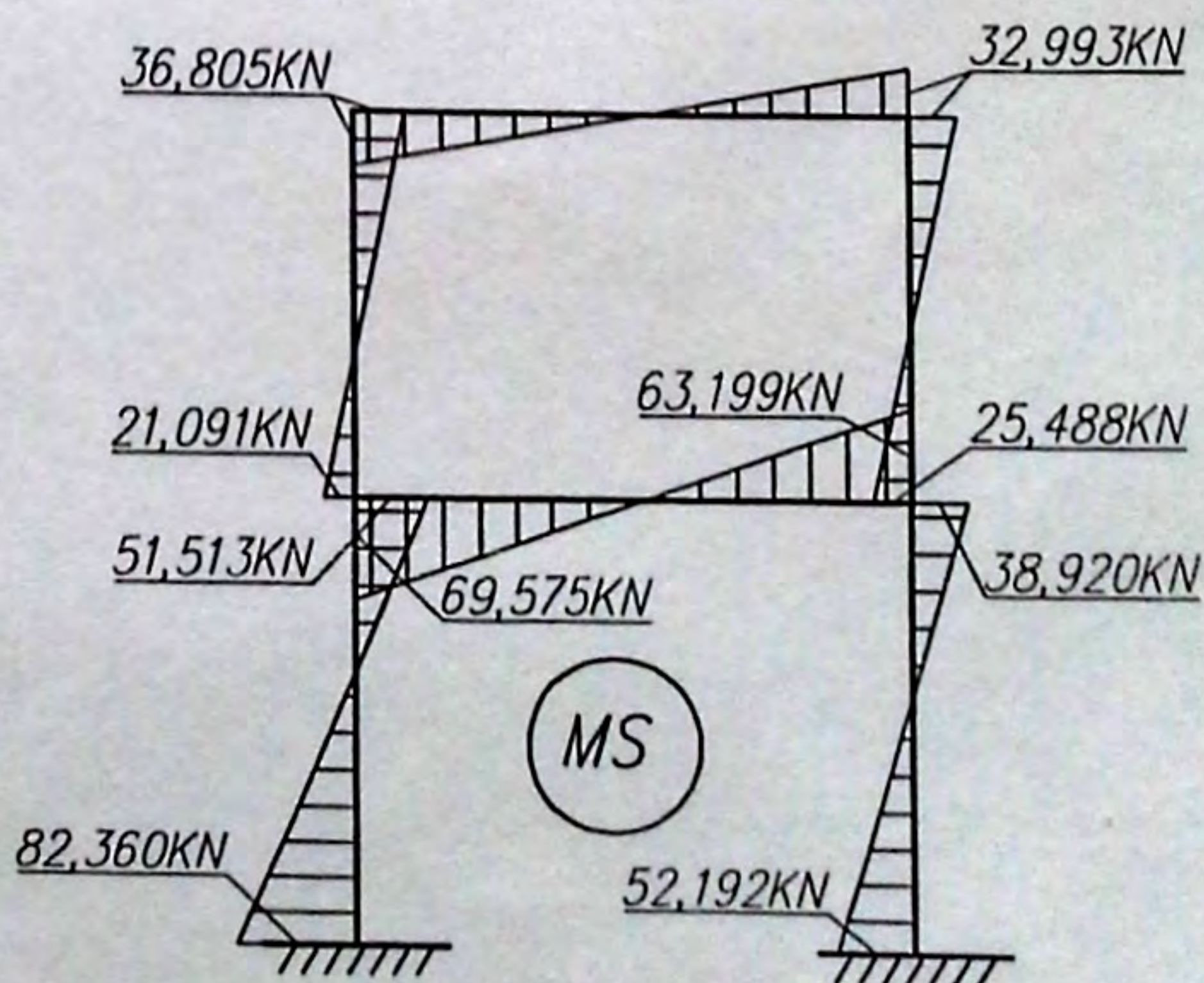


Diagrama sumara de la incarcarea
seismica totala.



| | | | | |
|------|-------|---------------|---------|------|
| Mod. | Coala | Nr. document. | Semnat. | Data |
| | | | | |

Proiect de curs

Coala

22