



CZU 666.972 (075.8)

C 71

**Referenți științifici:**

Prof. univ. dr. ing. Marcel Patraș  
Prof. univ. dr. ing. Nicolae Florea

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții  
Corobceanu, Vladimir

Beton armat / Vladimir Corobceanu. Ch.: Tehnica – Info, 2002

(Tipogr. Iași). – 206 p.

ISBN: 9975-63-104-5

120 ex.

666.972 (075.8)

**Tehnoredactare computerizată:**

Asist. univ. dr. ing. Vladimir Corobceanu

**Coperta:**

Asist. univ. dr. ing. Vladimir Corobceanu

**Grafica:**

Asist. univ. dr. ing. Vladimir Corobceanu

**ISBN: 9975-63-104-5**

Toate drepturile sunt rezervate autorului  
Copyright © Vladimir Corobceanu 2002

**CUVÂNT ÎNAINTE**

Din modesta mea experiență didactică, dar din cu mult mai bogata celor care mi-au fost și-mi sunt mentori, a rezultat suficient de evident că pentru studenții anului III și IV cursuri de zi, respectiv seral, ai Facultății de Construcții și Arhitectură, studiul disciplinei de Beton armat și precomprimat se asociază întotdeauna cu unele dificultăți. Nu ader la părerea celor care susțin că această disciplină este de maximă dificultate.

După cum este cunoscut, numeroși studenți nu se rezumă numai la cunoștințele predate la curs și apelează frecvent la manuale sau tratate de specialitate. Obiecția principală adusă acestora este că prezintă un volum exagerat de mare de cunoștințe și că selectarea celor principale reclamă un consum important de timp, iar discernământul unui student, aflat la jumătatea studiilor universitare, nu este întotdeauna de natură a le selecta cu obiectivitate.

Fiind încă de vârstă mai apropiată tinerilor mei învățăcei, am conceput un material care să răspundă mai concret cerințelor lor, prezentând, cu mici excepții, cunoștințele principale care trebuie asimilate pe parcursul primului semestru de studiu al disciplinei de Beton armat și precomprimat. Deci această carte li se adresează cu precădere, putând a fi însă consultată și de alți practicieni ai betonului armat.

Prezentul volum se încheie cu calculul elementelor solicitate la încovoiere la stările limită ultime, urmând ca verificările la cele ale exploatării normale și principiile de alcătuire să reprezinte debutul celui de al doilea volum.

Trebuie de menționat și faptul că în prezent sunt relativ puține lucrări în domeniu care să fie racordate la actualele prescripții de calcul. O carte se scrie greu, dar din păcate se redactează și se publică și mai greu. Deci explicații pentru penuria semnalată există și sunt perfect justificate. Din acest motiv orice apariție a unei asemenea lucrări, indiferent de centrul universitar în care apare, trebuie primită cu satisfacție și împlinire atât de autori, dar mai ales de cei cărora li se adresează.

Nutresc speranța că această modestă apariție va fi tratată în spiritul anterior menționat, ceea ce pentru mine va însemna un serios imbold pentru viitor. Acest deziderat nu exclude căuși de puțin acceptul unor critici sau sugestii pentru formularea cărora mă văd obligat să mulțumesc cu anticipație.

Iași ianuarie 2002

dr. ing. Vladimir Corobceanu

## CUPRINS

I. Introducere.....	9
I. 1 Noțiunea de beton armat.....	9
I. 2 Domeniile de utilizare ale betonului armat.....	14
I. 3 Istoricul dezvoltării betonului armat.....	17
II. Structura pietrei de ciment și a betonului.....	19
II. 1 Compoziția mineralogică și hidratarea cimentului.....	19
II. 2 Proprietățile produșilor de hidratare.....	22
II. 3 Structura betonului.....	23
II. 4 Proprietățile fizice ale betonului întărit.....	24
III. Deformațiile betonului.....	27
III. 1 Deformațiile de volum ale betonului. Contractia și umflarea.....	27
III. 2 Deformații produse de creșterea temperaturii.....	31
III. 3 Deformații produse de acțiunea încărcărilor.....	32
III. 3. 1 Comportarea betonului la compresiune.....	32
III. 3. 2 Deformațiile betonului sub încărcări de scurtă durată.....	34
III. 3. 3 Deformațiile betonului sub încărcări repetate.....	36
III. 3. 4 Modulii de deformație ai betonului.....	38
III. 3. 5 Deformațiile betonului sub încărcări de lungă durată.....	42
IV. Ruperea și rezistențele betonului.....	47
IV. 1 Ruperea prin întindere a betonului.....	47
IV. 2 Ruperea prin compresiune a betonului.....	48
IV. 3 Rezistențele la compresiune ale betonului.....	49

IV. 3. 1 Rezistența cubică. Marca betonului.....	49
IV. 3. 2 Rezistența prismatică. Rezistența cilindrică.....	51
IV. 3. 3 Rezistența la compresiune din încovoiere.....	52
IV. 3. 4 Rezistența la strivire.....	53
IV. 4 Rezistența la întindere a betonului.....	54
IV. 4. 1 Rezistența la întindere din încovoiere.....	55
IV. 5 Rezistența la forfecare a betonului.....	59
IV. 6 Teoriile de rupere ale betonului.....	59
V. Armături pentru betonul armat.....	62
V. 1 Structura oțelului.....	63
V. 2 Deformațiile oțelului.....	65
V. 3 Prelucrarea oțelului.....	67
V. 4 Sudabilitatea oțelurilor.....	68
V. 5 Curgerea lentă a oțelurilor.....	69
V. 6 Coroziunea oțelurilor.....	69
V. 7 Oboseala oțelurilor.....	70
V. 8 Oțeluri pentru armături folosite frecvent în România.....	71
VI. Conlucrarea betonului cu armătura.....	73
VI. 1 Aderența și natura acesteia.....	73
VI. 2 Determinarea tensiunilor de aderență.....	75
VI. 3 Factorii care influențează aderența.....	76
VI. 4 Ancorarea barelor.....	78
VII. Tensiuni inițiale în elementele de beton armat.....	80
VII. 1 Con tracția betonului armat (cazul armării simetrice).....	80
VII. 2 Con tracția betonului armat (cazul armării nesimetrice).....	82
VIII. Stadiile de lucru ale betonului armat.....	86
VIII. 1 Stadiile de lucru la întindere.....	86
VIII. 2 Stadiile de lucru la compresiune.....	88

VIII. 3 Studii de lucru la încovoiere.....	88
IX. Bazele calculului elementelor de beton armat.....	91
IX. 1 Metoda rezistențelor admisibile.....	91
IX. 2 Metoda la rupere.....	100
IX. 3 Metoda stărilor limită.....	103
X. Calculul elementelor de beton simplu.....	111
X. 1 Calculul elementelor sollicitate la încovoiere.....	112
X. 2 Calculul elementelor sollicitate la compresiune excentrică.....	116
X. 3 Calculul la compresiune locală.....	122
XI. Elemente de beton armat sollicitate la compresiune centrică.....	126
XI. 1 Elemente cu armătură longitudinală flexibilă și etrieri.....	127
XI. 2 Stâlpi cu armătură rigidă.....	129
XI. 3 Stâlpi și elemente fretate.....	130
XII. Elemente de beton armat sollicitate la întindere centrică.....	136
XII. 1 Comportarea sub acțiunea încălzirilor.....	136
XII. 2 Calculul la starea limită de rezistență.....	139
XII. 3 Calculul la starea limită de fisurare.....	139
XII. 4 Prescripții de alcătuire.....	143
XII. 5 Rigiditatea elementelor.....	144
XIII. Elemente de beton armat sollicitate la încovoiere.....	145
A. Acțiunea momentului încovoietor.....	146
XIII. 1 Comportarea sub acțiunea momentului încovoietor.....	146
XIII. 2 Calculul la starea limită de rezistență.....	149
XIII. 2. 1 Secțiunea monosimetrică de formă oarecare.....	149
XIII. 2. 2 Secțiunea dreptunghiulară simplu armată.....	149
XIII. 2. 3 Elemente simplu armate cu secțiunea în formă de T.....	153
XIII. 2. 4 Elemente dublu armate cu secțiunea de formă oarecare.....	158
XIII. 2. 5 Elemente dublu armate cu secțiunea dreptunghiulară.....	161

XIII. 2. 6 Elemente dublu armate cu secțiunea în firmă de T.....	162
B. Acțiunea forței tăietoare.....	165
XIII. 3 Tensiuni tangențiale în grinzile de beton armat.....	165
XIII. 4 Tensiuni principale.....	168
XIII. 5 Starea limită de acțiunea forței tăietoare.....	171
XIII. 6 Calculul la starea limită de rezistență în secțiuni înclinate.....	173
XIII. 7 Procedee simplificate de calcul la acțiunea forței tăietoare.....	179
XIII. 7. 1 Armarea transversală cu etrieri verticali.....	179
XIII. 7. 2 Armarea transversală cu etrieri și bare înclinate.....	182
XIII. 8 Procedeul detaliat de calcul la acțiunea forței tăietoare.....	184
XIII. 9 Soluția de armare cu armături înclinate uniform distribuite	185
XIII. 10 Verificarea în secțiuni înclinate la acțiunea momentului încovoietor.....	186
XIII. 11 Cazuri particulare de calcul la forță tăietoare.....	187
XIII. 11. 1 Console scurte.....	187
XIII. 11. 2 Colțurile grinzilor frânte.....	189
XIII. 11. 3 Încărcări aplicate pe înălțimea grinzii suspendate.....	190
XIII. 12 Criterii de proiectare optimă a elementelor la starea limită de rezistență.....	192
XIII. 12. 1 În secțiuni normale la acțiunea momentului încovoietor.....	192
XIII. 12. 2 În secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare.....	195
C. Calculul la starea limită de oboseală.....	196
Bibliografie.....	200

## I. INTRODUCERE

### I. 1 Noțiunea de beton armat

Betonul armat este un material compozit alcătuit din alte două materiale cu proprietăți fizico - mecanice total diferite: betonul și armătura.

Betonul, utilizat în elementele de beton armat și beton precomprimat, este un material de construcție artificial obținut din întărirea unui amestec de ciment, apă, agregate și uneori adaosuri, în anumite proporții. După hidratare și hidroliză cimentul se întărește înglobând agregatele și se transformă într-un corp dur, rezistent denumit piatră de ciment. Aceasta reprezintă elementul esențial de legătură dintre particulele de diferite dimensiuni ale agregatelor.

Utilizarea cu succes a betonului în construcții se datorează calităților sale, cum ar fi posibilitatea de a realiza orice formă și durabilitate bună în condiții normale de exploatare. Datorită structurii sale mixte, betonul este inhomogen și anizotrop (are proprietăți mecanice diferite după direcții diferite) cu deformații de natură elastică, vâscoasă și plastică. Proprietățile de deformare ale betonului se modifică în timp pe măsura întăririi pietrei de ciment, care este componenta în continuă transformare.

Betonul este caracterizat prin rezistența sa mare la compresiune, dar ca și în cazul pietrelor naturale are rezistență foarte mică la întindere. În funcție de calitate betonului raportul dintre rezistența la compresiune ( $R_c$ ) și rezistența la întindere ( $R_t$ ) este cuprins între limitele:

$$\frac{R_c}{R_t} = 10 \div 20$$

Capacitatea de deformare a betonului este limitată, betonul fiind un material casant: deformațiile specifice la care se produce ruperea (numite deformații limită) au valori mici, pentru întindere chiar foarte mici:

- Compresiune:  $\varepsilon_{bc} = 2 \div 3,5 \%$
- Întindere:  $\varepsilon_{bt, \text{lim}} = 0,1 \div 0,15 \%$

Din aceste motive **betonul simplu** poate fi utilizat rațional în elemente de construcții solicitate preponderent la compresiune, cum ar fi:

- Fundații masive
- Îmbrăcăminți rutiere
- Construcții hidrotehnice, etc.

Capacitatea sa de rezistență foarte redusă la întindere, ca și deformabilitatea extrem de mică la această solicitare limitează sever domeniile de utilizare a materialului pentru alte tipuri de solicitări.

Pentru elementele solificate la încovoiere, o grindă din beton simplu cedează brusc, ruperea fiind casantă din cauza rezistenței mici la întindere și se produce prin desplicarea grinzii la apariția primei fisuri care străbate rapid secțiunea. În exemplul ales (fig. 1.1), ruperea s-a produs brusc, necontrolat prin întindere din încovoiere, fără a se utiliza principala calitate a betonului simplu și anume rezistența sa mare la compresiune. I.a

cel element moment încovoietor, la care se produce apariția primei și a două fisuri, este egal cu momentul încovoietor de rupere.

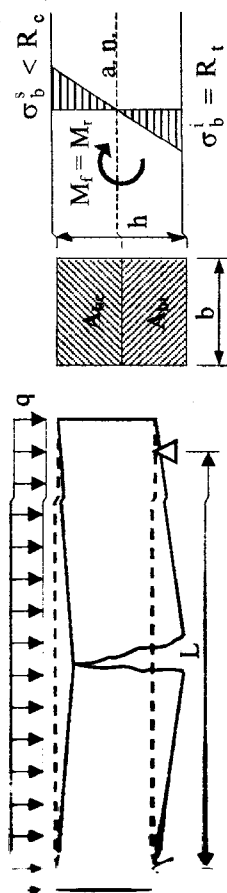


Fig. 1.1 Comportarea grinzii din beton simplu

**Betonul armat rezultă** din dispunerea unor bare de oțel, denumite **armături**, în general cu secțiune circulară, în zonele întinse ale elementelor la rezistență. Betonul preia în element tensiunile de compresiune, iar armătura preia cu precădere pe cele de întindere. Fisurarea părții întinse a elementului nu mai coincide cu ruperea, ci cu trecerea într-o nouă etapă de lucru, calitativ și cantitativ superioară, acesta putând prelua în continuare **sarcări din ce în ce mai mari**. În betonul armat stădiul de rupere se **consideră atins** atunci când armătura întinsă ajunge la limita de curgere  $\sigma_o$ , fapt care se produce și ruperea betonului din zona comprimată (fig. 1.2). În acest de al doilea exemplu, principala calitate a betonului simplu este **integral folosită**. În multe cazuri armătura se dispune și în zonele comprimare, pentru a le mări rezistența. În acest fel elementele de beton armat pot prelua orice tip de solitare:

- Încovoiere;
- Întindere;
- Compresiune;

- Torsiune;
- Solicitări compuse.

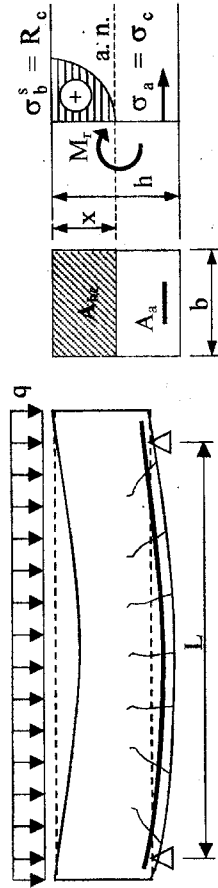


Fig. 1.2 Cedarea grinzii din beton armat

$$M_f^{b.s.} \approx M_f^{b.a.}$$

$$M_f^{b.s.} \ll M_f^{b.a.} \text{ sau } M_f^{b.a.} \ll M_f^{b.a.}$$

Ceea ce face din betonul armat un material cu adevărat competitiv este combinarea calităților betonului și oțelului într-un tot unitar cu o comportare satisfăcătoare în timp. Asocierea rațională a celor două materiale cu proprietăți de rezistență și de deformare atât de diferite este posibilă datorită următoarelor aspecte:

- Aderența (legătura care ia naștere între beton și armătură în timpul întăririi betonului) se menține până la ruperea elementului, asigurând caracterul monolit al elementelor din beton armat;
- Coeficienții de dilatare termică au valori aproximativ egale pentru beton și oțel (în calcule se admite  $1 \cdot 10^{-5}$ ), deci în elementele de beton armat nu iau naștere eforturi suplimentare la variații de temperatură, dacă deformațiile sunt libere;
- Oțelul se conservă bine în mediul bazic format după hidratarea cimentului, în condiții normale necxistând reacții chimice între beton

și armătură. Deasemenea un strat de acoperire de câțiva centimetri asigură protecția armăturii împotriva coroziunii, dacă se iau măsuri de limitare a deschiderii fisurilor, inevitabile în zonele întinse ale elementelor.

Datorită aderenței, în armătură și în fibrele alăturate de beton deformațiile specifice sunt egale până la fisurarea betonului:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{bt}$$

După ce în betonul întins se atinge deformația specifică limită la întindere, în secțiunea cea mai solicitată apare o fisură; armătura lunecă puțin pe această porțiune și preia toată tensiunea de întindere. Pentru ca oțelul să fie folosit rațional tensiunile de întindere produse de încărcările de exploatare trebuie să fie suficient de mari:  $(0,5 \div 0,7)\sigma_c$ . De aici rezultă una din caracteristicile principale ale betonului armat, aceea de a lucra cu zona întinsă fisurată sub efectul încărcărilor de exploatare. Secțiunea activă luată în considerare în calcule este formată din betonul comprimat și din armătura de rezistență întinsă, betonul întins dintre fisuri fiind neglijat.

#### OBSERVAȚIE !!!

Ce ar însemna să folosim elementele încovoiate din beton armat fără fisuri? Cât ar fi tensiunea în armătură ( $\sigma_a$ ) în ajunul fisurării betonului?

$\sigma_a \approx E_a \cdot \varepsilon_a$  (legea lui Hooke), dar  $\varepsilon_a = \varepsilon_{bt \text{ lim}} = 0,1\%$

$\sigma_a \approx 2,1 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2 \cdot \frac{0,1}{1000} = 210 \text{ daN/cm}^2$  – adică nici măcar 10 % din  $\sigma_c$  a

celui mai modest oțel care se folosește în betonul armat. Atunci se preferă apariția fisurilor, iar armăturile lucrează la tensiuni de peste 1500 daN/cm<sup>2</sup>.

**Betonul precomprimat** reprezintă o variantă superioară a betonului

armat. Ideea de bază este creșterea raportului dintre secțiunea activă și secțiunea totală, prin evitarea principalului dezavantaj al betonului armat, acela de a lucra cu zona întinsă fisurată. Acest lucru este posibil prin introducerea unei stări de tensiuni de compresiune cu caracter permanent în beton înainte de aplicarea încărcărilor, cu ajutorul unor armături pretensionate de mare rezistență.

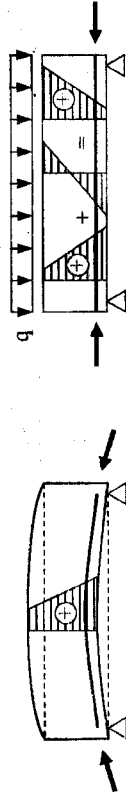


Fig. 1.3 Starea de tensiuni din precomprimare

Betonul precomprimat este caracterizat de starea inițială de deformație creată de precomprimare și prin folosirea materialelor cu rezistențe ridicate. Ruperea elementelor din acest material se produce însă casant, cu deformații mici, în principal din cauza armăturilor pretensionate, solicitate puternic și realizate din oțel dur fără palier de curgere.

## I. 2 Domeniile de utilizare ale betonului armat. Avantaje și dezavantaje

Nu există astăzi domenii în care betonul armat să nu poată fi utilizat cu soluții în general mai avantajoase decât alte materiale de construcție. Astfel acest material este folosit cu succes în cele mai diferite domenii:

- Construcții de locuit și social culturale;
- Construcții speciale (buncăre, silozuri, castele de apă, coșuri de fum,

turnuri de răcire, conducte, rezervoare, decantoare);

- Construcții sportive, bazine de înot;
- Fundații de toate tipurile;
- Stâlpi L.F.A. traverse CF;
- Construcții hidrotehnice;
- Centrale atomo – electrice, etc.

### AVANTAJE:

- Rezistență mecanică mare în comparație cu zidăria, lemnul sau betonul simplu. Comportare bună la vibrații și acțiuni dinamice, cutremure;
- Rezistență bună la foc: 3 + 4 ore la 900 + 1000 °C fără pericol pentru rezistențele ulterioare. Metalul nu rezistă la incendiu: la 600 °C oțelul pierde circa 60% din rezistență, iar la 900 °C ea devine nulă;
- Durabilitate în condiții normale de exploatare. Rezistențele betonului cresc în timp, iar armătura se conservă bine în beton;
- Construcțiile din beton armat sunt igienice și nu necesită întreținere specială;
- Construcțiile din beton armat pot lua orice formă datorită ușurinței cu care betonul umple cofrajele;
- În betonul armat se folosesc materiale ieftine, locale, cantitățile de ciment și armătură fiind mici în comparație cu cele de agregate;
- Construcțiile din beton armat sunt mai ieftine decât cele metalice, excepție făcând construcțiile înalte sau de mari deschideri.



**DEZAVANTAJE:**

- Construcțiile din beton armat sunt grele și necesită fundații de dimensiuni mari;
- Betonul armat are o conductibilitate fonică relativ mare și transmite ușor zgomotele și vibrațiile. Izolațiile fonice sunt obligatorii la construcțiile de locuit și social – culturale;
- Betonul armat are o conductibilitate termică mai mare decât cărămida ( $\lambda = 1,1$  față de  $\lambda = 0,60 \div 0,75 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ );
- Construcțiile din beton armat sunt permeabile datorită structurii poroase a betonului. Apa poate transporta agenți agresivi sau poate cauza cicluri de îngheț – dezgheț în masa betonului;
- Calitatea lucrărilor depinde foarte mult de execuție, care presupune pricepere, îndemânare, îngrijire ulterioară și un control riguros;
- Dificultăți la execuția pe timp friguros, deoarece temperaturile scăzute reduc ritmul de întărire al pietrei de ciment, iar sub  $0^\circ\text{C}$  acesta încetează;
- Demolarea este costisitoare și greu de executat; nu se pot recupera materialele folosite;
- În medii agresive betonul și armătura se corodează, necesitând măsuri speciale de protecție;
- Consum mare de material lemnos pentru cofraje. Lemnul este scump și deficitar.

**1.3 Istoricul dezvoltării betonului armat**

Betonul armat este un material relativ nou, având vârsta de aproape 150 ani. Folosirea betonului este legată de descoperirea lianților hidraulici (care se întăresc în apă). Aceștia au fost descoperiți de către romani care amestecau varul gras cu cenuși vulcanice, dar rețeta s-a pierdut după căderea Imperiului Roman. Cimentul apare la sfârșitul secolului al XVII-lea în Anglia, iar după această descoperire, amestecat cu apa și cu agregate de diferite dimensiuni creează conglomeratul artificial denumit beton, folosit din ce în ce mai mult la lucrări masive.

Betonul armat apare la jumătatea secolului XIX. Prima construcție din beton armat din lume este expusă de către Lambot la expoziția mondială de la Paris din anul 1855. Este vorba de o barcă realizată din mortar de ciment pe o plasă de sârmă. Invenția este brevetată dar rămâne într-una. Adevăratul întemeietor al betonului armat este însă grădinarul parizian Joseph Monier, care încă din 1849 repara ghiveciurile ceramice și mortar de ciment pe o plasă de sârmă. Curând el a sesizat că recipientii din acest material nou sunt mai rezistenți decât cei ceramici. Monier brevetează asocierea betonului cu armătura pe data de 16 iulie 1867. Îndemnat de o genială intuiție practică Monier obține și alte brevete: tuburi și rezervoare (1868), plăci (1869), poduri (1873), grinzi, scări, traverse CF, planșee cu nervuri, etc. Apoi el vinde brevetele sale unei firme germane. Primele construcții din beton armat s-au realizat empiric, iar armătura se așeza în mijlocul elementelor și nu spre margine. Studii ulterioare efectuate în Germania și Austria, la care Koenen a avut un rol

esențial, explică rolul determinant al armăturii în beton și anume cel de a prelua tensiunile de întindere, acestea fiind dispuse în părțile cele mai întinse ale elementelor. În România betonul simplu a apărut relativ devreme în 1866 la digurile de la Sulina, iar betonul armat în anul 1882 la silozurile de la Brăila (prima construcție prefabricată din lume) și 1889 la silozurile de la Galați, executate de marele inginer român Anghel Saligny. La silozurile din portul Constanța s-a folosit pentru prima oară înădirea prin sudură a armăturilor. După anul 1900 betonul armat se introduce la construcția podurilor de șosea și la unele construcții sociale. Apar apoi castelele de apă, alte silozuri, remize de locomotivă, etc.

Se dezvoltă și teoriile de calcul: între anii 1880 ÷ 1890 apar primele construcții calculate. Primele norme de calcul apar în Germania la începutul secolului XX (metoda rezistențelor admisibile). În țara noastră această metodă de calcul a fost folosită oficial din anul 1942 până în 1950, în rest proiectându-se după norme străine. Din anul 1950 apare metoda de calcul după stadiul de rupere introdusă de brazilieni și de ruși, adaptată fiind la condițiile românești. După anul 1963 se introduce o nouă metodă modernă și anume metoda de calcul la stări limită care a suferit de-a lungul anilor continui îmbunătățiri.

În prezent calculul construcțiilor din beton, beton armat și beton precomprimat se face după STAS 10107/0 - 90 care însă urmează a fi înlocuit cu Codurile Europene de Calcul (EUROCOD) la care urmează să ne aliniem.

## II. STRUCTURA PIETREI DE CIMENT ȘI A BETONULUI

### II.1 Compoziția mineralogică și hidratarea cimentului

Principalii componenți mineralogici ai cimentului tip Portland sunt:

- $3\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2 - \text{C}_3\text{S}$  (silicat tricalcic - alit) } 75 ÷ 80%
- $2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2 - \text{C}_2\text{S}$  (silicat bicalcic - belit) }
- $3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{C}_3\text{A}$  (aluminat tricalcic - celit II) } 25 ÷ 25%
- $4\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot\text{Fe}_2\text{O}_3 - \text{C}_4\text{AF}$  (feroaluminat tetracalcic - celit I) }

Cimentul reacționează cu apa (exotermic) formând pasta de ciment care apoi se transformă în piatră de ciment. Întărirea este precedată de priză adică de pierderea plasticității pastei, procesul de întărire reprezentând un fenomen fizico - chimic complex.

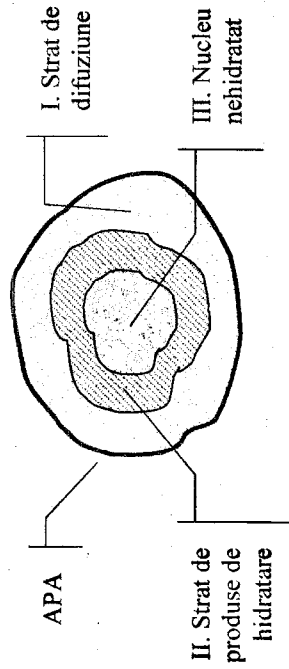


Fig. 2.1 Hidratarea granulei de ciment

Primele reacții se produc în stratul de difuziune, apoi la suprafața granulelor și în final în interiorul acestora.

Au loc două fenomene:

- hidroliza – descompunerea unor minerale și combinarea produselor noi formate cu apa,
- hidratarea – transformarea în hidrați a altor minerale fără descompunerea lor.

$3\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2 + n\text{H}_2\text{O} \Rightarrow 2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2(n-1)\text{H}_2\text{O} + \text{Ca}(\text{OH})_2$  – reacție de hidroliză în urma căreia rezultă hidrosilicatul bicalcic (gel) + hidroxid de calciu (var stins, cristal)

$2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2 + (n-1)\text{H}_2\text{O} \Rightarrow 2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2(n-1)\text{H}_2\text{O}$  – reacție de hidroliză și rezultă hidrosilicatul bicalcic (gel)

$3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3 + 6\text{H}_2\text{O} \Rightarrow 3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot 6\text{H}_2\text{O}$  – reacție de hidratare din care rezultă hidroaluminatul tricalcic (cristal)

$4\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot\text{Fe}_2\text{O}_3 + n\text{H}_2\text{O} \Rightarrow 3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot 6\text{H}_2\text{O} + (n-6)\text{H}_2\text{O}\cdot\text{CaO}\cdot\text{Fe}_2\text{O}_3$  – reacție de hidroliză din care rezultă hidroaluminatul tricalcic (cristal) + ferit monocalcic (gel).

Hidrosilicatul bicalcic este un compus cu structură gelică, sub formă de pachete de submicrocristali înveliți într-o peliculă de apă de adsorbție (fenomen de suprafață de aderență a apei).

Hidroxidul de calciu (var stins) cristalizează.

Hidroaluminatul tricalcic este un compus cristalin dar este instabil și reacționează cu hidroxidul de calciu eliberat de alit, perturbând echilibrul reacției alitului cu apa. Pentru restabilirea acestui echilibru noi cantități de alit vor reacționa cu apa, deci celitul II reprezintă un catalizator al

hidrolizei alitului.

Rezultă că prin hidratarea cimentului ia naștere un amestec de hidrogeluri și concrețiuni cristaline. Peliculele de geluri sunt dense și curuncază nucleele de ciment îngreunând hidratarea acestora. Totuși, acestea din urmă absorb o cantitate de apă din aceste pelicule și procesul continuă spre interior. Granulele de ciment cu:

- $d = 7 \div 10\mu$  – se hidratează complet în 30 zile,
- $d = 15 \div 25\mu$  – se hidratează complet într-un an,
- $d > 30\mu$  – nu se hidratează complet niciodată.

Inițial masa gelică reprezintă  $65 \div 85\%$ , iar cea cristalină  $15 \div 35\%$ , motiv pentru care betonul prezintă deformații plastice de la cele mai mici valori ale încărcărilor. Prin pierderea apei, în timp gelurile își măresc viscozitatea, îmbătrânesc și cristalizează consolidând rețeaua inițială de cristali. Rezultatul final este piatra de ciment alcătuită din nuclele hidratate de ciment învelite în hidrogeluri care sunt întrepătrunse de o rețea cristalină. Tot acest sistem conține pori, canale capilare, microfisuri și fisuri deschise de diferite dimensiuni pline cu apă, vapori de apă și gaze. Apa este conținută sub trei forme:

- apă legată chimic prin hidratare,
- apă legată fizic sau semilegată prin adsorbție,
- apă liberă reținută mecanic prin forțe capilare, în pori, etc.

Apa semilegată și cea liberă variază funcție de umiditatea mediului. Pentru hidratarea completă un ciment are nevoie de o cantitate de apă de

$23 \div 25\%$  din greutatea sa (apă legată chimic și semilegată). Restul cantității de apă este pentru lucrabilitatea amestecului, dar prin evaporarea

ei betonul devine poros, se reduce compactitatea și implicit și rezistențele mecanice.

### II. 2 Proprietățile produsilor de hidratare

Viteza de întărire și rezistența finală a pietrei de ciment depind în primul rând de viteza și gradul de hidratare a componentilor săi mineralogici. Se remarcă hidratarea foarte rapidă a lui  $C_3A$  (celit II), apoi  $C_4AF$  (celit I),  $C_3S$  (alit) are o viteză normală, iar  $C_2S$  (belit) lentă.

$C_3S$  (alit) prezintă rezistențele mecanice finale cele mai mari. Rezistența pietrei de ciment crește odată cu conținutul de alit. Prezintă o degajare mare de căldură, dar nu este rezistent la acțiuni chimice agresive datorită lui  $Ca(OH)_2$  pe care-l eliberează;

$C_2S$  (belit) are rezistențe inițiale mici și hidratare lentă, dar rezistențe finale relativ ridicate. Se caracterizează printr-o degajare redusă de căldură. Se comportă bine la tratament termic și la acțiuni chimice agresive.

$C_3A$  (celit II) reacționează violent cu apa, asigură rezistențe inițiale mari dar care în timp scad și ajung la zero. Degajarea mare de căldură și rezistența redusă la acțiunea apelor agresive (sulfatice sau acide) este o caracteristică a acestui component. Se comportă nesatisfăcător la tratament termic.

$C_4AF$  (celit I) are rezistențe finale și inițiale mari cu oarecare degajare de căldură. Rezistent la acțiunea apelor și mediilor agresive. Compensează unele deficiențe ale lui  $C_3A$ . Se comportă bine la tratament

termic.

Procesul de întărire al pietrei de ciment este influențat esențial de temperatură, ridicarea acesteia accelerând procesul de întărire. Temperatura optimă este de  $+4^\circ C$ , dar întărirea se produce lent. Se acceptă intervalul de  $15 \div 30^\circ C$ . Scăderea temperaturii reduce viteza reacțiilor chimice, iar sub  $0^\circ C$  acestea încetează. Dacă înghețul survine imediat după punerea în operă a amestecului la un dezgheț ulterior reacțiile continuă normal, iar rezistențele finale rezultă chiar mai mari decât cele ale unui beton întărit normal. Dacă înghețul survine după un început de întărire ( $3 \div 36$  ore) prin efectul mecanic de dilatare al apei libere care îngheată (și mărește volumul cu aproape 10 %) structura proaspăt formată se deteriorează și elementul poate fi compromis total.

### II. 3 Structura betonului

Cuprinde faza solidă, lichidă și gazoasă (vapori de apă și aer).

Ultimele două faze sunt conținute în defectele de structură ale betonului care pot fi:

- caverne ( $1 \div 50$  cm) care comunică între ele și pot compromite rezistența elementului din beton. Sunt cauzate de compoziția sau prelucrarea defectuoasă a betonului, dar pot fi ușor eliminate;
- pori de aer ( $\emptyset = 0,1 \div 5$  mm), de obicei sunt închiși, proveniți din includerea aerului în timpul amestecării betonului;
- pori capilari ( $1 \div 50 \mu$ ), de obicei deschiși, ai căror origine este existența apei libere în beton;

- pori sub agregate — închiși sau în legătură cu porii capilari, de 0,01 ÷ 0,1 mm proveniți din sedimentarea componentelor betonului, după punerea în operă, când betonul proaspăt intră în repaus;
- pori microcapilari ( $5 \div 20 \mu\text{m}$ ) închiși sau în legătură cu porii capilari, datorită absorbției interioare a apei din geluri;
- microfisuri și fisuri deschise produse de variațiile de temperatură, contracție, reacții chimice sau de acțiunea sarcinilor exterioare.

#### II. 4 Proprietățile fizice ale betonului întărit

**Compacitatea** reprezintă cea mai importantă caracteristică fizică a unui beton întărit, deoarece de aceasta sunt legate principalele sale proprietăți: rezistențe mecanice, permeabilitate, gelivitate, rezistență la acțiuni chimice, conductibilitate termică, etc. Ea reprezintă raportul dintre densitatea specifică aparentă și densitatea specifică a betonului, respectiv raportul dintre volumul ocupat de faza solidă a materialului (să ne imaginăm măcinarea foarte fină a unui element din beton prin care se elimină toate defectele de structură) și volumul său total (inclusiv porii și gelurile).

$$C = \frac{\rho_a}{\rho} = \frac{V}{V_a}$$

Compacitatea depinde de compoziția și de modul de punere în operă a betonului.

- $C = 0,75 \div 0,92$
- $C = 0,80 \div 0,85$  (pentru betonul plin greu folosit la elementele din

beton armat)

**Permeabilitatea** este caracterizată prin ușurința de pătrundere a apei în betonul, care poate să-l traverseze de la o față la alta a probei sau a întregului. Depinde de compactitate, iar la C egală, de felul porozității celui. La porii închiși rezultă o permeabilitate scăzută, iar la porii și capilare legate între ele se obține o permeabilitate ridicată, chiar dacă compactitatea este egală în cele două cazuri, precum și de diferența dintre cele două fețe. Apa se infiltrează și circulă prin toate fețele de structură cu dimensiuni mai mari de  $1\mu$ . Gelurile se umflă și măresc porii betonului măbind impermeabilitatea.

**Gelivitatea** se caracterizează prin numărul maxim de cicluri de îngheț-dezghel succesive pe care probele pot să le suporte fără ca să se deterioreze de greutate să depășească 5%, iar cea de rezistență la compresiune 15% față de o probă martor nesupusă acestui tratament. Gelurile se degradează datorită tensiunilor repetate produse de mărirea volumului apei ce îngheață în defectele de structură. Apa legată fizic nu îngheață. Gelivitatea depinde de compactitatea betonului, de natura cimentului și de gradul de impermeabilitate.

**Dilatarea termică** a betonului depinde de natura componentelor săi și de proporția lor în amestec. Coeficientul de dilatare termică liniară este între  $0,009 \div 0,011 \text{ mm/m}^\circ\text{C}$  la temperaturi cuprinse între  $-15$  și  $10^\circ\text{C}$ . Pentru betonul armat standardul admite  $\alpha = 0,014 \text{ mm/m}^\circ\text{C}$ .

**Conductibilitatea termică** se poate caracteriza prin coeficientul  $\lambda$  care reprezintă cantitatea de căldură în kcal care străbate într-o oră un strat de material de 1m grosime printr-o suprafață de  $1 \text{ m}^2$ , diferența dintre cele

două fețe ale stratului fiind de  $1^{\circ}\text{C}$ . La betoanc  $\lambda$  scade pe măsură ce  $\rho_a$  scade (creșterea porozității betonului conduce la o izolare termică mai bună). Pentru betonul armat  $\lambda = 1,1 \text{ kcal/m}^2\text{h}^{\circ}\text{C}$ .

### III. DEFORMAȚIILE BETONULUI

#### III.1 Deformațiile de volum ale betonului. Contractia și umflarea

Procesul de întărire al betonului, determinat de fenomenele fizico-chimice complexe care conduc la formarea pietrei de ciment, este însoțit de o variație spontană de volum, sensul acestei deformații depinzând în mod esențial de starea de umiditate a mediului ambiant. Astfel, când întărirea se produce în aer sărac în umiditate rezultă o micșorare a volumului (contractie), iar în apă sau în atmosferă cu umiditate ridicată se produce o mărire de volum (umflare). Contractia și umflarea cresc în timp, mai repede la început apoi din ce în ce mai încet, iar după 3 ÷ 5 ani fenomenele manifestă o tendință de amortizare. Întotdeauna  $\epsilon_c > \epsilon_{ur}$ . Creșterea în timp a deformațiilor poate fi exprimată printr-o funcție logaritmică sau exponențială. La variații de umiditate ale mediului ambiant contractia este parțial reversibilă.

Din acest grafic (fig. 3.1), care este dedus experimental, se observă că atât pentru umflare, dar mai ales pentru contractie armătura frânează cele două deformații.

$$\epsilon_c = \bar{\epsilon}_c \cdot (1 - e^{-\beta t})$$

$\bar{\epsilon}_c$  — mărimea contractiei la un timp  $t$ ;

$\bar{\epsilon}_c$  - valoarea totală a contracției;  
 $t$  - ani;  $\beta$  - parametru experimental.

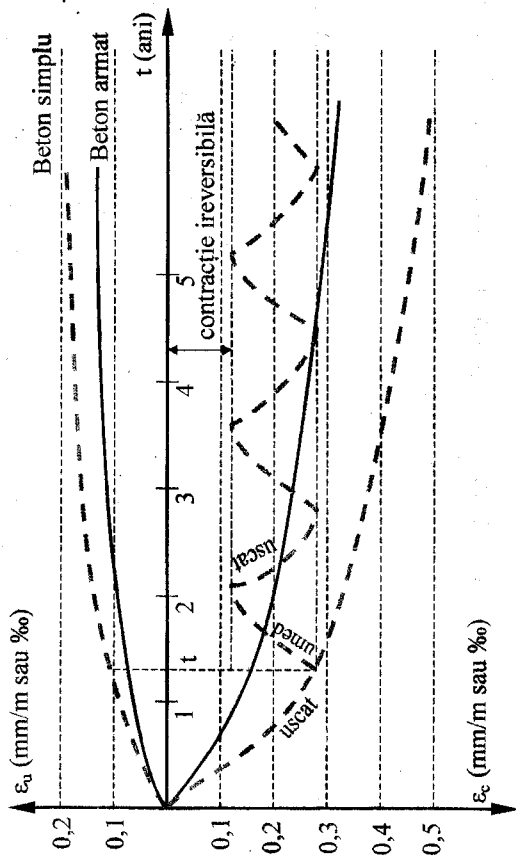


Fig. 3.1 Evoluția deformațiilor de volum ale betonului

### EXPLICAREA FENOMENULUI

Teoria coloidală a întăririi betonului (Michaelis): contracția este provocată de modificarea conținutului de apă în structura pietrei de ciment. Componenta structurală gelică a fazei hidratate pierde treptat apa legată fizic prin adsorbție pe suprafața submicrocristalelor (prin evaporare sau prin adsorbție interioară). Micșorarea grosimii peliculei de apă adsorbită conduce la apropierea submicrocristalelor, deci la micșorarea volumului pietrei de ciment, adică la contracția ei. Deoarece micșorarea volumului gelurilor este frânată de scheletul cristalin, de nucleele nehidratate și de agregate, în masa betonului iau naștere tensiuni interioare: întindere în

geluri și compresie în restul sistemului. Experimental s-a constatat reversibilitatea parțială a contracției când umiditatea mediului crește. La betoane relativ tinere la care componenta gelică nu a îmbătrânit complet, revenirea parțială se poate explica prin creșterea grosimii peliculei de apă adsorbită din mediu care produce umflarea pietrei de ciment. S-a observat însă că la creșterea umidității contracția este parțial reversibilă și la betoane vechi cu geluri îmbătrânite și cristalizate (fenomenul nu mai poate fi explicat cu această teorie).

Teoria termodinamică a deformațiilor (Freysinet): betonul se consideră ca un corp pseudosolid alcătuit din trei faze: solidă, lichidă și gazoasă, ultimele două fiind conținute de porii fazei solide. Sunt trei tipuri de pori:

- mari - în care apa nu formează meniscuri și se evaporă complet;
- foarte mici - care rămân plini cu apă chiar dacă întărirea are loc în mediu uscat;
- pori în care apa se evaporă parțial, apa formând meniscuri.

Datorită tensiunii superficiale de menisc apar tensiuni normale pe suprafața porilor care produc o micșorare a volumului (fig. 3.2). Când umiditatea crește, porii se umplu din nou cu apă, meniscurile dispar, tensiunile devin nule, iar betonul se umflă.

Teoria nu poate explica efectul componentelor mineralogici ai cimentului asupra deformațiilor de contracție.

Tensiunea superficială  $\gamma$  a apei din pori dă naștere unei forțe

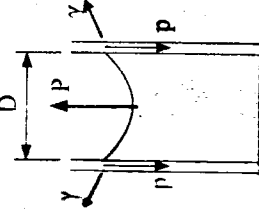


Fig. 3.2 Starea de tensiuni în porii cu menisc

ascensionale  $P$  și unei tensiuni normale  $p$  în pereții porilor capilari, care au ca efect o micșorare a volumului porilor și deci a volumului de beton. În concluzie se acceptă ambele teorii, iar deformațiile de volum ale betonului se consideră suma a două componente:

- Deformații ireversibile provocate de îmbătrânirea pietrei de ciment, respectiv a gelurilor; acestea cresc mai repede la început apoi din ce în ce mai încet, până se amortizează ( $3 \div 5$  ani);
- Deformații reversibile care se produc indiferent de vârsta betonului și se datorează fenomenelor de capilaritate (în microporii pietrei de ciment cantitatea de apă este variabilă, funcție de umiditatea și temperatura mediului ambiant).

#### Principalii factori care influențează contracția:

- Cimentul prin: dozaj (când cantitatea de ciment crește se obține o contracție mai mare deoarece crește volumul fazei hidratate), compoziție mineralogică și finețe de măcinare. Betoanele au contracții mai mici în comparație mortarele deoarece prezenta agregatelor împiedică contracția;
- Raportul a/c când este ridicat crește și volumul porilor;
- Agregatele prin modulul de elasticitate  $E$ , granulozitate, natura suprafeței;
- Modul de punere în operă (dacă elementele se vibrează corespunzător se obține o compactitate mare și implicit un volum de goluri mai mic, deci o contracție redusă);

- Dimensiunile secțiunii elementului din beton. Con tracția este mai mare în elementele cu secțiune transversală mică. Con tracția crește pe măsură ce raportul dintre volumul elementului și suprafața sa liberă este mai mic. Con tracția este mai pronunțată la suprafața elementelor, motiv pentru care apar noi tensiuni: compresione în miez și întindere în straturile superficiale care pot fisura datorită evaporării rapide a apei. Perigozul este mai mare în faza inițială când rezistența la întindere ( $R_t$ ) a betonului este foarte mică. Umiditatea este determinantă motiv pentru care udarea elementelor după turnare este esențială, mai ales la plăci, care au suprafață mare de evaporare.

#### III. 2 Deformații produse de creșterea temperaturii

La variații de temperatură elementele din beton se alungesc sau se scurtează. Ca și la celelalte materiale dilatația și contracția se datorează modificării distanței dintre atomi: când temperatura crește distanța dintre atomi se mărește iar elementul se dilată. În cazul betonului la alungirea elementului contribuie și dilatarea apei din porii elementului. Experimental s-a arătat că pentru variații relativ mici de temperatură deformațiile sunt proporționale cu temperatura:

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta t, \text{ unde } \alpha = 1 - 1,4 \cdot 10^{-5}$$

Pentru creșteri mari de temperatură (incendii)  $\alpha$  nu mai este constant, deci  $\Delta l$  nu mai este proporțional cu  $\Delta t$ . Se înregistrează chiar contracții, deoarece la creșteri mari de temperatură se produce o scădere rapidă a umidității, rezultând contracții mai mari decât dilatarea datorată creșterii



de temperatură.

### III. 3 Deformații produse de acțiunea încărcărilor

Se clasifică, funcție de natura încărcării, în:

- Deformații produse de încărcări de scurtă durată;
- Deformații produse de încărcări de lungă durată;
- Deformații produse de încărcări repetate.

De la cele mai mici încărcări betonul prezintă deformații de natură elastică și vâscos - plastică, iar pentru valori mari ale încărcărilor și deformații de natură plastică.

#### III. 3. 1 Comportarea betonului la compresiune

Să considerăm o epruvetă din beton solicitată la compresiune. În secțiunea transversală s-ar observa agregatele, porii, piatra de ciment alcătuită din masa gelică și cristalină. Sub acțiunea forței  $N$  epruveta se scurtează în sens longitudinal și se alungește transversal.

Datorită legăturii de aderență dintre elementele structurale ale betonului se admite legea lui Hooke ( $\sigma = E \cdot \epsilon$ ) și ipoteza lui Bernoulli, deci deformațiile specifice se distribuie uniform pe secțiunea transversală. Tensiunile care apar în elementele componente, dacă toate s-ar comporta elastic, ar fi proporționale cu modulii de elasticitate  $E$  ai elementelor respective. Dar aceste elemente au

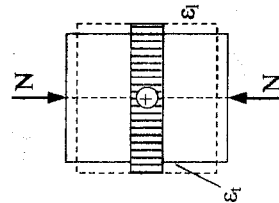


Fig. 3.3 Deformația la compresiune monoaxială

moduli de elasticitate diferiți, deci  $\sigma$  este variabil.

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad E - \text{variabil}; \epsilon - \text{constant}$$

Se constată că gelurile din piatra de ciment se deformează vâscos - plastic. Chiar dacă  $N$  și  $\sigma$  rămân constante, gelurile au tendința să se deformeze mereu în timp, dar nu se pot deforma independent ci antrenează și celelalte componente ale betonului. Deci în timp se deformează și elementele care au o comportare elastică, situație ce are drept efect o creștere a tensiunii  $\sigma$  în aceste elemente. Deoarece  $N$  este constant, pentru echilibru trebuie ca tensiunile din masa gelică să scadă. Ca urmare se produce o redistribuire a tensiunilor, favorabilă gelurilor care se descarcă și defavorabilă celorlalte componente care se încarcă. În același timp se produc modificări în componența (structura) pietrei de ciment prin hidratarea continuă a granulelor și a creșterii vâscozității gelurilor. Ca urmare a acestor fenomene se produce continuu o modificare a stării de tensiuni și deformații până când, după ani, componenta gelică

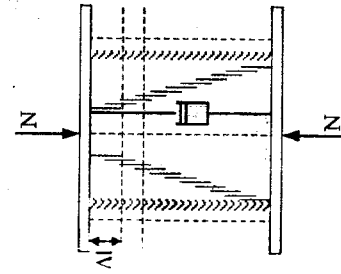


Fig. 3.4 Model mecanic pentru comportarea betonului la compresiune

componenta vâscos - plastică cu o pompă cu lichid vâscos (fig. 3.4). La o valoare oarecare a lui  $N$  se produce o scurtare  $\Delta l$  a elementului. Menținând în continuare pe  $N$  constant pistonul tinde să se miște, dar este legat de platan și pentru echilibrarea lui  $N$  se încarcă resortul și lamelele, iar platanul se mișcă în continuare sub sarcină constantă,  $\Delta l$  crescând (a doua linie punctată). Deformațiile plastice ale betonului se datorează într-o măsură oarecare lunecărilor ce se produc în rețeaua cristalină, dar mai ales apariției și dezvoltării microfisurilor (după ce tensiunea din beton  $\sigma_b$  depășește limita de microfisurare a acestuia  $R_0$ ). Microfisurarea este un proces de prurere. Microfisurile se produc la suprafața de contact dintre piatra de ciment și agregat, în piatra de ciment și mai rar prin agregate. Dacă forța exterioară se menține constantă în timp, microfisurile se dezvoltă și grăbesc procesul de rupere al betonului la valori mai mici față de rezistența de rupere sub încărcări de scurtă durată.

### III. 3. 2 Deformațiile betonului sub încărcări de scurtă durată

Comportarea betonului sub încărcări de scurtă durată (sub o oră) se poate exprima prin curba sa caracteristică care este reprezentarea grafică a funcției  $\sigma - \epsilon$ . De la cele mai mici încărcări apar deformații elastice și plastice, iar curba se abate de la linia dreaptă din ce în ce mai mult odată cu creșterea lui  $\sigma$ . Gradul de curbura depinde de clasa betonului (compoziție și vârstă), de mărimea, durata și caracterul de acțiune al încărcării, precum și de timpul de acțiune al acesteia.

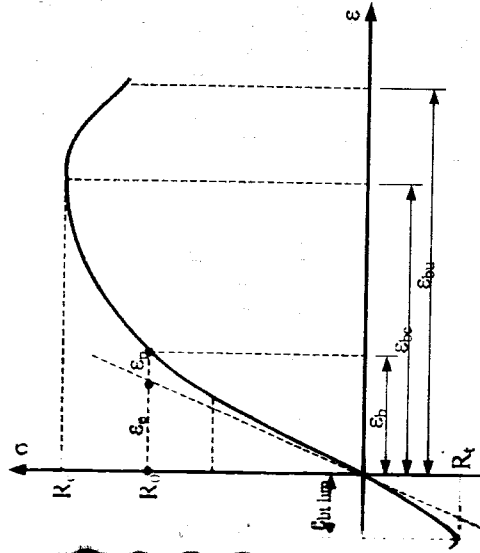


Fig. 3.5 Curba caracteristică la compresiune și întindere a betonului

(Curba caracteristică (fig. 3.5) se compune dintr-o ramură ascendentă și una descendentă. La compresiune punctului maxim de pe curbă îi corespunde în ordonată  $R_c$ , iar în abscisă deformația specifică limită la compresiune  $\epsilon_{bc}$ . Sfârșitul ramurei descendente reprezintă distrugerea completă a probei la o tensiune  $\sigma_b < R_c$ , iar în abscisă îi corespunde deformația ultimă  $\epsilon_{bt}$  cu care se operează în calcule foarte rar. La întindere,  $R_t$  fiind foarte mic, iar comportarea betonului casantă, se evidențiază numai deformația limită  $\epsilon_{bt\ lim}$  care corespunde lui  $R_b$ , ramura descendentă fiind aproape insesizabilă.

Se observă că de la cele mai mici valori ale încărcărilor apar deformații elastice și plastice, deoarece rețeaua de concrețiuni cristaline nu este continuă ci este formată din grupuri de cristali cuprinși în masa gelică. Aceștia suferă deplasări sau rotiri. Se poate aprecia că până la limita de microfisurare ( $R_0$  - se explică în capitolul de rupere a betonului)  $\epsilon_p \ll \epsilon_c$  și

Deformațiile limită:

$$\epsilon_{bc} = 1 \div 7 \text{ mm/m}$$

$$\epsilon_{bt\ lim} = 0,05 \div 0,2 \text{ mm/m}$$

Obișnuit:

$$\epsilon_{bc} = 1 \div 3 \text{ mm/m}$$

$$\epsilon_{bt\ lim} = 0,07 \div 0,15 \text{ mm/m}$$

betonul se comportă practic ca un material elastic care ascultă de legea lui Hooke, iar curba caracteristică se poate considera o dreaptă. Tangenta în originea curbei definește comportarea elastică a materialului, diferența dintre dreaptă și curbă fiind tocmai deformația plastică care crește odată cu încărcarea. Încercând probe cu viteze diferite (fig. 3.6) o curbă se obține cu atât mai mică cu cât viteza de încărcare este mai mare, datorită faptului că nu este timp suficient pentru dezvoltarea microfisurilor.

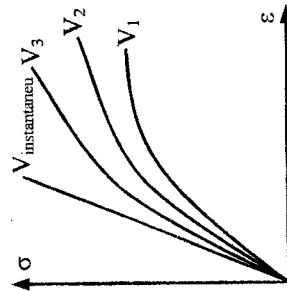


Fig. 3.6 Influența vitezei de încărcare

$$R_0 = (0,35 \div 0,80)R_c$$

Pentru betonul de calitate medie folosit la elementele din beton armat se consideră:

$$R_0 = 0,5R_c$$

III. 3. 3 Deformațiile betonului sub încărcări repetate

La încărcări repetate proprietățile de deformare ale betonului se modifică. Să analizăm comportarea betonului sub un singur ciclu de încărcare - descărcare - încărcare. La sfârșitul încărcării  $\epsilon_b$  se compune din deformația elastică  $\epsilon_e$  și din  $\epsilon_p$ , care este o deformație plastică. La descărcare se produce o revenire

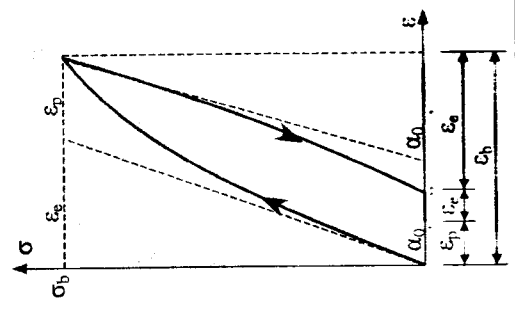


Fig. 3.7 Curba caracteristică a betonului la un singur ciclu de încărcare - descărcare

Beton armat

elustică instantanee ( $\epsilon_e$ ) și apoi păstrând proba descărcată în timp, o revenire elastică întârziată ( $\epsilon_e'$ ). În final rămâne o deformație remanentă notată  $\epsilon_p$ . Se constată că:

$$\epsilon_e' > \epsilon_e \text{ și } \epsilon_p < \epsilon_p$$

După mai multe cicluri de încărcare - descărcare comportarea betonului este esențial influențată de mărirea tensiunii maxime  $\sigma_b$  până la cure se face încărcarea.

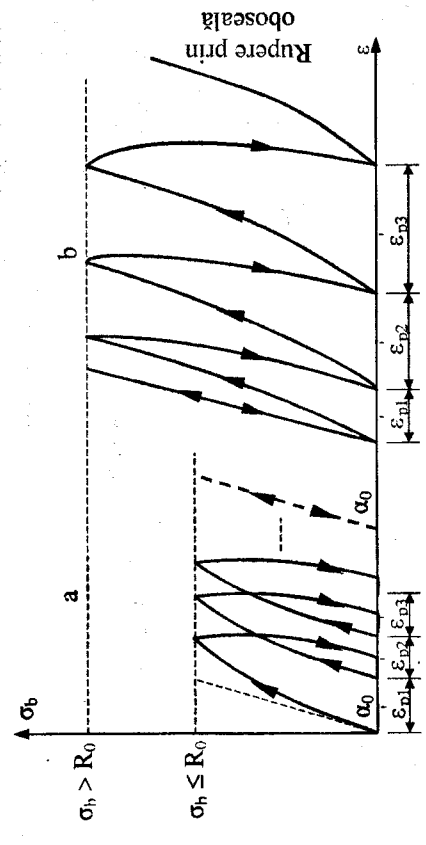


Fig. 3.8 Ecruisarea (a) și oboseala (b) betonului

$$\begin{aligned} \sigma_b \leq R_0 &\Rightarrow \epsilon_{p1} > \epsilon_{p2} > \epsilon_{p3} \\ \sigma_b > R_0 &\Rightarrow \epsilon_{p1} < \epsilon_{p2} < \epsilon_{p3} \end{aligned}$$

Dacă  $\sigma_b \leq R_0$  cu fiecare ciclu de încărcare - descărcare deformația remanentă de descărcare ( $\epsilon_p$ ) se reduce, iar curând betonul ajunge să se comporte ca un material elastic, curba caracteristică transformându-se într-o dreaptă (fig. 3.8-a). Arc loc un fenomen de ecruisare și proba poate suporta practic un număr de cicluri de încărcare - descărcare nelimitat fără

Beton armat

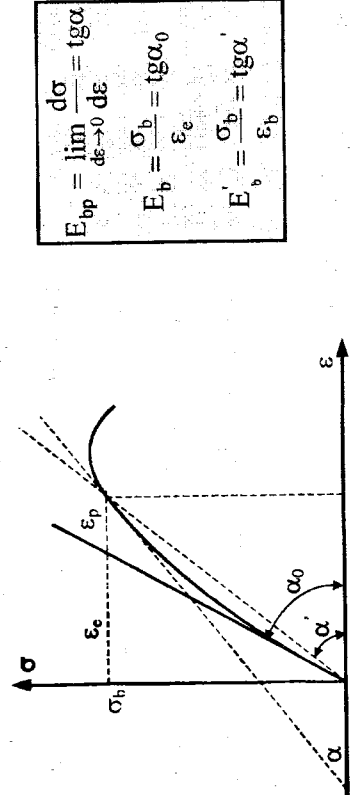


Fig. 3.9 Modulii de deformație ai betonului

Pentru beton se definește, în primul rând, un modul de deformație  $E_{bp}$  care este dat de limita raportului creșterii tensiunii în raport cu creșterea deformației când  $d\varepsilon \rightarrow 0$ . Folosirea lui  $E_{bp}$  în calcule conduce la rezultate bune, dar este dificil de utilizat căci acesta este variabil funcție de  $\sigma_b$  (scade când  $\sigma_b$  crește), de  $R_c$  și de durata de acțiune a încărcării.

În calculele practice se utilizează modulul de elasticitate  $E_b$  având în vedere proprietatea de ecrusare a betonului, dar rezultă însă deformații mai mici decât cele reale căci ține cont numai de componenta elastică a deformației. Determinarea prin încărcare – descărcare a lui  $E_b$  fiind relativ dificilă s-au propus relații empirice funcție de  $R_c$ , care se determină mult mai simplu.

Graff:  $E_b = \frac{1.000.000}{360 + R_c}$ ; Roche:  $E_b = \frac{550.000}{1 + \frac{R_c}{187}}$ ; Walker:  $E_b = 20.000 \cdot \sqrt{R_c}$

Pentru a ține cont de modul real de deformare al betonului, adică deformare elastică și plastică, mai ales când tensiunea din beton depășește

ca ea să se rupă.

Dacă  $\sigma_b > R_0$  după un număr relativ mic de cicluri linia dreaptă se curbează din nou, dar în sens invers, deformațiile remanente cresc cu fiecare ciclu, iar betonul se rupe prin oboseală dinamică la tensiuni mai mici decât cele de rupere statică (fig. 3.8-b). Rezistența la oboseală reprezintă valoarea maximă a tensiunii la care se poate încărca și descărca un element de un număr infinit de ori fără ca acesta să cedeze. Aceasta se calculează cu relația:

$$R_b^0 = m_b^0 \cdot R_b$$

$$m_b^0 = 0,6 + 0,5 \cdot \rho$$

$$\rho = \frac{\sigma_{b \min}}{\sigma_{b \max}}$$

$\rho$  - coeficient de asimetrie al încărcării.

### III. 3. 4 Modulii de deformație ai betonului

Modulul de deformație ( $E_{bp}$ ) reprezintă limita raportului dintre creșterea tensiunii și creșterea deformației atunci când  $d\varepsilon \rightarrow 0$ . Datorită structurii sale în alcătuirea căreia se cuprinde un anumit volum de masă vâscos – plastică, betonul prezintă la încărcare o curbă caracteristică care se abate de la linia dreaptă, curbura crescând odată cu încărcarea mai ales după ce valoarea tensiunii depășește limita de microfisurare ( $R_0$ ).

limita de microfisurare s-a introdus noțiunea de modul de elasticitate - plasticitate  $E'_b$  care se mai numește și modul secant sau modulul deformației totale.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_b &= \varepsilon_b \cdot E'_b \\ \sigma_b &= \varepsilon_e \cdot E_b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \varepsilon_b \cdot E'_b &= \varepsilon_e \cdot E_b \\ \varepsilon_e &= \varepsilon_b - \varepsilon_p \end{aligned} \Rightarrow \left( \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_b} \right) \cdot E_b$$

$$E'_b = (1 - \lambda) \cdot E_b$$

$\lambda$  - coeficient de plasticitate al betonului funcție de  $\sigma_b$ . La limita deformațiilor plastice, adică în ajunul rupei, se admite  $\lambda = 0,5$ . Pentru calculul deformațiilor în domeniul elastic ( $\sigma_b \leq R_0$ ) se folosește  $E_b$ , iar pentru calculul deformațiilor în domeniul elasto - plastic se utilizează  $E'_b$  admitând  $\lambda = 0,5$ .

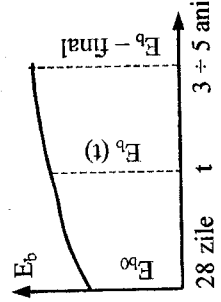


Fig. 3.10 Evoluția modulului de elasticitate al betonului

Modulul de elasticitate transversal ( $G_b$ ) se folosește în calculul deformațiilor transversale și la tensiuni mai mici decât limita de microfisurare. Se calculează cu relația:

$$E_{b(t)} = E_b \cdot (1 - \beta^{-\alpha t})$$

$$G_b = \frac{E_b}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

unde  $\mu = \varepsilon_{transversal} / \varepsilon_{longitudinal}$  și este denumit coeficientul lui Poisson. Acesta este constant pentru  $\sigma_b \leq R_0$  și cuprins între limitele  $0,1 \div 0,3$  funcție de calitatea betonului. În STAS se admite  $\mu = 0,2$  deci  $G_b = 0,4E_b$ .

Dacă  $\sigma_b > R_0$  datorită procesului de microfisurare se produce o afânare a betonului și coeficientul  $\mu$  nu mai este constant, ci crește odată cu  $\sigma_b$  deoarece cresc deformațiile transversale.

STAS 10107/0 - 90 prevede pentru calculele practice următoarele diagrame caracteristice ale betonului (fig. 3.11).

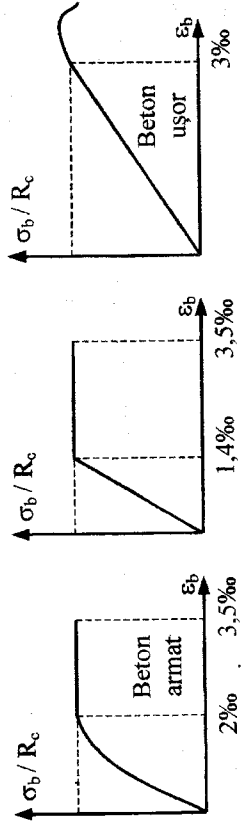
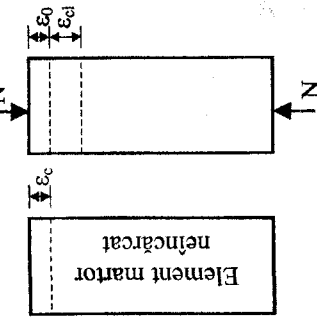


Fig. 3.11 Diagrame caracteristice ale betonului

Pentru orice punct de pe porțiunea curbă:

$$\frac{\sigma_b}{R_c} = \varepsilon_b - \left( \frac{\varepsilon_b}{2} \right)^2$$

## III. 3. 5 Deformațiile betonului sub încărcări de lungă durată



Mărimea deformațiilor este esențial influențată de durata de încărcare; păstrând încărcarea constantă, deformațiile cresc în timp: apare  $\epsilon_{cl}$  – curgere lentă care este o deformație reologică (deformație datorată modificărilor în timp care se produc în structura betonului). În această deformație este cuprinsă și deformația de contracție a betonului, adică dacă se măsoară la un timp oarecare  $t$ , creșterea deformației peste cea elastică instantanee (produsă de acțiunea încărcărilor), se obține o valoare în care se include și deformația de contracție a betonului.

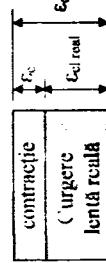


Fig. 3.12 Evoluția în timp a deformațiilor betonului

betonului.

Curgerea lentă este o deformație vâscoasă care apare sub acțiunea sarcinilor de durată ce nu le depășesc pe cele de exploatare ( $\sigma_b \leq R_0$ ), peste această limită înregistrându-se și deformații plastice ( $\epsilon_p$ ). Deformațiile de curgere lentă apar la toate solicitările și se dezvoltă paralel cu cele de contracție, influențându-se reciproc. Au însă un caracter liniar și se dezvoltă după direcția tensiunilor, spre deosebire de cele de contracție care au un caracter de volum. Apar la betoanele tinere la care componenta gelică nu a îmbătrânit complet. La început se dezvoltă cu o viteză mai mare, apoi din ce în ce mai încet, tinzând asimptotic spre zero.

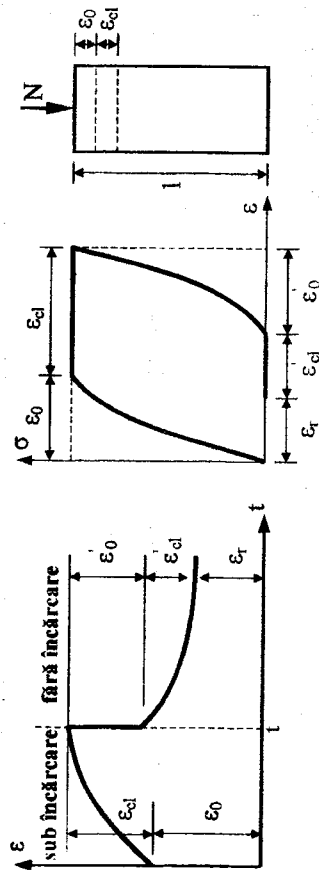


Fig. 3.13 Curgerea lentă a betonului

Când se aplică încărcarea se produce o deformație instantanee ( $\epsilon_0$ ) care se repartizează masei gelice, concrețiilor cristaline și agregatelor. Masa gelică se deformează vâsco – plastic antrenând atât concrețiunile cristaline cât și agregatele. Astfel apare deformația de curgere lentă  $\epsilon_{cl}$  (fig. 3.13). Dacă la timpul  $t$  elementul se descarcă, se produce o restabilire elastică instantanee ( $\epsilon_0 < \epsilon_0$ ), după care are loc o creștere în timp a acestei restabiliri, deci o curgere lentă inversă ( $\epsilon_{cl}$ ). Aceasta se produce sub acțiunea lucrului mecanic acumulat în deformațiile concrețiilor cristaline și a agregatelor. Dar  $\epsilon_{cl} < \epsilon_{cl}$  căci în timp vâscozitatea masei gelice a crescut, în final rămânând o deformație remanentă  $\epsilon_r$ .

**Explicarea fenomenului** prin extinderea teoriei termodinamice a deformațiilor a lui Freyssiuet: prin aplicarea încărcării exterioare se produce o modificare a tensiunii capilare din porii pietrei de ciment care conduce la o pierdere suplimentară de apă. Piatra de ciment este „stoarsă” și apare astfel o nouă deformație de curgere lentă. Freyssiuet consideră curgerea lentă ca o contracție artificială și proporțională cu mărimea

acestia. Această teorie nu poate explica fenomenul de curgere lentă sub apă.

#### Factorii care influențează curgerea lentă

- Cimentul prin compoziție mineralogică, dozaj și finețe de măcinare (în același sens ca la fenomenul de contracție);
- Raportul  $a/c$  – când crește mărește și deformația de curgere lentă;
- Agregatele prin modulul de elasticitate, granulozitate și natura suprafeței;
- Umiditatea mediului;
- Mărimea tensiunii de durată  $\sigma_b$  influențează esențial acest fenomen. Când  $\sigma_b < R_0$  deformațiile de curgere lentă sunt proporționale cu tensiunile de durată. Considerarea legii liniare între  $\sigma_b$  și  $\varepsilon_{cl}$  reprezintă o ipoteză fundamentală cu ajutorul căreia se pot face calcule ținând cont de acest efect. În fig. 3.14 se prezintă cele trei cazuri de curgere lentă.

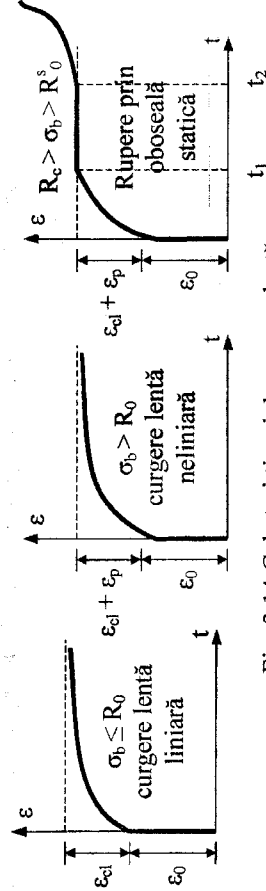


Fig. 3.14 Cele trei tipuri de curgere lentă

unde  $R_0^s$  este rezistența la oboseală statică a materialului.

- Timpul influențează prin vârsta  $\tau$  a betonului în momentul aplicării sarcinii de durată și timpul  $t$  la care se măsoară deformația.  $\varepsilon_{cl}$  este cu atât mai mare cu cât vârsta betonului este mai mică (fig. 3.15). La betoanele vechi practic nu mai apare din cauza cristalizării totale a masei gelice.

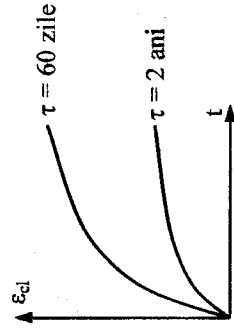


Fig. 3.15 Influența vârstei betonului asupra deformațiilor de curgere lentă

Fenomenele de curgere lentă și contracție sunt strâns legate între ele: în zona încărcărilor foarte mici contracția este preponderentă și în calcule se poate neglija influența curgerii lente; pentru trepte mari de încărcare curgerea lentă este preponderentă, în acest caz neglijându-se efectul contracției.

#### CHARACTERISTICILE CALCUL:

**Măsura curgerii lente ( $C_t$ )** reprezintă deformația de curgere lentă măsurată la timpul  $t$  a unei probe de beton având lungimea unitară (1 m), sub acțiunea unei tensiuni unitare  $\sigma_b = 1 \text{ daN/cm}^2$ , aplicată la o vârstă  $\tau$  oarecare a betonului. Este o funcție ascendentă de timp care tinde asimptotic către o valoare limită. Datorită proporționalității curgerii lente cu tensiunea de durată se poate scrie:

$$\varepsilon_{cl} = C_t \cdot \sigma_b$$

*Caracteristica curgerii lente* ( $\varphi_t$ ), măsurată la timpul  $t$ , reprezintă raportul dintre deformația specifică de curgere lentă ( $\varepsilon_{cl}$ ) și cea specifică instantanee ( $\varepsilon_0$ ), proba fiind încărcată la vârsta  $\tau$  cu  $\sigma_b = 1 \text{ daN/cm}^2$ .

$$\varphi_t = \frac{\varepsilon_{cl}}{\varepsilon_0} \text{ sau } \varepsilon_{cl} = \varepsilon_0 \cdot \varphi_t$$

Valoarea finală a deformației de curgere lentă, cea care se folosește în calcule, este:

$$\begin{cases} \varepsilon_{cl} = \varepsilon_0 \cdot \varphi \\ \varphi = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \varphi_0 \end{cases}$$

$\varphi_0$  – valoarea de bază a caracteristicii de curgere lentă, dată în STAS 10107/0 – 90;

$k_1 = f(R_b/R_{28})$  – de vârstă;

$k_2 = f(\sigma_b/R_c)$  – de mărimea lui  $\sigma_b$ ;

$k_3 = f(u\%)$  – de umiditatea mediului.

## IV. RUPEREA ȘI REZISTENȚELE BETONULUI

### IV.1 Ruperea prin întindere a betonului

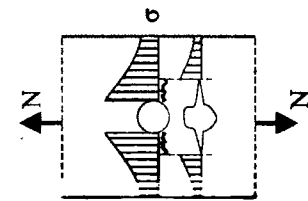


Fig. 4.1  
Concentrări de  
tensiuni la  
întindere

Fie o epruvetă din beton sollicitată la întindere centrică. Datorită defectelor de structură tensiunile nu au o distribuție uniformă, ci prezintă concentrații mari în dreptul acestora. Să considerăm un asemenea defect de structură, în dreptul căruia concentrarea de tensiuni este de  $3 \div 4$  ori mai mare decât tensiunea dintr-o secțiune plină. Când valoarea concentrării de tensiuni depășește  $R_t$ , se produce o rupere locală (microfisură) distribuită transversal pe direcția de acțiune a forței. În secțiunea microfisurată tensiunea scade brusc la zero, iar în zonele învecinate valoarea concentrării se mărește continuu. Ca urmare, microfisurile se dezvoltă în continuare și la un moment dat se unesc într-o fisură macroscopică care determină ruperea casantă a epruvetei.



### IV. 2 Ruperea prin compresiune a betonului

Se consideră o porțiune dintr-o epruvetă solicitată la compresiune axială. Datorită acțiunii forței  $N$  se înregistrează o scurtare longitudinală careia îi corespund tensiunile  $\sigma_b$  și o alungire transversală careia îi corespund tensiunile  $\sigma_{bt}$ , ambele prezentând concentrări de tensiuni în jurul defectelor de structură.

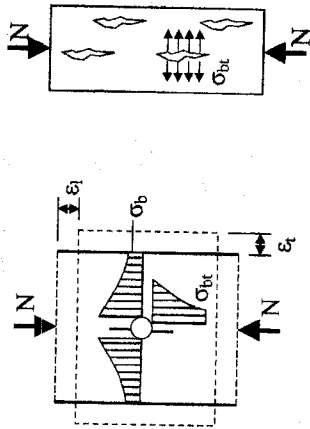


Fig. 4.2 Distribuția concentrațiilor de tensiuni la compresiune; caracterul de rupere

Deoarece  $R_c \gg R_t$  microfisurile se formează tot datorită concentrațiilor de tensiuni de întindere ce se dezvoltă în sens transversal. Deci acestea apar în sensul de acțiune al forței  $N$ , se dezvoltă și se unesc în fisuri macroscopice. Rezultă că la solicitarea de compresiune monoaxială ruperea se produce tot prin întindere (fig. 4.2). Valoarea rezistenței la compresiune ar putea fi mărită dacă s-ar împiedica dezvoltarea alungirii transversale a betonului, astfel încât ruperea să se producă prin strivire. În final se poate spune că ruperea prin întindere este cel mai general mod de rupere al betonului.

### IV. 3 Rezistențele la compresiune ale betonului

#### IV. 3. 1 Rezistența cubică ( $R_b$ ). Marca betonului

Principalul indice de calitate al unui beton plin greu este rezistența sa la compresiune care, într-o primă aproximație, dă indicații suficiente de precizie asupra celorlalte proprietăți fizico - mecanice. Determinarea rezistenței se face pe cuburi cu latura de 20 cm (30, 10 cm sau 141 mm) în funcție de dimensiunile maxime ale agregatului utilizat. Ruperea se poate face cu frecare (metoda standardizată) sau fără frecare.

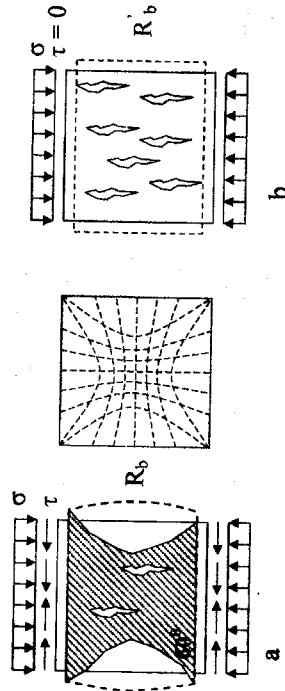


Fig. 4.3 Ruperea cu frecare (a) și fără frecare (b) a epruvetelor cubice

În cazul rupei cu frecare compresiunea nu este uniformă datorită tensiunilor tangențiale  $\tau$  de frecare ce sunt funcție de  $\sigma$  și care produc în planurile transversale o stare complexă de tensiuni. Acestea împiedică parțial alungirile transversale deci întotdeauna  $R_b > R_c$ , căci la ruperea fără frecare alungirile se produc liber pe înălțimea probei. Ruperea se produce prin spargerea de ciment sau la interfața piatră de ciment - agregat și mult mai rar prin agregat care este mai rezistent.

Rezistența cubică nu exprimă calitatea betonului turnat în elementele de construcții ci este legată de compoziția și structura care se formează la confecționarea, păstrarea și încercarea în condiții standard. Reprezintă numai un criteriu de calitate al amestecului de beton și servește, după vechile norme, la definirea mărcii betonului: *valoarea din scara de mărci standardizată imediat inferioară rezistenței medii la compresie determinată pe cuburi cu latura de 20 cm, încercate la vârsta de 28 de zile, respectând prevederile STAS privind modul de confecționare, păstrare și încercare*. Scara de mărci standardizată care a funcționat este:

B 20	B 50	B 70	B 100	B 150	B 200	B 250	B 300	B 400	B 500	B 600
B S	B S A		B A		B P					

#### FACTOII CARE INFLUENȚEAZĂ REZISTENȚA CUBICĂ:

- Frecarea platanelor:  $R_b > R_c$ ;
- Dimensiunile probei:  $R_{20} = 1,1 \cdot R_{30} = 0,94 \cdot R_{1415}$ ;
- Calitatea cimentului, rezistența cubică crescând odată cu marca cimentului;
- Dozajul de ciment (C);
- Raportul a/c:  $R_b = k \cdot R_c \cdot (c/a - 0,5)$ , unde  $R_c$  – rezistența cimentului – Bolomey – Skramtaev;
- Agregate prin: rezistență, granulozitate, dimensiunea maximă a granulelor, formă volumetrică, natura suprafeței, impurități;
- Adausurile plastifiante influențează favorabil căci permit reducerea raportului a/c, deci și a defectelor de structură;
- Modul de punere în operă: vibrarea reduce defectele de structură;

- **Vârsta betonului:** rezistența cubică crește în timp mai repede la început și apoi din ce în ce mai încet. Viteza de creștere depinde de doi factori esențiali: compoziția mineralogică a cimentului (aluminos, alitic sau belitic) precum și de temperatura mediului ambiant, acest ultim parametru fiind determinant.

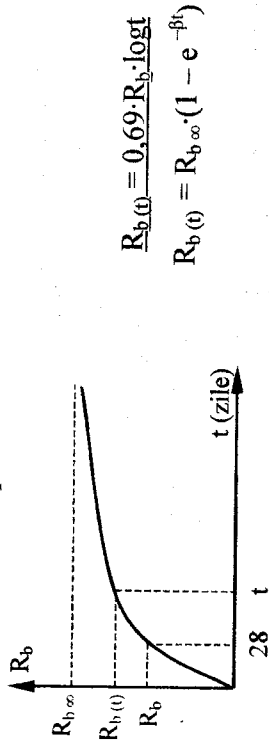


Fig. 4.4 Variația în timp a rezistenței cubice a betonului

#### IV. 3. 2 Rezistența prismatică ( $R_{pr}$ ). Rezistența cilindrică ( $R_{cil}$ )

Rezistența cubică nu intervine în calculele elementelor din beton, în schimb cea prismatică s-a folosit mult timp în calcule și reprezintă tensiunea de rupere a unor prisme cu secțiunea pătrată la care  $h/b \geq 2$ .

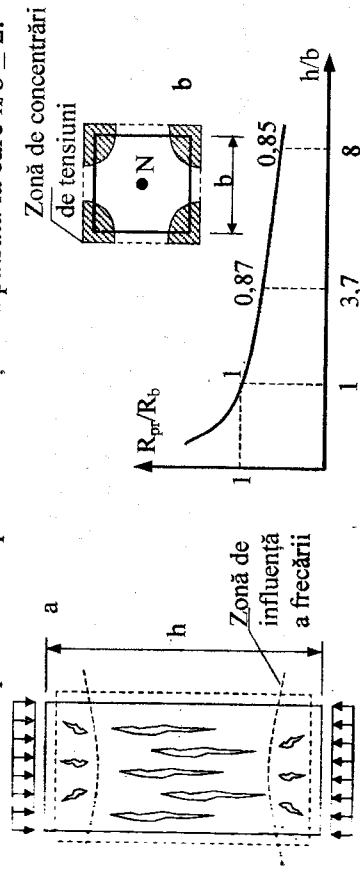


Fig. 4.5 Caracterul de rupere prismatic (a); influența raportului  $h/b$  asupra lui  $R_{pr}$

Se produce o alungire liberă pe toate cele patru laturi ale secțiunii transversale și practic pe toată înălțimea probei. Raportul  $h/b$  influențează mărimea tensiunii de rupere. Din grafic se observă că pentru  $h/b \geq 4$  raportul  $R_{pr}/R_b$  este aproximativ constant și experimental s-a constatat că acesta scade atunci când marca (clasa) betonului crește.

- Betoane cu mărci inferioare:  $R_{pr} = 0,8R_b$
- Betoane cu mărci medii:  $R_{pr} = 0,7R_b$
- Betoane cu mărci superioare:  $R_{pr} = 0,6R_b$

$$R_{pr} = \frac{1300 + R_b}{1450 + 3 \cdot R_b} \cdot R_b$$

Rezistența cilindrică nu este standardizată în România. Se determină pe cilindri cu  $A = 100 \text{ cm}^2$  sau  $200 \text{ cm}^2$  și  $h/d \geq 2$ . Caracterul de rupere al cilindricului este similar prismei, dar nu mai apar concentrări de tensiuni și valoarea rezistenței obținute este mai apropiată de cea reală. Normele CEB (Comitetul European de Beton) admit:  $R_{cil} = 0,83R_b$ .

#### IV. 3. 3 Rezistența la compresiune din încovoiere ( $R_i$ )

Reprezintă tensiunea de rupere a zonei comprimate a grinzilor încovoiate din beton armat. Spre deosebire de prismă care se alungește liber după cele patru laturi, zona comprimată a grinzii încovoiate are aceste alungiri complet împiedicate în vecinătatea axei neutre, scurtări în dreptul forței și alungiri neîmpiedicate în dreptul colțurilor superioare ale secțiunii.

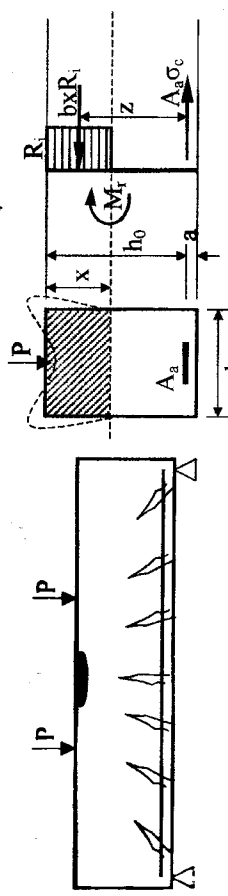


Fig. 4.6 Ruperea la compresiune din încovoiere a grinzilor din beton armat

Grinzișoarele pentru încercări sunt astfel concepute încât ruperea elementului să se producă prin curgerea armăturii și apoi prin ruperea betonului comprimat. Fiind cunoscute:  $P$ ,  $M_r$ ,  $A_a$ ,  $\sigma_c$ ,  $b$  și  $h_0$  rezultă

$$\Sigma M = 0 \rightarrow A_a \sigma_c (h_0 - 0,5x) = M_r \rightarrow x = \dots$$

$$\Sigma V = 0 \rightarrow bxR_i = A_a \sigma_c \rightarrow R_i = \dots$$

$$R_i = 1,25 \cdot R_{pr} \text{ sau } R_{pr} = 0,8 \cdot R_i$$

#### IV. 3. 4 Rezistența la strivire

Este cea mai mare rezistență a betonului și apare atunci când încărcarea se aplică pe o suprafață mică față de întreaga suprafață a elementului. Betonul din părțile laterale se opune alungirii transversale a betonului din miezul comprimat (fig. 4.7). Se modifică și caracterul de rupere, fisurile apar perpendicular pe direcția de acțiune a forței.

$$R_{str} = \omega \cdot R_{pr}$$

$$\omega = \sqrt[3]{\frac{A_{total}}{A_{local}}} \leq 2$$

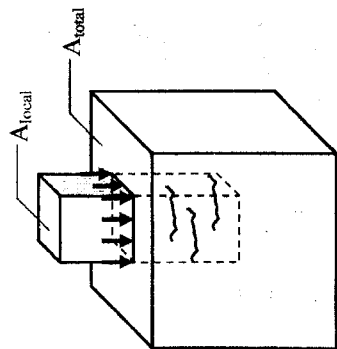


Fig. 4.7 Ruperea prin strivire a betonului

#### IV. 4 Rezistența la întindere a betonului ( $R_t$ )

Este cea mai mică rezistență a betonului, dar apare în foarte multe calcule. Se poate determina din întindere axială, la despicarea cilindrilor sau cuburilor, sau la încercarea grinzilor din beton simplu la încovoiere care este denumită și rezistența la întindere din încovoiere.

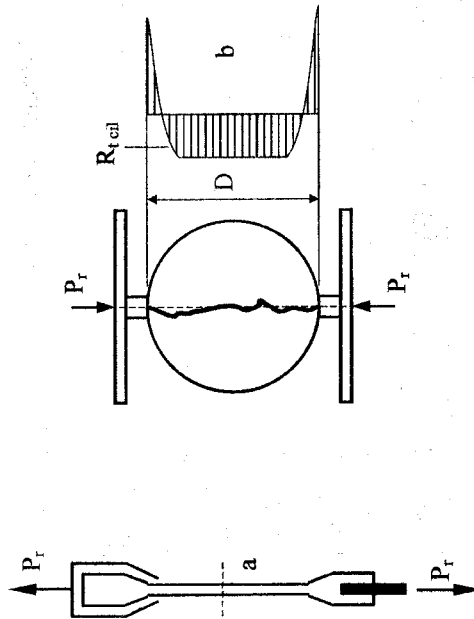


Fig. 4.8 Încercarea la întindere axială (a) și la despicarea cilindrilor (b)

Sistemul de trageră prin aderență este superior bacului, deoarece asigură o centrare mai bună a forței. Experimental s-a constatat că  $R_t$  axial este cea mai mică rezistență la întindere față de cele trei procedee de determinare a acestora.

$$R_t = \frac{P_r}{a^2}$$

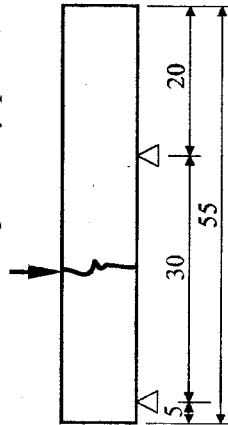
În unele țări rezistența la întindere se determină prin metoda braziliană la despicarea cilindrilor. Apar tensiuni de întindere pe aproape toată înălțimea secțiunii cilindricului și numai în punctele de aplicare a forței apar concentrații de tensiuni de compresie.

$$R_{t \text{ cil}} = \frac{2 \cdot P_r}{\pi \cdot d \cdot l}$$

$R_{t \text{ cil}} = (1 \div 1,1)R_t$ . Pentru betoane păstrate în aer Féret propune:  
 $R_t = 0,5 \cdot \sqrt[3]{R_b^2}$ .

#### IV. 4. 1 Rezistența la întindere din încovoiere ( $R_{ti}$ )

Se determină pe grinzi din beton simplu cu dimensiunile de  $10 \times 10 \times 55$  cm, efectuându-se două încercări pe aceeași probă, conform schemei.

Fig. 4.9 Metoda standardizată de determinare a lui  $R_{ti}$ 

Dacă se admite comportarea elastică a zonei întinse până la fisurare,

respectiv rupere, se poate scrie:

$$\text{După Navier: } R_{ti} = \frac{M_r}{W_{el}} = \frac{6 \cdot M_r}{b \cdot h^2}$$

S-a constatat că rezistența la întindere din încovoiere  $R_{ti}$  astfel calculată rezultă mai mare decât cea reală. Aceasta se explică prin faptul că în zona întinsă, urmare a procesului de microfisurare, apar deformații plastice importante. Diagrama de tensiuni se curbează și poate fi asimilată cu una uniformă.

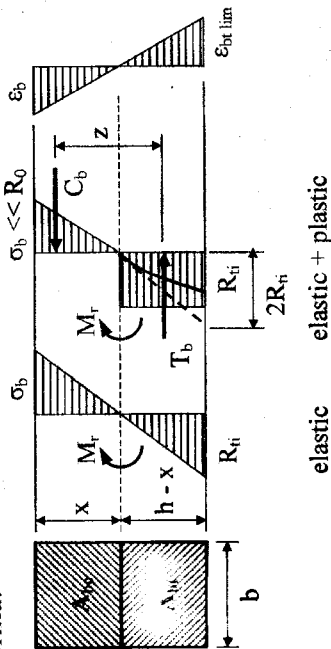


Fig. 4.10 Stări de tensiuni și deformații la ruperea prin întindere din încovoiere

Necunoscute:  $R_{ti}$ ,  $x$ ,  $\sigma_b$ ,  $\varepsilon_b$ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bt \text{ lim}}} = \frac{x}{h-x} \Rightarrow \varepsilon_b = \varepsilon_{bt \text{ lim}} \cdot \frac{x}{h-x} \\ \sigma_b = \varepsilon_b \cdot E_b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma_b = \frac{x}{h-x} \cdot \varepsilon_{bt \text{ lim}} \cdot E_b$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{bt \text{ lim}} = \frac{R_{ti}}{E_b} \\ \sigma_b = \frac{x}{h-x} \cdot \frac{R_{ti}}{(1-\lambda) \cdot E_b} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma_b = \frac{2x}{h-x} \cdot R_{ti}$$

pentru  $\lambda = 0,5$

$$C_b = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \sigma_b$$

$$T_b = b \cdot (h-x) \cdot R_{ti}$$

$$\Sigma F = 0 \rightarrow C_b = T_b \rightarrow \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \sigma_b = b \cdot (h-x) \cdot R_{ti} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} b \cdot x \cdot \frac{2x}{h-x} \cdot R_{ti} = b \cdot (h-x) \cdot R_{ti} \rightarrow$$

$$x^2 = (h-x)^2 \rightarrow x^2 - h^2 + 2 \cdot h \cdot x - x^2 = 0 \rightarrow x = 0,5 \cdot h$$

Axa neutră trece prin centrul de greutate al secțiunii active de beton, care în ajutorul ruperii este secțiunea întregă.

$\Sigma M = 0$  (față de  $C_b$ ):

$$M_r = T_b \cdot z = b \cdot (h-x) \cdot R_{ti} \cdot \left[ h - \frac{1}{3} x - \frac{1}{2} (h-x) \right]$$

$$M_r = b \left( h - \frac{h}{2} \right) R_{ti} \left[ h - \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} - \frac{1}{2} \left( h - \frac{h}{2} \right) \right]$$

$$M_r = b \cdot h^2 \cdot R_{ti} \cdot \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right) = \frac{7}{24} b h^2 R_{ti} = \frac{1}{3,42} b h^2 R_{ti}$$

$$\text{sau } M_r = 0,292 \cdot b \cdot h^2 \cdot R_{ti}$$

$$R_{ti} = \frac{3,42 \cdot M_r}{b \cdot h^2} \quad \text{în standard: } R_{ti} = \frac{3,5 \cdot M_r}{b \cdot h^2}$$

Relația stabilită conduce la rezultate corecte dacă înălțimea secțiunii nu depășește 10 cm; în caz contrar plasticizarea zonei întinse este numai parțială, nu se mai poate admite o distribuție uniformă a tensiunilor și relația nu mai exprimă realitatea. Dacă  $h \geq 50$  cm se poate admite o repartiție a tensiunilor ca în figura 4.11.

Calculând rezultă:  $M_r = M_r \cdot 0,196 \cdot b \cdot h^2 \cdot R_{ti}$

$k = \frac{0,196}{0,292} = 0,67$  - coeficient care

ține cont de plasticizarea mai slabă a zonei întinse și este variabil în funcție de înălțimea secțiunii.

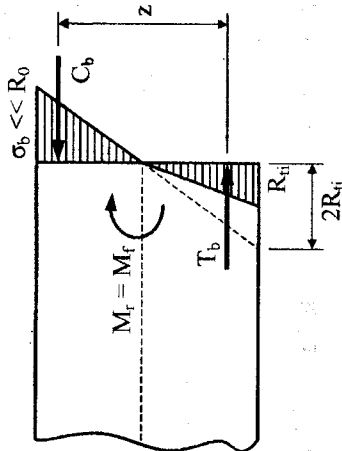


Fig. 4.11 Starea de tensiuni pentru  $h \geq 50$  cm

$$M_f = k \cdot 0,292 \cdot b \cdot h^2 \cdot R_{ci} = W_f R_t$$

$W_f$  - modul de rezistență la fisurare pentru beton simplu

$$\text{În STAS 10107/0 - 90: } M_f = W_f R_t \text{ unde } W_f = \gamma \cdot W_{el}; \quad W_{el} = \frac{b \cdot h^3}{6}$$

Factorii care influențează rezistența la întindere:

- Cimentul -  $R_t$  crește odată cu dozajul și cantitatea de alit;
- $R_t$  scade cu a/c dar mai puțin decât  $R_c$ ;
- Agregatele prin natura suprafeței (cu cât este mai rugoasă cu atât  $R_t$  crește);
- Depinde mai mult de neomogenitatea betonului;
- Scade odată cu creșterea secțiunii elementelor;
- $R_t$  este mai mare la betoanele întărite în apă;
- $R_t$  crește odată cu compactitatea și cu adăsurile fine.

#### IV. 5 Rezistența la forfecare a betonului

Toate încercările au arătat că  $R_r > R_t$  de aceea ruperea se produce prin întindere și nu prin forfecare. Cazurile de forfecare sunt rare și trebuie imaginat formele speciale de epruvete. Mörsh a observat cu ruperea se produce după niște dinți de fierăstrău.

$$R_r = k \sqrt{R_t \cdot R_c}, \text{ unde } k = 0,70 \div 0,75$$

$$R_t = (1,5 \div 2) R_c$$

$$R_r = (0,2 \div 0,3) R_c$$

#### IV. 6 Teoriile de rupere ale betonului

Ruperea betonului este un fenomen complex, greu de interpretat, datorită proprietăților elastic - vâscos - plastice și a neomogenității materialului. Având în vedere caracterul lor istoric și evolutiv, teoriile de rupere se pot clasifica în trei grupe și anume:

**Teorii fenomenologice** care consideră betonul un corp omogen, elastic, izotrop și continuu și care încearcă să stabilească legile după care se produce ruperea materialului aflat sub o stare complexă de tensiuni.

**Teoriile statistice** pleacă de la concluzia generală că procesul ruperii este precedat de apariția și dezvoltarea microfisurilor orientate normal pe direcția tensiunilor de întindere și că abaterea de la această regulă se datorează neomogenității materialului. Se acceptă că repartiția neomogenității funcție de gradul lor de pericolozitate se face după legea distribuției normale a lui Gauss - Laplace și sunt funcție de volumul

probei.

Teoriile structurale de rupere consideră că ruperea se produce prin smulgere sau decoeziune după direcția alungirii maxime și că are un caracter treptat. Acest caracter este datorat compromiterii compactității materialului prin apariția și dezvoltarea microfisurilor și a fost demonstrat experimental prin mai multe metode:

- Măsurarea deformațiilor longitudinale și transversale și stabilirea legii de variație a coeficientului deformației transversale;
- Măsurarea vitezei impulsurilor ultrasonice care străbat proba supusă încercării;
- Studiarea variației de volum a probei în timpul încercării;
- Măsurarea intensității pocnetelor care se produc în masa betonului datorită apariției microfisurilor;
- Măsurarea absorbției de energie în timpul încercării probei;
- Studiarea la microscop a eșantioanelor extrase din epruvete la anumite trepte de încărcare.

În funcție de mărirea tensiunii  $\sigma_b$ , în procesul de rupere se pot deosebi trei faze:

1. Faza de consolidare a structurii materialului pentru  $0 < \sigma_b \leq R_0$  în care se mărește compactitatea betonului prin aplicarea încărcărilor.
2. Faza de afănare a structurii materialului pentru  $R_0 < \sigma_b \leq R^s_0$  (rezistența la oboseală statică). Se produc microfisuri, dar efectul de consolidare fiind mai puternic decât cel de distrugere, procesul de afănare al structurii se amortizează în timp.

3. Faza de rupere pentru  $R^s_0 < \sigma_b \leq R_c$  când efectul de distrugere este mai

mare decât cel de consolidare, ruperea producându-se într-un ritm intens, autoaccelerat.

## V. ARMĂTURI PENTRU BETONUL ARMAT

Rolul esențial armăturii în beton este cel de preluare a tensiunilor de întindere dar și de compresiune în anumite cazuri.

### CLASIFICĂRI

<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Flexibilă – independentă sau plase sudate</li> <li>▪ Rigidă – profile laminare</li> </ul>	Pasive – pentru beton armat
	Active – pentru beton precomprimat
Armături de rezistență	Constructive – care nu se calculează
Armături de montaj	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Armături din oțeluri moi – pentru beton armat</li> <li>▪ Armături din oțeluri dure – pentru beton precomprimat</li> </ul>	

Oțelurile moi folosite în betonul armat se caracterizează prin rezistențe mici sau medii, dar alungiri la rupere mari. Sub încărcare au comportare ductilă, iar ruperea are un caracter plastic, prevenit ( $\sigma_r$  este anunțat mai întâi de  $\sigma_c$ ). Împrumută același caracter de comportare și elementelor din beton armate cu asemenea oțeluri.

Oțelurile dure au rezistențe mari și foarte mari, dar alungiri de rupere mici. Ruperea se produce brusc, casant, neprevenit (lipsește palierul

de curgere) și împrumută același mod de comportare elementelor la care sunt folosite. La elementele din beton precomprimat se iau măsuri speciale în proiectare pentru a preîntâmpina acest mod de rupere care este catastrofal.

Cu toate că armăturile din oțel prezintă o mare diversitate, totuși ele au două proprietăți comune importante: modulul de elasticitate și coeficientul de dilatare termică liniară care variază în limite foarte mici:

$$E = 1,8 \div 2,2 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$$

$$\alpha = (1,17 \div 1,22) \cdot 10^{-5}$$

### V.1 Structura oțelului

Oțelurile au o structură cristalină (metalică), de obicei neregulată, formată din blocuri de cristali unite în grăunți. Dimensiunile grăunților sunt de ordinul a  $0,01 \div 0,1 \mu$ , rezistența crescând odată cu scăderea dimensiunilor grăunților.

Orientarea lor neregulată dă oțelului o structură de mozaic.

Principalul constituent al acestuia este fierul care se găsește în structura oțelului sub formă de cub centrat (fierul cristalizat se numește ferită). Ferita este aliată în oțel cu cementita ( $\text{Fe}_3\text{C}$  – carbura de fier care conține 6,67% carbon).

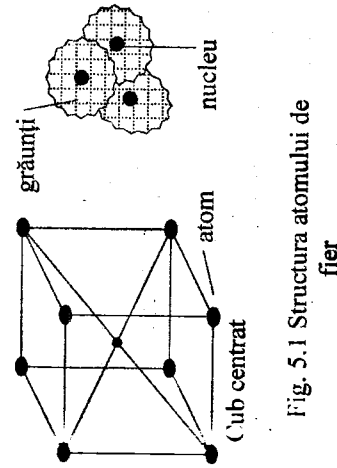


Fig. 5.1 Structura atomului de fier



Accasta depusă sub formă de lamele subțiri pe cristalii de ferită dă cea mai importantă componentă a oțelului: perlită. Conținutul de carbon al oțelului este de  $0,04 \div 1,70 \%$ , dar pentru armăturile betonului armat acesta este cuprins numai între  $0,30 \div 0,90\%$ .

**Ferita** este maleabilă, cu rezistențe mici și alungiri la rupere mari:

$$\sigma_r = 18 \div 25 \text{ daN/mm}^2$$

$$\varepsilon_r = 40 \div 50 \%$$

$$\text{HB} = 50 \div 80 \text{ daN/mm}^2$$

**Cementita** are rezistențe mari, este dură, casantă cu alungiri la rupere foarte mici:

$$\sigma_r = 70 \text{ daN/mm}^2$$

$$\varepsilon_r = 1 \%$$

$$\text{HB} = 600 \text{ daN/mm}^2$$

**Perlită:**

$$\sigma_r = 70 \div 90 \text{ daN/mm}^2$$

$$\varepsilon_r = 4 \div 11 \%$$

$$\text{HB} = 200 \div 285 \text{ daN/mm}^2$$

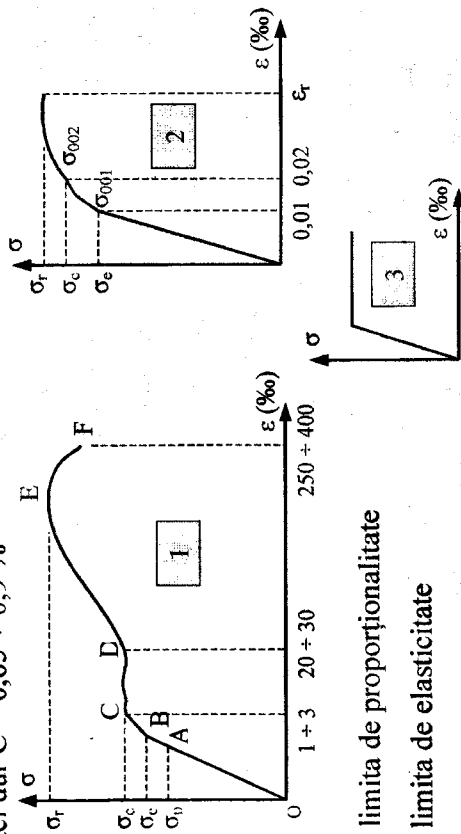
Prin creșterea procentului de carbon, deci de cementită, oțelul devine mai dur, cu rezistențe superioare, dar și mai casant deci rezultă că scade și deformabilitatea. Pe lângă carbon în oțel se mai găsesc și alte elemente de aliere (Mn, Si, Cu sau Cr, Ni, W, Mo) care sporesc rezistența, dar îi reduc deformabilitatea într-o măsură mai mică decât carbonul și îi îmbunătățesc alte proprietăți.

## V. 2 Deformațiile oțelului

Curba caracteristică a oțelului este esențial influențată de procentul de carbon. Să analizăm diagrama tensiune – deformație pentru două tipuri de oțeluri:

1. oțel moale  $C = 0,3 \div 0,4 \%$

2. oțel dur  $C = 0,65 \div 0,9 \%$



$\sigma_p$  – limita de proporționalitate

$\sigma_e$  – limita de elasticitate

$\sigma_c$  – limita de curgere

fig. 5.2 Curba caracteristică a oțelului (1) moale, (2) dur.

Diagrama simplificată a lui Prandtl (3)

În calculele practice se folosește diagrama simplificată a lui Prandtl.

1. Curba caracteristică a unui oțel moale prezintă mai multe zone distincte: porțiunea OA este o dreaptă, adică  $E_a$  este constant, punctului A corespunzându-i tensiunea  $\sigma_p$ . După acest punct deformațiile încep să crească mai repede decât tensiunile și pe lângă deformații elastice apar și mici deformații plastice (remanente). Punctului B îi corespunde tensiunea

$\sigma_c$  care se caracterizează prin deformații remanente mici ( $0,001 \div 0,03 \%$ ).

Deformațiile elastice se datorează schimbării distanței dintre atomi sub acțiunea stării de tensiuni. Ele au loc sub acțiunea tensiunilor normale pe fețele cristalelor de ferită. La încetarea încălzirii lucrul mecanic acumulat restabilește rețeaua cristalină în forma sa inițială. Când tensiunea depășește o anumită limită, între cristali se produc alunecări pe planurile de cea mai mare compactitate, adică cele diagonale cu cinci atomi. Aceste deformații tangențiale se produc după punctul C și corespund intrării în curgere a oțelului la tensiunea  $\sigma_c$ . Lungimea palierului de curgere C - D este cu atât mai mică cu cât oțelul conține mai mult carbon. Deformarea plastică a blocurilor de ferită conduce la reorientarea lor, structura oțelului modificându-se din cvasizotropă în anizotropă. Oțelul moale, care a cheltuit o mare parte din capacitatea sa de deformare plastică, capătă proprietăți asemănătoare celui dur. Pe curbă aceasta corespunde intervalului D - E care este denumit zonă de consolidare. Punctul E reprezintă limita convențională de rupere ( $\sigma_r$ ) corespunzătoare tensiunii maxime de întindere. Urmează stricțiunea și ruperea. Deformația specifică de rupere  $\varepsilon_r$  constituie o caracteristică de bază a plasticității oțelului.

2. De la un anumit procent de carbon palierul de curgere dispăre complet, această caracteristică fiind cea a unui oțel dur. În aceste cazuri se definește o limită de curgere și de elasticitate tehnică sau convențională care reprezintă tensiunea pentru care deformația plastică a epruvetei atinge valoarea de 0,02 ‰, respectiv 0,01 ‰.

### V. 3 Prelucrarea oțelului

În betonul armat oțelul moale se folosește numai până la  $\sigma_c$  care reprezintă aproximativ două treimi din  $\sigma_r$ , deci se utilizează numai 60% din capacitatea de rezistență a acestuia. Scopul prelucrării nu este numai de a da o anumită formă barelor ci de a ameliora structura oțelului în vederea ridicării limitei de curgere.

**Laminarea la cald** ( $900 \div 1250 \text{ }^\circ\text{C}$ ): structura oțelului turnat se distruge, iar în barele laminate se formează o structură nouă cu grăunți mici și omogeni. Oțelul laminat are proprietăți plastice superioare celui turnat.

Pe lângă laminarea la cald se folosesc prelucrări mecanice la rece, plecând de obicei de la bare rotunde, cu scopul de a ridica limita de curgere și cea de rupere. Prin depășirea lui  $\sigma_c$  se obține reorientarea blocurilor de cristali, ceea ce reduce plasticitatea și mărește duritatea; acest fenomen se numește ecruisare.

**Calibrarea** constă în tensionarea barelor până la o tensiune  $\sigma_k > \sigma_c$  după care se descarcă (2), înregistrându-se o deformație remanentă  $\varepsilon_p$ . Reîncărcând epruveta până la rupere (3) se constată că punctul k devine o nouă limită de curgere  $\sigma'_c > \sigma_c$ , dar  $\varepsilon'_r < \varepsilon_r$ . Limita de rupere practic nu se modifică. Dacă ecruisarea s-a făcut prin întindere

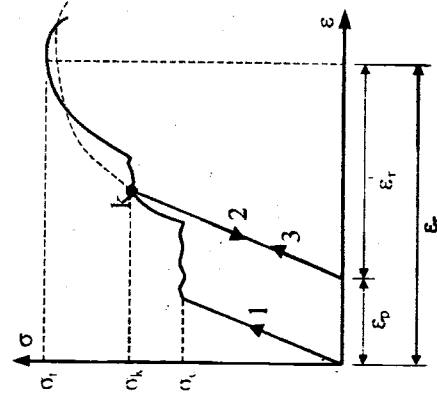


Fig. 5.3 Calibrarea oțelului moale

atunci  $\sigma_c$  crește numai pentru această solicitare iar pentru compresiune poate chiar să scadă. După ecrusare se constată o modificare progresivă în timp a proprietăților mecanice:  $\sigma_c$  și  $\sigma_t$  cresc, dar plasticitatea se reduce. Fenomenul se numește îmbătrânire.

**Treflarea** constă în tragerea barelor de oțel prin filiere care micșorează diametrul cu 5 ÷ 10 %. Astfel se obțin sârmele STNB cu diametre de 3 ÷ 8 mm, din care se realizează plasele sudate.

**Matriarea** constă în trecerea barelor prin linii de roți dințate care imprimă acestora niște profile.

#### V. 4 Sudabilitatea oțelurilor

Înădăirea armăturilor precum și realizarea plaselor și carcaselor sudate se face cu ajutorul sudurii. La sudura electrică temperatura ajunge la 2000 °C iar la flacăra oxiacetilenică la 3600 °C, oțelul topindu-se în urma acestor intervenții. Dacă răcirea se face repede se produce o schimbare a texturii și structura oțelului se modifică în zona sudurii. Se produce călirea oțelului, acesta devenind mai dur și mai casant. În urma acestui proces pot apare micro sau macrofisuri care compromit rezistența și deformabilitatea oțelului. Siliciul și aluminiul înrăutățesc comportarea la sudură, iar manganul o îmbunătățește. Oțelurile cu un conținut de carbon mai mare de 0,2 ÷ 0,3 % se comportă rău la sudură. Nu se recomandă folosirea sudurii la oțelurile ecruisate deoarece modifică textura căpătată prin ecrusare. Este permisă numai la plasele sudate deoarece se face prin presare, iar timpul de sudură este redus: 0,2 ÷ 0,8 secunde.

#### V. 5 Curgerea lentă a oțelurilor

Și la oțel se manifestă acest fenomen, dar sub două aspecte: creșterea deformațiilor sub sarcină constantă și scăderea tensiunii dintr-o bară tensionată și menținută la lungime constantă (fenomen de relaxare întârziat la armăturile active folosite la betonul precomprimat).

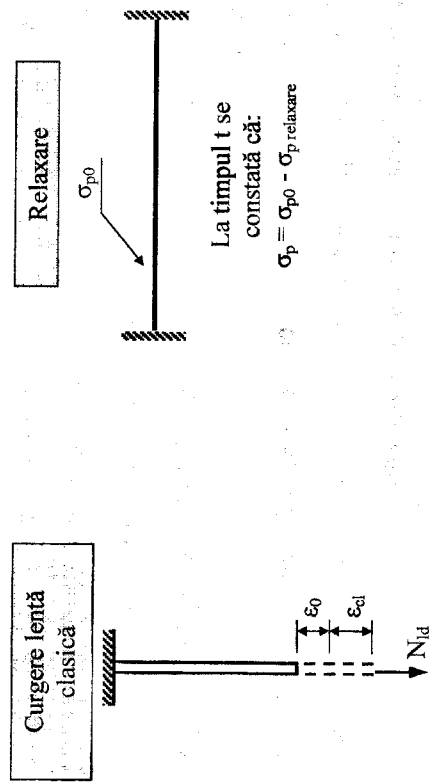


Fig. 5.4 Curgerea lentă a oțelului

Curgerea lentă este de aceeași natură cu cea a deformațiilor plastice ale oțelurilor: alunecări în cristali pe planurile de maximă compactitate. Este influențată esențial de tensiunea la care este supusă proba: dacă  $\sigma_a < 0,5\sigma_c$  efectul curgerii lente este mic, dar peste această tensiune deformațiile cresc repede. Creșterea temperaturii favorizează dezvoltarea curgerii lente.

#### V. 6 Coroziunea oțelurilor

Componenta oțelului care se corodează cel mai ușor este ferita.

Ruginirea oțelului se produce în atmosferă cu o umiditate mai mare de 60 %, rugina fiind un amestec de oxizi hidratați. Prezența  $\text{CO}_2$ ,  $\text{SO}_2$ , HCl și clorurile, acizii organici accentuează coroziunea, fragilizând armăturile. De obicei agenții agresivi acționează și atunci când se găsesc în proporții neînsemnate în mediu. În oțelurile ecrusate coroziunea superficială se poate transforma în coroziune intercrystalină, care poate conduce până la ruperea barelor. Coroziunea este determinată și de tensiunile la care este supusă armătura. Cele folosite la betonul precomprimat sunt oțeluri ecrusate și supuse frecvent la tensiuni de peste  $7000 \div 8000 \text{ daN/cm}^2$ , deci susceptibile în mod deosebit la coroziune și trebuie protejate corespunzător.

În condiții normale de exploatare stratul de acoperire cu beton al armăturii ( $1 \div 2,5 \text{ cm}$ ) și pelicula de  $\text{Ca(OH)}_2$  ce se formează pe suprafața barelor protejează armătura împotriva coroziunii.

### V.7 Oboseala oțelurilor

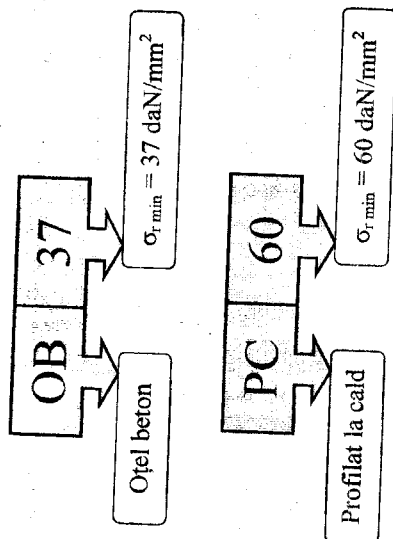
Ca și betonul, oțelul obosește în urma unui ciclu prelungit de încărcări – descărcări repetate. Acest fenomen se explică prin comportarea structurii sale neregulate, prin orientarea neregulată a blocurilor de cristali. La tensiuni egale, în unele din aceste blocuri se produc numai deformații elastice în timp ce în altele se obțin și deformații plastice datorită orientării lor. La descărcare, în cristalii care s-au deformat mai puțin rămân tensiuni de întindere. Repetarea încărcărilor conduce la creșterea tensiunilor remanente și prin aceasta la rupere în jurul defectelor de structură unde se

concentrează tensiunile. Deci rezistența la oboseală este influențată de defectele texturii, dar și de cele ale suprafeței barelor: creștături, puncte de rugină și sudură, care scad local rezistența oțelului.

Oțelurile ecrusate obolesc mai repede decât cele laminate la cald tocmai datorită microfisurilor provocate în textura lor prin deformarea la tensiuni mai mari decât limita de curgere. Rezistența la oboseală ( $R^o_a$ ) depinde și de amplitudine ( $\rho$ ) și numărul de oscilații la care este supusă bara.

### V.8 Oțeluri pentru armături folosite frecvent în România

- **OB 37** – laminat la cald cu profil longitudinal neted. Se livrează în colaci pentru  $\text{Ø}6 \div \text{Ø}12$  și în legături de bare drepte cu  $L = 10 \div 18 \text{ m}$  pentru  $\text{Ø}14 \div \text{Ø}40$ .  $\sigma_r = 3700 \text{ daN/cm}^2$  și  $\delta_r = 26 \div 27 \%$ .
  - **PC 52** – laminat la cald.  $\sigma_r = 5200 \text{ daN/cm}^2$  și  $\delta_r = 21 \div 22 \%$ .
  - **PC 60** – laminat la cald.  $\sigma_r = 6000 \div 7000 \text{ daN/cm}^2$  și  $\delta_r = 14 \%$ .
- Oțelurile de tip PC se livrează în colaci pentru  $\text{Ø}6 \div \text{Ø}8$ , în legături de bare drepte cu raza de întindere minim  $30d$  pentru  $\text{Ø}10 \div \text{Ø}12$  și peste  $\text{Ø}14$  în legături de bare drepte.
- **STNB** – sârmă trasă netedă pentru beton este folosită numai în plase și carcase sudate. Trasă la rece cu  $\text{Ø}3 \div \text{Ø}8$ .  $\sigma_r = 5000 \div 6000 \text{ daN/cm}^2$  și  $\delta_r = 6 \div 8 \%$ .
  - **STPB** – sârmă trasă profilată pentru beton.  $\sigma_r = 5500 \text{ daN/cm}^2$  și  $\delta_r = 8 \%$ .



## VI. CONLUCRAREA BETONULUI CU ARMĂTURA

### VI. 1 Aderența și natura acesteia

Este cunoscut faptul că aderența betonului la armătură reprezintă principalul factor care asigură conlucrarea dintre cele două materiale. Creșterile au stabilit că aderența este determinată de:

**Încleștarea** reprezintă factorul esențial și intervine într-un procent de 60 ÷ 70% din aderența totală. Neregularitățile existente la suprafața barelor laminare (de ordinul a 30 ÷ 100 μ) permit betonului să intre în aceste denivelări, obținându-se prin întărire o încleștare puternică.



Fig. 6.1 Distrugerea încleștării prin forfecare a betonului

Înecarea barei în beton se produce atunci când se realizează forfecarea betonului la nivelul superior al acestor neregularități. Folosind bare tip PC efectul încleștării se sporește cu 50 %.

**Lipirea** (încleierea) ... la suprafața de contact dintre beton și armătură iau naștere forțe de aderență propriu-zise datorită adeziunii moleculare a pietrei de ciment la armătură. Gelurile (hidrosilicații și hidroferiții de calciu) sunt adsorbite la suprafața armăturii, producându-se prin întărire fenomenul de lipire. Lipirea contribuie la realizarea aderenței până în momentul începerii alunecării armăturii în beton, după care se distruge.

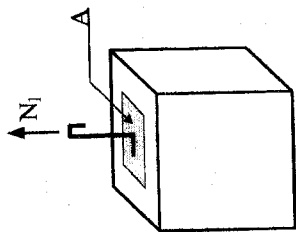


Fig. 6.2 Evidențierea practică a efectului lipirii

$$\tau_l = 4 \div 6 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau_l = (10 \div 15)\% \text{ din } \tau_a$$

$$\tau_l = \frac{N_1}{A} \text{ (daN/cm}^2 \text{ sau N/mm}^2\text{)}$$

**Frecarea** intervine în momentul în care armătura începe să lungească betonul, sporindu-se astfel aderența asigurată prin încleștare. Forțele

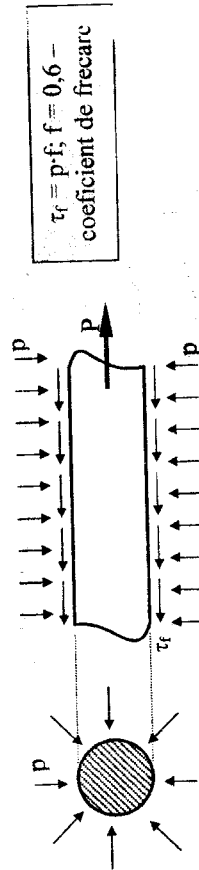


Fig. 6.3 Efectul frecării

tangențiale de frecare iau naștere sub acțiunea presiunii normale la suprafața armăturii produsă de către contracția betonului. Frecarea poate să mărită într-o oarecare măsură aderența (15%), dar armăturile nu se așază în mijlocul elementelor ci la marginea lor. Frecarea se poate evidenția prin extragerea unei bare polizate (fără asperități, deci încleștare nulă). Aceasta distruge lipirea și se măsoară forța corespunzătoare care produce

smulgera completă și care se datorează în exclusivitate frecării.

**VI. 2 Determinarea tensiunilor de aderență**

**Metoda directă** este cea mai des folosită și constă în extragerea dintr-o probă de beton a unei bare. La tragerea barei tensiunile tangențiale nu sunt distribuite uniform pe înălțimea probei, ci așa cum rezultă din figura 6.4.

Se notează cu  $\tau_a$  tensiunile tangențiale medii de aderență corespunzătoare echivalenței suprafețelor:

$$\int_0^l \tau \cdot dl = \tau_a \cdot l$$

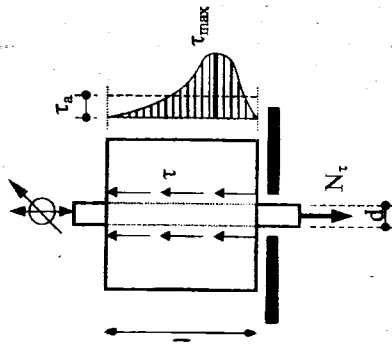
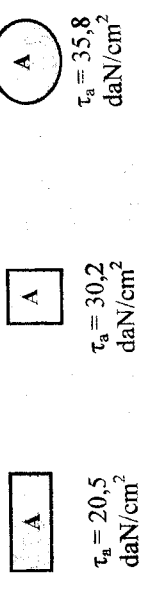


Fig. 6.4 metoda directă de determinare a tensiunii  $\tau_a$

în baza prevederilor standardizate tensiunea de aderență  $\tau_a$  se determină în funcție de forța de smulgeră  $N_t$  care produce o deplasare a barei liber de 0,01 mm. Pentru betoanele de calitate medie tensiunea  $\tau_a$  este de aproximativ  $25 \div 40 \text{ daN/cm}^2$ , adică valori apropiate de valoarea la forfecare  $R_{tr}$ , ceea ce este explicabil deoarece încleștarea este determinantă și ea se distruge prin forfecare.

Experimentările au arătat că tensiunile din armătură scad odată cu

- determină creșterea aderenței;
- Prin creșterea raportului a/c se reduce aderența cu toate că volumul de masă glicică este mai mare. Făcăt arată că influența apei în exces se resimte mai ales la barele orizontale sub care se adună pelicule de apă și nu se realizează o înglobare bună a armăturii în beton;
- Adaosurile măresc aderența deoarece reduc raportul a/c;
- Vibrarea mărește mult aderența, reducând defectele de structură ale betonului;
- Forma secțiunii barelor – barele ce au secțiuni cu colțuri au aderență redusă deoarece apar concentrații de tensiuni în aceste zone. La profilele laminate  $\tau_a = 10 \div 17 \text{ daN/cm}^2$ .



- Rugozitatea suprafeței barelor mărește aderența. Barele ruginite incipient au o aderență cu circa 15 % mai mare;
- Cu creșterea diametrului barei aderența scade;
- Aderența crește odată cu creșterea stratului de acoperire cu beton;
- Ciocurile de la capătul barelor sau diverse elemente transversale sudate pe bară măresc rezistența la smulgere. La barele tip PC nu se fac ciocuri;
- Armăturile transversale măresc aderența barelor longitudinale: etrierii cu 25 %, iar fretetele și mai mult deoarece împiedică alungirea transversală a betonului;
- Aderența crește în timp ca și celelalte rezistențe ale betonului.

creșterea lungimii de înglobare a barei în beton. Lungimea barei pe care se face transferul de tensiuni de la armătură la beton se numește lungime de aderență și este mai mică la barele cu profil periodic și mai mare la cele netede. Barele netede se smulg prin alunecare în timp ce acelea cu profil periodic se smulg prin despicarea betonului (efect de înșurubare însoțit de exercitarea unei presiuni laterale asupra betonului). De la o distanță de 15  $\div$  20d tensiunile  $\tau$  practic nu mai influențează forța de aderență.

Aderența poate fi determinată și prin împingere (compresiune) situație în care tensiunile de aderență rezultă cu 30 % mai mari. Aceasta se poate explica prin variația lungimii de aderență. La smulgere tensiunile  $\tau$  se manifestă practic numai pe o anumită porțiune din lungimea de înglobare, pe când la împingere se manifestă pe toată lungimea.

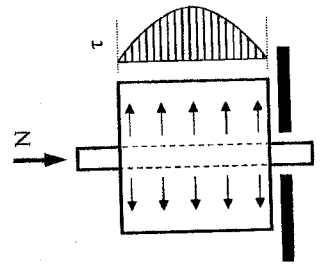


Fig. 6.5 Determinarea tensiunilor  $\tau_a$  prin compresiune

La împingere bara se alungește transversal (se „umflă”) și mărește presiunea normală și prin aceasta și efectul frecării.

**Metoda indirectă** costă în ruperea unui element încovoiat astfel încât cedarea să se producă prin smulgerea armăturii. Rezultatele sunt afectate însă de toate ipotezele și simplificările aduse în calcul.

**VI. 3 Factorii care influențează aderența**

- Cimentul prin dozaj și finețe de măcinare – crește volumul de masă glicică, deci crește efectul lipirii și cel al contracției, ceea ce

#### VI. 4 Ancorarea barelor

Elementele de beton armat sunt astfel concepute încât să lucreze cu zona întinsă fisurată. În secțiunea fisurată tensiunile de întindere sunt integral preluate de către armătură care trebuie să fie suficient ancorată în beton. Lungimea de ancorare se deduce din condiția ca intrarea armăturii în curgere să se producă, la limită, odată cu smulgera barei din beton, deci:

$$A_a \cdot \sigma_c \leq \pi \cdot d \cdot l_a \cdot \tau_a \Rightarrow l_a \geq \frac{A_a \cdot \sigma_c}{\pi \cdot d \cdot \tau_a} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\sigma_c}{\pi \cdot d \cdot \tau_a} = \frac{d \cdot \sigma_c}{4 \cdot \tau_a} = \lambda_a \cdot d$$

În cazul betoanelor de calitate medie:

$$OB 37 - \lambda_a \approx 30$$

$$PC 52 - \lambda_a \approx 25$$

În STAS 10107/0 - 90 lungimea de ancorare se calculează cu relația:

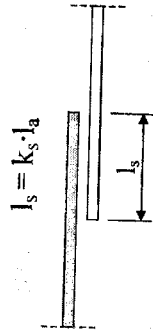
$$l_a = n_{anc} \cdot \frac{\sigma_{a,max}}{R_t} + \lambda_{a0}$$

$$n_{anc} = 0,03 \div 0,08$$

$$\lambda_{a0} = 10 \div 12, \text{ ambele funcție de marca oțelului.}$$

Pentru mărirea aderenței, respectiv pentru micșorarea lungimii de ancorare, se confecționează ciocuri la capetele barelor care pot fi drepte sau înclinate și se folosesc atunci când ancorarea se face într-o zonă comprimată și la barele cu diametru mai mic de 12 mm. Când nu se poate asigura lungimea de ancorare se practică ciocuri semicirculare cu diametrul interior de 2,5d. De regulă barele tip PC se termină fără ciocuri.

Înnădirea barelor prin aderență (suprapunere) se admite până la Ø25 inclusiv, în caz contrar practicându-se sudura. Lungimea minimă se suprapunere ( $l_s$ ) la înnădirea fără sudură este de 25 centimetri, preferabil în zonele comprimate sau întinse solicitate la moment minim. Se calculează cu relația:



$$k_s = 1 + 0,50 \cdot r_1 - \text{pentru înnădiri în zone întinse}$$

$$k_s = 1 + 0,25 \cdot r_1 - \text{pentru înnădiri în zone comprimate}$$

$r_1$  - raportul dintre aria armăturilor înnădite și aria tuturor armăturilor din secțiune.



## VII. TENSIUNI INIȚIALE ÎN ELEMENTELE DE BETON ARMAT

### VII.1 Con tracția betonului armat (cazul armării simetrice)

Con tracția betonului armat este mai mică decât cea a betonului simplu deoarece armătura reduce tendința naturală a betonului de a-și micșora volumul. Se produce o stare inițială de tensiuni pentru calculul căreia se admit următoarele ipoteze:

- Secțiunile plane înainte de con tracție rămân plane și după manifestarea fenomenului — în realitate betonul se con tractă mai puțin în zona armăturii;
- Con tracția se consideră constantă în lungul elementului de beton armat;
- Modulul de elasticitate al betonului rămâne constant în timp;

- Se admite legea lui Hooke și se consideră apriori  $\sigma_b \leq R_b$ ;

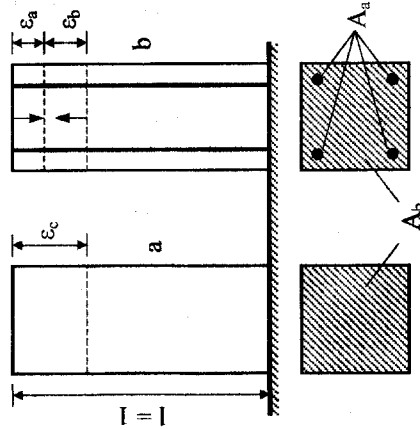


Fig. 7.1 Con tracția betonului simplu (a) și a betonului armat (b)

- Se neglijează influența curgerii lente.

Se fac următoarele notații:  $\varepsilon_c$  — con tracția betonului simplu;  $\varepsilon_a$  — con tracția betonului armat egală cu scurtarea armăturii;  $\varepsilon_b = \varepsilon_c - \varepsilon_a$  — diferența dintre con tracția betonului simplu și cea a betonului armat, egală cu o alungire specifică convențională a betonului din elementul din beton armat. Cu alte cuvinte betonul din acest element s-ar scurta din con tracție cu  $\varepsilon_c$  și apoi s-ar alungi cu  $\varepsilon_b$ . Rezultă deci că din con tracție apare o stare interioară de tensiuni: compresiune în armătură și întindere în beton.

Elementul fiind în echilibru se poate scrie că forța de întindere din beton este egală cu cea de compresiune din armătură, deci:

$$\begin{aligned} N_b &= N_a \\ N_a &= A_a \cdot \sigma_a = A_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_a \\ N_b &= A_b \cdot \sigma_b = A_b \cdot \varepsilon_b \cdot E_b \end{aligned} \Rightarrow A_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_a = A_b \cdot \varepsilon_b \cdot E_b$$

$$\text{Dar, } \varepsilon_a = \varepsilon_c - \varepsilon_b \Rightarrow A_b \cdot \varepsilon_b \cdot E_b = A_a \cdot E_a (\varepsilon_c - \varepsilon_b) \Rightarrow$$

$$A_b \cdot \varepsilon_b \cdot E_b = A_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_c - A_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_b \Rightarrow$$

$$\varepsilon_b = \frac{A_a \cdot E_a}{A_b \cdot E_b + A_a \cdot E_a} \cdot \varepsilon_c = \frac{A_a \cdot E_a}{A_b \cdot E_b \cdot \left(1 + \frac{A_a \cdot E_a}{A_b \cdot E_b}\right)} \cdot \varepsilon_c \Rightarrow \varepsilon_b = \frac{n \cdot \mu}{1 + n \cdot \mu} \cdot \varepsilon_c$$

Se notează:  $\frac{A_a}{A_b} = \mu$  și  $\frac{E_a}{E_b} = n$

(cunoscând pe  $\varepsilon_b$  se poate calcula tensiunea inițială de întindere din beton:

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b = \frac{n \cdot \mu \cdot E_b}{1 + n \cdot \mu} \cdot \varepsilon_c = \frac{E_a \cdot \mu \cdot E_b}{1 + n \cdot \mu} \cdot \varepsilon_c \Rightarrow$$

$$\sigma_b = \frac{\mu \cdot E_a}{1 + n \cdot \mu} \cdot \varepsilon_c$$

Pentru a calcula tensiunea din armătură se scrie:

$$A_b \cdot \sigma_b = A_a \cdot \sigma_a \Rightarrow \sigma_a = \frac{A_b}{A_a} \cdot \sigma_b = \frac{1}{\mu} \cdot \sigma_b = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\mu \cdot E_a}{1 + \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c \Rightarrow$$

$$\sigma_a = \frac{E_a}{1 + n \cdot \mu} \cdot \varepsilon_c$$

Aceste două relații arată că:

- tensiunile din beton și armătură sunt proporționale cu  $\varepsilon_c$
- contracția betonului armat este cu atât mai mică cu cât coeficientul de armare este mai mare, deoarece frânarea este mai puternică;
- tensiunea din armătură  $\sigma_a$  este cu atât mai mare cu cât  $\mu$  este mai mic;
- tensiunea din beton  $\sigma_b$  este cu atât mai mare cu cât  $\mu$  este mai mare.

Observație: dacă  $\sigma_b > R_t$  betonul fisurează din contracție, caz frecvent mai ales la plăci și tiranți.

## VII. 2 Contractia betonului armat (cazul armării nesimetrice)

Prin așezarea nesimetrică a armăturii tensiunea de compresiune ce se

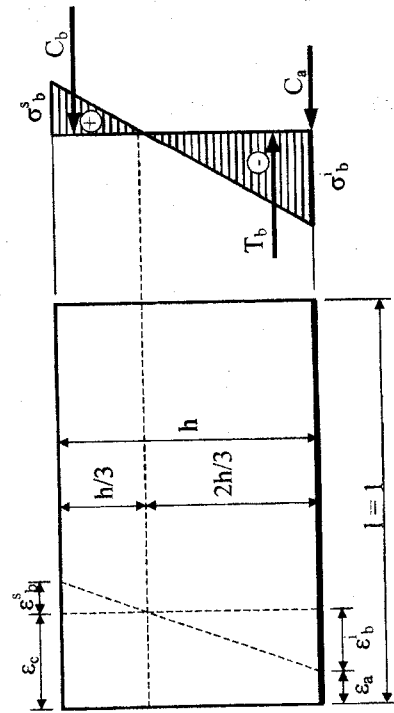


Fig. 7.2 Contractia betonului în elementele armate nesimetric

Beton armat

dezvoltă în aceasta ( $C_a$ ) solicită secțiunea la compresiune excentrică. Pentru simplificarea calculului se va neglija grosimea stratului de acoperire cu beton, deci se admite că armătura este așezată chiar la fața inferioară a grinzii din beton armat.

Axa neutră trece pe la treimea înălțimii: punctul de aplicație al forței excentrice fiind antipolul axei neutre în raport cu elipsa centrală de inerție, dacă forța de compresiune este aplicată la limita treimii centrale axa neutră se află la marginea secțiunii; invers, dacă forța de compresiune se aplică la marginea secțiunii axa neutră trece prin treimea superioară. Pornind de la ipoteza lui Bernoulli, se poate scrie:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varepsilon_b^i = 2 \cdot \varepsilon_b^s, \text{ dar: } \varepsilon_b^i = \varepsilon_c - \varepsilon_a$$

(cele trei rezultante ale tensiunilor au valorile:

$$C_b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{h}{3} \cdot \sigma_b^s = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^s = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_b^i = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^i$$

$$T_b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{2h}{3} \cdot \sigma_b^t = \frac{1}{3} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^t$$

$$C_a = A_a \cdot \sigma_a = A_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_a$$

Se scrie  $\Sigma F = 0 \Rightarrow C_b + C_a = T_b$

$$\frac{1}{12} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^i + A_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_a = \frac{1}{3} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^t \cdot \frac{1}{b \cdot h \cdot E_b}$$

$$\frac{1}{12} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^i + \frac{1}{b \cdot h \cdot E_b} \cdot A_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_a = \frac{1}{3} \cdot b \cdot h \cdot E_b \cdot \varepsilon_b^t$$

$$\frac{1}{12} \cdot \varepsilon_b^i + \frac{A_a}{b \cdot h} \cdot \frac{E_a}{E_b} \cdot \varepsilon_a = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_b^t \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot \varepsilon_b^i + \mu \cdot n \cdot \varepsilon_a = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_b^t \Rightarrow$$

Beton armat

$$\left. \begin{aligned} \mu \cdot n \cdot \varepsilon_a &= \frac{1}{4} \cdot \varepsilon_b^i \\ \varepsilon_b^i &= \varepsilon_c - \varepsilon_a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu \cdot n \cdot \varepsilon_a = \frac{1}{4} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_a) \Rightarrow$$

$$\varepsilon_a = \frac{1}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c$$

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \Rightarrow \sigma_a = \frac{E_a}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c$$

$$\sigma_b^i = \varepsilon_b^i \cdot E_b = (\varepsilon_c - \varepsilon_a) \cdot E_b = \left( \varepsilon_c - \frac{1}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c \right) \cdot E_b = \varepsilon_c \cdot E_b \cdot \left( 1 - \frac{1}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \right)$$

$$\sigma_b^i = \varepsilon_c \cdot E_b \cdot \left( \frac{1+4 \cdot \mu \cdot n - 1}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \right) = \frac{4 \cdot E_b \cdot \mu \cdot n}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c \Rightarrow \sigma_b^i = \frac{4 \cdot E_b \cdot \mu \cdot E_a}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c \Rightarrow$$

$$\sigma_b^i = \frac{4 \cdot \mu \cdot E_a}{1+4 \cdot \mu \cdot n} \cdot \varepsilon_c$$

Prin așezarea asimetrică a armăturii crește tensiunea  $\sigma_b^i$  de întindere în beton. Aceasta face ca pentru același coeficient de armare  $\mu$  pericolul de fisurare să crească datorită contracției betonului.

**Efectele contracției** în elementele de beton armat solicitate la încărcări:

- În elementele comprimate centric micșorează tensiunea de compresiune din beton și mărește tensiunea de compresiune din armătură, rezultă un efect favorabil;
- În elementele întinse efectul este defavorabil deoarece contracția mărește tensiunea de întindere în beton și deschiderea fisurilor crește mult;
- În sistemele static nedeterminate contracția produce eforturi

suplimentare și poate fi asimilată cu o scădere de temperatură de aproximativ 15 °C;

- Pentru a reduce efectul defavorabil al contracției se recomandă utilizarea materialelor optime, reducerea deformației din contracție a betonului simplu prin umiditate ridicată, se prevăd rosturi de dilatație, se folosesc elemente prefabricate și precomprimate.

**Efectul curgerii lente** – deformațiile de curgere lentă produc în timp o retransmitere a tensiunilor de la beton la armătură indiferent de solicitare. Cumulând efectele contracției și curgerii lente rezultă:

#### Elemente întinse

$$\sigma_a^{(t)} = \sigma_a^0 - \Delta\sigma_a^c + \Delta\sigma_a^{cl}$$

$$\sigma_b^{(t)} = \sigma_b^0 + \Delta\sigma_b^c - \Delta\sigma_b^{cl}$$

#### Elemente comprimate

$$\sigma_a^{(t)} = \sigma_a^0 + \Delta\sigma_a^c + \Delta\sigma_a^{cl}$$

$$\sigma_b^{(t)} = \sigma_b^0 - \Delta\sigma_b^c - \Delta\sigma_b^{cl}$$

## VIII. STADIILE DE LUCRU ALE BETONULUI ARMAT

Comportarea elementelor din beton armat la diferite solicitări, având în vedere aspectele calitative și cantitative, a fost departajată în mai multe etape distincte de lucru, denumite stadii, atunci când încărcarea exterioară crește de la zero până la cea care produce ruperea elementului. În mare stadiile de lucru au fost împărțite în trei:

Stadiul I – elementul lucrează cu zona întinsă nefisurată;  
 Stadiul II – elementul lucrează cu zona întinsă fisurată;  
 Stadiul III – stadiul de rupere (sau ultim) când armăturile intră în curgere înainte sau odată cu ruperea betonului comprimat.

### VIII. 1 Stadiile de lucru la întindere

Să considerăm un element liniar de beton armat solicitat la întindere centrică.

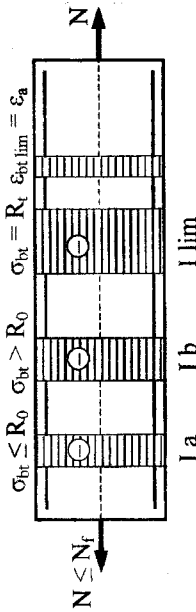


Fig. 8.1 Stări de tensiuni și deformații în stadiul I

Beton armat

În stadiul I limita elementul se află în ajun de fisurare. Forța care aduce secțiunea la limita stadiului I se numește forță de fisurare și se notează cu  $N_f$ .

$$N_f = N_b + N_a = A_b \sigma_b + A_a \sigma_a = A_b R_t + A_a \sigma_a^* = A_b R_t + 200 A_a$$

$$\sigma_a^* = \varepsilon_a E_a = \varepsilon_{bt \text{ lim}} E_a = \frac{0,1}{1000} 2,1 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2 = 210 \text{ daN/cm}^2$$

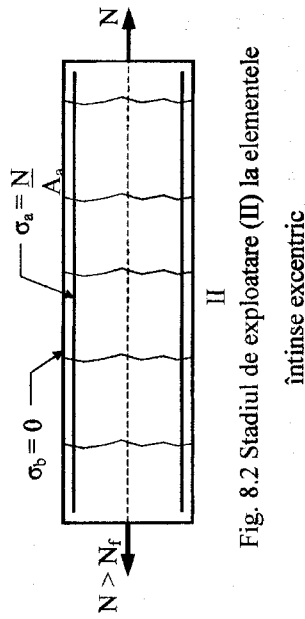


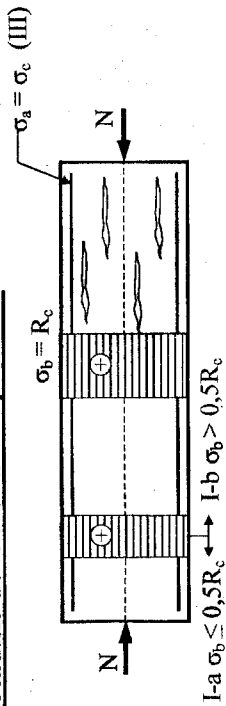
Fig. 8.2 Stadiul de exploatare (II) la elementele întinse excentric

În stadiul II-a apar fisuri distribuite la distanțe neegale, care spre sfârșitul acestui stadiu încep să se ordoneze la distanțe aproximativ egale. În II-b nu mai apar fisuri noi, cele existente mărindu-și deschiderea. Treptat se distruge din ce în ce mai mult conlucrarea dintre beton și armătură în vecinătatea fisurilor. Spre sfârșitul stadiului II-b elementul din beton armat se comportă practic ca un tirant metalic. Pentru elementele întinse centric stadiul II se mai numește și **stadiul de exploatare**.

(când  $\sigma_a = \sigma_c$  se consideră că elementul a ajuns în stadiul de rupere (stadiul III), situație în care conlucrarea dintre beton și armătură este compromisă (total sau aproape total:  $N = N_f = A_a \sigma_c$ ).

Beton armat

## VIII. 2 Stadiile de lucru la compresiune



I-a  $\sigma_b \leq 0,5R_c$     I-b  $\sigma_b > 0,5R_c$

Fig. 8.3 Stările de lucru la compresiune centrică

Nu există zonă întinsă pe secțiunea transversală, deci elementul lucrează în două stadii: din stadiul I se trece direct în stadiul III care se atinge prin curgerea armăturii longitudinale și ruperea cu caracter prismatic a betonului.

$$N_r = N_a + N_b = A_a \sigma_c + A_b R_c$$

## VIII. 3 Stadiile de lucru la încovoiere

Se analizează în secțiuni normale într-o zonă de element cu moment încovoiător constant și forță tăietoare minimă pentru a nu perturba comportarea în secțiuni normale.

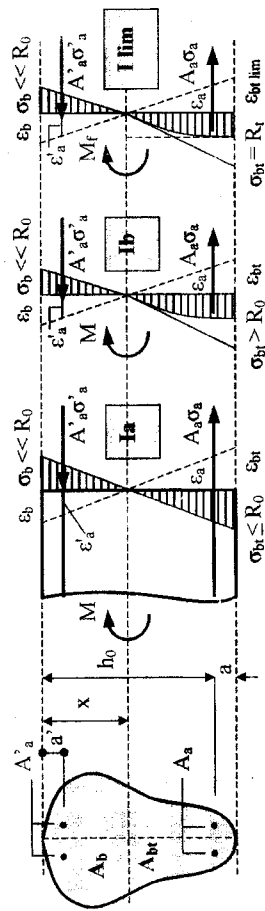


Fig. 8.4 Stări de tensiuni și deformații în stadiul I

Beton armat

- Stadiul Ia — deoarece  $\sigma_{bt} < R_0$  se admite repartiția liniară a tensiunilor, deci se respectă legea lui Hooke.
- Stadiul Ib — se plasticizează parțial zona întinsă, ceea ce determină o repartiție parabolică a tensiunilor.
- Stadiul I limită — zona întinsă este plasticizată puternic pe aproape toată înălțimea ei, tensiunile în beton fiind egale cu  $R_b$ , dar numai fibra inferioară extremă se alungește cu  $\epsilon_{bt \text{ lim}}$ . Pentru calculul momentului de fisurare ( $M_f$ ) se admite o distribuție uniformă a tensiunilor  $R_c$ .

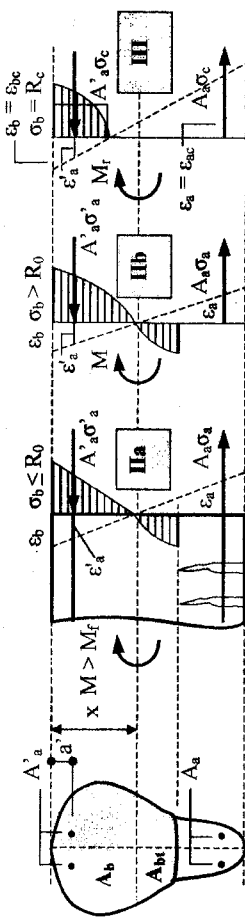


Fig. 8.5 Stadiul de exploatare și de rupere la elementele încovoiate

Odată cu apariția primelor fisuri, care sunt normale pe axa clementului acesta trece în stadiul II de lucru. După ieșirea din lucru a părții întinse fisurate tensiunile din armătura întinsă și din betonul zonei comprimate cresc brusc față de valorile corespunzătoare limitei stadiului I.

Stadiul de exploatare se împarte în două:

- II-a în care apar fisuri (similar ca la sollicitarea de întindere centrică) și care se ordonează la distanțe aproximativ egale; cu oarecare aproximație, repartiția tensiunilor pe înălțimea zonei comprimate putând fi admisă liniară;

Beton armat

- II-b în care nu mai apar fisuri noi, cele existente dezvoltându-se prin mărirea deschiderii și a lungimii lor; pe măsură ce încărcarea crește, înălțimea zonei comprimate se reduce continuu iar diagrama de variație a tensiunilor se curbează tot mai mult.

Dacă elementul este armat rațional ( $\mu \leq \mu_{\max}$  sau  $p \leq p_{\max}$ ) stadiul III de rupere se atinge prin curgerea armăturii din zona întinsă înainte sau odată cu ruperea betonului comprimat și curgerea armăturii comprimate. Momentul încovoitor care produce această stare de tensiuni se numește moment de rupere ( $M_r$ ).

## IX. BAZELE CALCULULUI ELEMENTELOR DE BETON ARMAT

### IX. 1 Metoda rezistențelor admisibile (MRA)

A fost folosită în țara noastră din anul 1942 și până în anul 1950. Principiile metodei sunt însă folosite și astăzi la calculul tensiunilor în beton și armătură în stadiul de exploatare, în verificările elementelor pretensionate, etc.

### IPOTEZELE DE BAZĂ ALE METODEI

Ipoteza proporționalității tensiunilor cu deformațiile specifice. Se admite legea lui Hooke pentru beton și oțel până la o anumită limită de rezistență, denumită rezistență admisibilă. Eroarea este cu atât mai mică cu cât coeficientul de siguranță este mai mare, deoarece  $\sigma_b$  se îndepărtează mai mult de  $R_0$  și deformațiile plastice devin cu totul neglijabile. Oricum eroarea este mai mare pentru beton decât pentru armătură. Având în vedere caracterul de lungă durată al acțiunii încărcărilor, de redistribuirea tensiunilor între beton și armătură, de influența zonelor fisurate asupra

deformațiilor secțiunilor, eroarea este mare chiar pentru încărcări reduse.

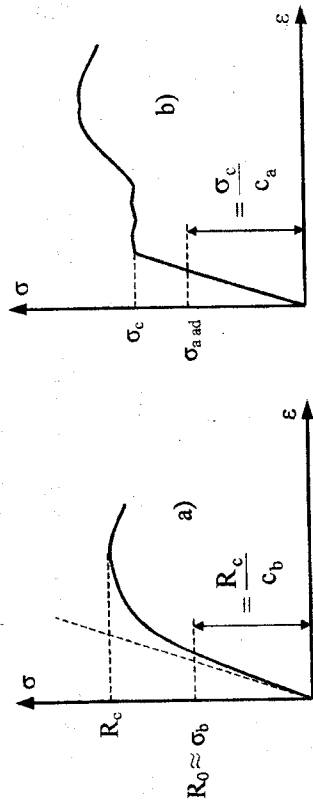


Fig. 9.1 Definierea rezistențelor admisibile:  
pentru beton (a) pentru armătură (b)

$\sigma_{b,ad}$  — rezistență admisibilă pentru beton,

$\sigma_{a,ad}$  — rezistență admisibilă pentru armătură.

$$\sigma_{b,ad} = \frac{R_c}{c_b}; \sigma_{a,ad} = \frac{\sigma_c}{c_a}; c_b = 2 + 3 \text{ coeficient de siguranță}; c_a = 2,1.$$

**Ipoteza secțiunilor plane (Bernoulli)** pentru întindere și compresiune centrică nu introduce erori importante. Acestea sunt ceva mai mari pentru elementele încovoiate, comprimate și întinse excentric cu mare excentricitate în stadiul II în care se face calculul acestora. Aplicarea aceste ipoteze împreună cu legea lui Hooke face ca implicit să fie admisă variația liniară a tensiunilor pe secțiunea echivalentă de beton, ceea ce este suficient de eronat.

**Ipoteza coeficientului de echivalență.** Pentru a putea folosi relațiile de calcul corespunzătoare materialelor omogene, secțiunea neomogenă de beton armat se înlocuiește cu o secțiune echivalentă dintr-un material omogen (beton simplu). Echivalarea se face plecând de la considerentul că

Beton armat

sub acțiunea încărcărilor, datorită conlucrării,  $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ . Deci:

$$\frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \Rightarrow \frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{E_a}{E_b} = n \Rightarrow \begin{cases} \sigma_a = n \cdot \sigma_b \\ E_a = n \cdot E_b \end{cases}$$

Aceasta înseamnă că secțiunea  $A_a$  de armătură poate fi înlocuită în calcul cu o secțiune echivalentă de beton egală cu  $nA_a$ . Prin urmare se poate scrie:

$$A_{bj} = A_{b,net} + nA_a + nA'_a = (A_b - A_a - A'_a) + nA_a + nA'_a \Rightarrow$$

$$A_{bj} = A_b + (n-1)A_a + (n-1)A'_a$$

În același mod se pot stabili:

$$I_{bj} = I_b + (n-1)I_a + (n-1)I'_a \text{ și } S_{bj} = S_b + (n-1)S_a + (n-1)S'_a$$

(Observație !!! Prin  $A_b$ ,  $S_b$ ,  $I_b$  dacă elementul lucrează în stadiul II, se înțelege aria, momentul static și momentul de inerție numai al zonei comprimate.

#### Ipoteza betonului întins

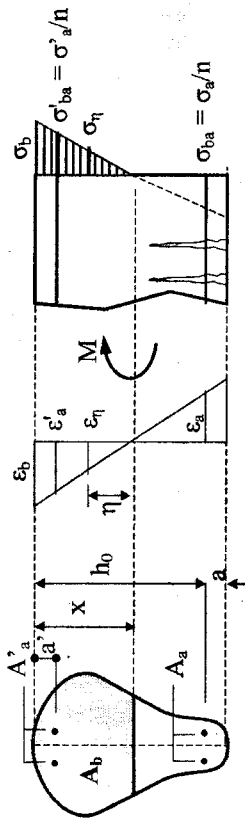


Fig. 9.2 Ipoteza betonului întins

În calculul elementelor de beton armat în stadiul II betonul întins este fisurat și nu se ține seama de el la preluarea tensiunilor. Cu toate că acest beton nu fisurează în totalitate, se neglijează (cu eroare neimportantă) efortul capabil al porțiunii de zonă întinsă din vecinătatea axei neutre.

Beton armat

Tensiunile pe înălțimea zonei comprimate se admit cu variație liniară (stadiul II). Pentru toate celelalte cazuri când  $\sigma_{bt} < R_t$  nu apar fisuri, elementul lucrează în stadiul I și se consideră aportul zonei întinse.

**Ipoteza coeficientului de siguranță.** Determinarea rezistențelor admisibile a celor două materiale se face împărțind rezistențele de rupere ale betonului, respectiv  $\sigma_c$  pentru oțel la niște coeficienți de siguranță (pentru beton  $c_b = 2 + 3$  și pentru oțel  $c_a = 2,1$ ). Problema siguranței în această metodă este tratată convențional și nu se cunoaște siguranța reală. Observație: prin  $M$  se înțelege momentul încovoietor de exploatare.

### RELATII GENERALE DE CALCUL

Calculul la solicitări simple sau compuse se face cu relațiile stabilite de rezistența materialelor, determinându-se în prealabil caracteristicile ideale ale secțiunilor. Betonul armat este un material static nedeterminat interior; cu ajutorul lui  $n$ , determinat dintr-o ecuație de deformație, s-a ridicat această nedeterminare interioară.

Elemente solicitate la compresiune centrică

$$\begin{cases} \sigma_b = \frac{N}{\varphi \cdot A_{bi}} ; \varphi - \text{coeficient de flambaj} \\ \sigma_a = n \cdot \sigma_b \end{cases}$$

Elemente solicitate la întindere centrică

$$\text{Stadiul I} \begin{cases} \sigma_b = \frac{N}{A_{bi}} & \text{Stadiul II} \begin{cases} \sigma_b = 0 \\ \sigma_a = \frac{N}{A_a} \end{cases} \\ \sigma_a = n \cdot \sigma_b \end{cases} \quad (\text{în secțiunea fisurată})$$

Elemente solicitate la încovoiere

$$\begin{cases} \sigma_{bn} = \frac{M}{I_{bi}} \cdot \eta \\ \text{Tensiuni normale: } \begin{cases} \sigma_{b \max} = \frac{M}{I_{bi}} \cdot y_{\max} \\ \sigma_a = n \cdot \frac{M}{I_{bi}} \cdot \eta_a \end{cases} \\ \text{Tensiuni tangențiale: } \begin{cases} \tau_b = \frac{Q \cdot S_{bi}}{b \cdot I_{bi}} \end{cases} \end{cases}$$

Elemente solicitate la întindere și compresiune excentrică – se aplică principiul suprapunerii efectelor și în consecință tensiunile se pot calcula cu formula lui Navier generalizată.

$$\begin{cases} \sigma_b^{s,i} = \pm \frac{N}{A_{bi}} \pm \frac{M}{I_{bi}} \cdot \eta_{s,i} \\ \sigma_a = n \cdot \sigma_{ba} \end{cases}$$

Elemente solicitate la torsiune

$$\tau_b = \frac{M_t}{W_{ti}}$$

### DETERMINAREA SECȚIUNII ACTIVE

La elementele care la anumite solicitări lucrează în stadiul I secțiunea activă este formată din întreaga secțiune transversală de beton și din arile echivalente ale armăturilor. În stadiul II însă zona întinsă iese din lucru prin fisurarea ei (încovoiere, întindere și compresiune și întindere excentrică), iar secțiunea activă este formată numai din aria zonei comprimate de beton și din arile echivalente ale armăturilor (în acest caz.



cu  $A_b$ ,  $S_b$ ,  $I_b$  se notează caracteristicile geometrice ale zonei comprimate de beton).

Elemente sollicitate la încovoiere

Conform legii lui Hooke, tensiunea într-o fibră oarecare a secțiunii fig. 9.2) este:

$$\sigma_{\eta} = (nE_b)\varepsilon_{\eta}$$

Prin  $(nE_b)$  s-a notat modulul de elasticitate al materialului echivalent. Pentru o fibră de beton comprimat  $n = 1$ , pentru o fibră de beton întins  $n = 0$  și pentru fibra echivalentă de beton din dreptul centrului de greutate al armăturilor  $n = E_a/E_b$ .

Înălțimea  $x$  a zonei comprimate se determină din condiția  $\Sigma F = 0$ .

$$\Sigma F = \int_A \sigma_{\eta} dA = \int_A (n \cdot E_b) \cdot \varepsilon_{\eta} dA = \int_A (n \cdot E_b) \cdot \frac{\eta}{x} \cdot \varepsilon_b dA = 0$$

$$\int_{A_i} \frac{E_b \cdot \varepsilon_b}{x} \cdot \eta dA_i = \frac{E_b \cdot \varepsilon_b}{x} \int_{A_i} \eta dA_i = 0$$

Deoarece  $E_b$ ,  $\varepsilon_b$ , și  $x$  au valori finite, nulă nu poate fi decât integrala care reprezintă momentul static al secțiunii ideale de beton în raport cu axa neutră și care se notează cu  $S_{bi}^0$ .

$$\int_{A_i} \eta dA_i = S_{bi}^0 = 0 \Rightarrow x$$

Aceasta arată că axa neutră trece prin centrul de greutate al secțiunii ideale active de beton. Înălțimea  $x$  a zonei comprimate se mai poate deduce folosind regula generală:

$$x = \frac{\sum S_{bi}}{\sum A_{bi}}$$

Beton armat

A doua ecuație de echilibru este:

$$M = \int_A \sigma_{\eta} \cdot \eta dA = \int_A (n \cdot E_b) \cdot \eta \cdot \varepsilon_{\eta} dA = \int_A (n \cdot E_b) \cdot \eta \cdot \frac{\eta}{x} \cdot \varepsilon_b dA$$

$$M = \frac{E_b \cdot \varepsilon_b}{x} \cdot \int_A \eta^2 dA_i \Rightarrow M = \frac{\sigma_{b, \max}}{x} \cdot I_{bi} \text{ sau } \int_A \eta^2 dA_i = I_{bi}$$

$$E_b \cdot \varepsilon_b = \sigma_{b, \max}$$

$$\sigma_{b, \max} = \frac{M}{I_{bi}} \cdot x$$

- s-a dedus astfel formula lui NAVIER

Particularizare pentru cazul secțiunii dreptunghiulare dublu armate:

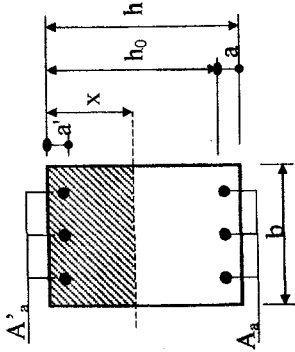


Fig. 9.3 Secțiunea dreptunghiulară dublu armată

$$x = \frac{\sum S_{bi}}{\sum A_{bi}} = \frac{\frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot A_a \cdot h_0 + (n-1) \cdot A'_a \cdot a'}{b \cdot x + n \cdot A_a + (n-1) \cdot A'_a}$$

$$S_{bi}^0 = \frac{b \cdot x^2}{2} - n \cdot A_a \cdot (h_0 - x) + (n-1) \cdot A'_a \cdot (x - a') = 0$$

Din relația de mai sus se poate determina valoarea lui  $x$  și apoi se poate calcula valoarea momentului de inerție ideal față de axa neutră:

Beton armat

$$I_{bi} = \left[ \underbrace{\left( \frac{b \cdot x^3}{12} + b \cdot x \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^2 \right)}_{\frac{b \cdot x^3}{3}} + (n-1) \cdot A'_a \cdot (x-a)^2 + n \cdot A_a \cdot (h_0 - x)^2 \right]$$

## Elemente solicitate la compresiune excentrică

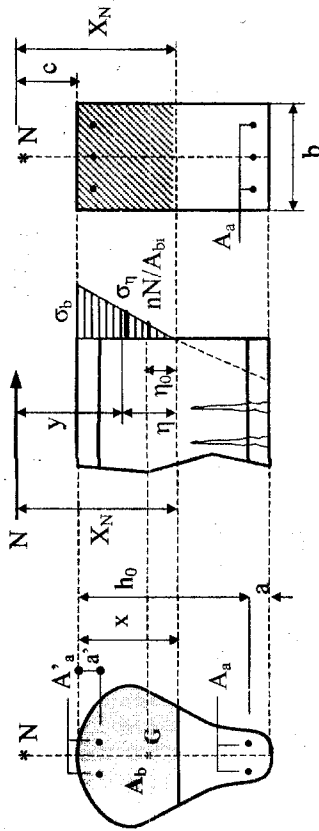


Fig. 9.4 Secțiunea comprimată excentric în stadiul de exploatare

În dreptul centrului de greutate al secțiunii ideale active de beton este:

$$n \cdot \frac{N}{A_{bi}}$$

Într-o fibră oarecare de beton aflată la distanța  $\eta$  de axa neutră tensiunea este:

$$\frac{n \cdot N}{A_{bi}} = \frac{\sigma_\eta}{\eta} \Rightarrow \sigma_\eta = n \cdot \frac{\eta}{\eta_0} \cdot \frac{N}{A_{bi}}$$

Determinarea poziției axei neutre se face cu ajutorul relației de echilibru

$\Sigma M = 0$  față de N:

$$\Sigma M = \int_A \sigma_\eta \cdot y dA = 0$$

Deoarece deasupra axei neutre avem tensiuni de compresiune, iar dedesubt de întindere împărțim integrala în două, corespunzător celor două sensuri ale tensiunilor. În același timp se fac notațiile:

$A_c$  – aria zonei comprimate a secțiunii;

$A_t$  – aria zonei întinse a secțiunii;

$\eta_c = X_N - y$  distanța de la axa neutră la o fibră oarecare din zona comprimată;

$\eta_t = y - X_N$  distanța de la axa neutră la o fibră oarecare din zona întinsă;

Cu aceste notații ecuația de echilibru devine:

$$\begin{aligned} \int_{A_c} \sigma_\eta \cdot y dA - \int_{A_t} \sigma_\eta \cdot y dA &= \int_{A_c} n \cdot \frac{\eta_c}{\eta_0} \cdot \frac{N}{A_{bi}} \cdot y dA - \int_{A_t} n \cdot \frac{\eta_t}{\eta_0} \cdot \frac{N}{A_{bi}} \cdot y dA = \\ &= n \cdot \frac{N}{\eta_0 \cdot A_{bi}} \cdot \left[ \int_{A_c} (x_N - y) \cdot y dA - \int_{A_t} (y - x_N) \cdot y dA \right] = 0 \end{aligned}$$

Deoarece  $N$ ,  $\eta_0$ ,  $A_{bi}$  au valori finite, nu poate fi nulă decât paranteza pătrată:

$$x_N \underbrace{\int y dA}_S - \underbrace{\int y^2 dA}_I - \underbrace{\int y^2 dA}_I + x_N \underbrace{\int y dA}_S = 0$$

Se observă că aceste integrale sunt tocmai momentele statice și cele de inerție ale celor două părți în raport cu punctul de aplicație al forței.

$$x_N \cdot S_{ci} - I_{ci} - I_{fi} + x_N \cdot S_{fi} = 0$$

$$x_N \cdot (S_{ci} + S_{fi}) = I_{ci} + I_{fi}$$

$$x_N = \frac{I_{ci} + I_{fi}}{S_{ci} + S_{fi}} = \frac{I_{bi}^N}{S_{bi}^N}$$

Deci distanța de la axa neutră până la punctul de aplicație al forței N

este egală cu raportul dintre momentul de inerție ideal și momentul static ideal al secțiunii active față de punctul de aplicație al forței. Relația rămâne valabilă și dacă întreaga secțiune este activă (mică excentricitate).

Particularizare pentru secțiunea dreptunghiulară dublu armată:

$$x_N = \frac{\frac{b}{3} \cdot (x_N^3 - c^3) + (n-1) \cdot A_a \cdot (c+a)^2 + n \cdot A_a \cdot (h_0 + c)^2}{\frac{b}{2} \cdot (x_N^2 - c^2) + (n-1) \cdot A_a \cdot (c+a) + n \cdot A_a \cdot (h_0 + c)}$$

## IX. 2 Metoda la rupere

A fost legiferată în România prin STAS-ul 1546 - 50 și a funcționat până în anul 1967 când a fost definitiv înlocuită. Ca și metoda anterioară, metoda la rupere este o metodă deterministă.

### PRINCIPIILE METODEI

- Calculul unui element din beton armat se face la solicitarea care produce ruperea celei mai solicitate secțiuni. Calculul se face la limita deformațiilor plastice a celor două materiale, adică în stadiul III;
- Repartiția tensiunilor în stadiul de rupere, funcție de solicitări, este cea cunoscută din capitolul de stadii de lucru ale betonului armat; în principiu tensiunile în stadiul de rupere variază uniform pe înălțimea zonei comprimate;
- $R_c$ ,  $R_{pr}$  și  $\sigma_c$ , cu care operează metoda, se iau corespunzător mărcii betonului și oțelului, fiind determinate pe baza valorilor medii;
- Cunoașterea siguranței în exploatare se rezolvă prin determinarea

coeficientului efectiv de siguranță:  $c_{ef} = S_r/S_{expl}$ . Se consideră că siguranța construcției este asigurată dacă  $c_{ef} \geq c_{ad}$ .

**Întindere:**  $N_f = c \cdot N = A_a \cdot \sigma_c \Rightarrow c_{ef} = \frac{N_f}{N} = \frac{A_a \cdot \sigma_c}{N} \geq c_{ad}$ , unde  $N$  este forța de exploatare.

**Compresiune:** stadiul III  $N_f = c \cdot N = (A_b \cdot R_{pr} + A_a \cdot \sigma_c) \cdot \varphi \Rightarrow c_{ef} = \frac{N_f}{N} \Rightarrow$

$$c_{ef} = \frac{(A_b \cdot R_{pr} + A_a \cdot \sigma_c) \cdot \varphi}{N} \geq c_{ad}$$

**Încovoiere:** stadiul III  $M_f = c \cdot M = b \cdot x \cdot R_i \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) \Rightarrow c_{ef} = \frac{M_f}{M} \Rightarrow$

$$c_{ef} = \frac{b \cdot x \cdot R_i \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x)}{M} \geq c_{ad}$$
, unde  $M$  este momentul de exploatare.

Coefficientul de siguranță este unic pentru calculul unei anumite secțiuni la o anumită solicitare. Ca și în metoda rezistențelor admisibile problema coeficientului de siguranță păstrează un caracter convențional, într-un singur coeficient fiind introduse mai multe variabile independente și anume: variabilitatea încărcărilor, variabilitatea rezistențelor materialelor, variabilitatea condițiilor de lucru, etc. Totuși în metoda la rupere coeficienții  $c_{ad}$  admiși de norma anterior menționată sunt determinați funcție de solicitare, de condițiile de execuție, de raportul dintre încărcarea utilă și cea permanentă.

În fața de metoda rezistențelor admisibile, aduce următoarele îmbunătățiri:

- Relațiile de calcul sunt mai simple și exprimă mai fidel realitatea deoarece se țin cont de proprietățile reale ale betonului și armăturii (în metoda rezistențelor admisibile relațiile de dimensionare sunt

suficient de complicate);

- În stadiul III nu mai este necesar să se scrie o ecuație de deformație pentru a ridica nedeterminarea interioară a betonului armat;
- Fenomenele de contracție și de curgere lentă nu influențează calculele deoarece până în stadiul III s-a produs redistribuirea tensiunilor între cele două materiale ( $\epsilon_c$  și  $\epsilon_{cl}$  nu influențează mărimea lui  $S_T$ );
- Verificarea experimentală a rezultatelor teoretice se face cu multă ușurință, prin simple încercări, chiar în condiții de șantier;
- Proiectarea fiind mai precisă rezultă economii de materiale.

Totuși metoda la rupere nu rezolvă următoarele aspecte:

- Metoda rezolvă numai aspectele de rezistență (de rupere). Problemele legate de exploatarea construcțiilor (fisurare și deformații) nu sunt tratate satisfăcător, cu toate că sunt la fel de importante;
- Nu reprezintă o metodă generală de calcul, așa cum este metoda rezistențelor admisibile;
- Metoda nu dă o imagine reală a stărilor de tensiuni în stadiul de exploatare al elementelor;
- Neajunsul esențial constă în modul convențional în care este apreciat nivelul de siguranță al construcțiilor. Într-adevăr  $c = S_T/S_{\text{expl}}$ , dar cele două mărimi statistice sunt variabile independente, ceea ce face ca acest coeficient de siguranță să aibă un caracter convențional.

### IX.3 Metoda stărilor limită

Practica utilizării celor două metode precum și cunoașterea mai bună a proprietăților fizico-mecanice ale materialelor și structurilor au permis elaborarea metodei semiprobabilistice de calcul la stări limită. Metoda este bazată pe teorii științifice și date experimentale interpretate statistic și aduce o schimbare fundamentală a conceptului de siguranță.

Primele două metode sunt deterministe în care parametrii de bază (acțiuni, solicitări, rezistențe, caracteristici geometrice) sunt considerate constante, fapt care nu corespunde realității. Metoda stărilor limită consideră acești parametri drept mărimi variabile și utilizează în calcule valorile extreme ale acestora determinate cu anumite probabilități stabilite dinainte (în mod obișnuit valori maxime pentru acțiuni și solicitări, iar pentru rezistențe și capacități portante valori minime). Coeficienții de siguranță  $c_b$  și  $c_a$  din metoda rezistențelor admisibile, respectiv  $c$  din metoda la rupere sunt determinați prin apreciere în mod empiric, fără nicio justificare științifică. În metodele deterministe se folosesc valorile medii ale parametrilor de bază, ceea ce este logic din punct de vedere probabilistic, căci într-o distribuție normală Gauss valorile medii ale unei variabile aleatorii sunt cele mai probabile, cu cea mai mare frecvență de apariție. Aceste metode cu coeficient unic de siguranță nu exclud riscul rupei, dar nici nu-l precizează.

Metoda stărilor limită realizează o siguranță permanentă și omogenă pe ansamblul unei structuri și are două principii fundamentale:

- definirea și luarea în considerare a stărilor limită (stare limită =

situația în care o structură încetează să satisfacă cel puțin una din cerințele pentru care a fost proiectată);

- consideră în mod independent variabilitatea factorilor care intervin în calculul elementelor structurale, pe baza unui sistem diferențiat de coeficienți de siguranță utilizați pentru determinarea intensității acțiunilor, a valorii rezistențelor celor două materiale sau a altor parametri.

Stările limită se împart în două mari categorii:

**I. Stări limită ultime** care corespund valorilor maxime ale capacității portante și care sunt cele mai periculoase; deci în proiectare se vor lua măsuri mai severe de siguranță ca acestea să nu fie atinse. Ele pot fi atinse prin:

- rezistență – rupere cu consumarea unor deformații plastice și condiția de verificare este  $S_{\max, \text{probabil}} \leq R_{\min, \text{capabil}}$ ;
- pierderea stabilității formei sau poziției – flambaj;
- oboseală.

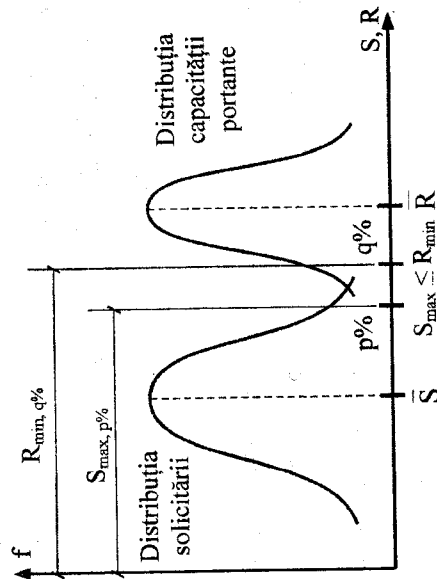


Fig. 9,5 Siguranța la starea limită de rezistență

Primul calcul, cel de rezistență, este obligatoriu pentru toate elementele și structurile, indiferent de rolul lor. Celelalte se verifică numai pentru anumite elemente, de exemplu: flambaj pentru elementele comprimate a căror flexibilitate depășește o anumită limită, oboseala numai pentru elementele care lucrează la cicluri de încărcări repetate.

**II. Stări limită ale exploatării normale** pentru care nu mai sunt satisfăcute condițiile normale de exploatare sau durabilitate și pot fi atinse prin:

- fisurare:  $\alpha_{f,ef} \leq \alpha_{f,ad}$  – dat în norme funcție de condițiile de agresivitate chimică a mediului;
- deformație:  $f_{ef} \leq f_{ad}$ .

Această grupare de stări limită este mai puțin periculoasă, motiv pentru care în calcule se iau măsuri mai puțin severe de siguranță.

Variabilitatea calității materialelor (beton și oțel) ca și a altor parametri care intervin în proiectare (acțiuni, eforturi, caracteristici geometrice) sunt luate în considerare operând cu valori caracteristice (normate) și valori de calcul.

**Rezistențele caracteristice**  $R_k$  sunt prin definiție acele valori care prezintă o probabilitate acceptată în prealabil de a nu fi obținută. Cu alte cuvinte,  $R_k$  reprezintă valoarea minimă obținută cu asigurarea de 95%, adică la încărcări acceptăm probabilitatea de 5% de a avea valori mai mici decât  $R_k$ . Aceasta se determină în ipoteza unei distribuții normale Gauss (fig. 9.5) cu relația:

$$R_{bk} = (1 - k \cdot c_v) \cdot \bar{R}_b$$

$R_{bk}$  – rezistența caracteristică nominală determinată pe cuburi cu latura de

141 mm;

$\bar{R}_b$  – rezistența medie a betonului obținută la încercări,  $\bar{R}_b = \frac{\sum R}{n}$ , ce au cea mai mare frecvență de apariție;

$$S = \sqrt{\frac{\sum (R_b - \bar{R}_b)^2}{n - 1}}$$

$S$  – abaterea medie pătratică sau abaterea standard, care marchează împrăștierea rezultatelor față de valoarea medie; cu cât  $S$  este mai mic, împrăștierea este mai mică și curba de distribuție mai strânsă;

$c_v$  – coeficient de variație (valoarea relativă a abaterii standard),  $c_v = \frac{S}{\bar{R}}$  și caracterizează omogenitatea calității materialului – cu cât  $c_v$  este mai mic materialul este mai omogen;

$c_v = 0,15$  pentru compresiune

$c_v = 0,18$  pentru întindere,

$k$  – coeficient care depinde de probabilitatea admisă de a avea valori mai mici decât  $R_{bk}$  ( $k = 1,64$  pentru probabilitatea admisă de 5% și pentru un număr de rezultate  $n \geq 120$ ).

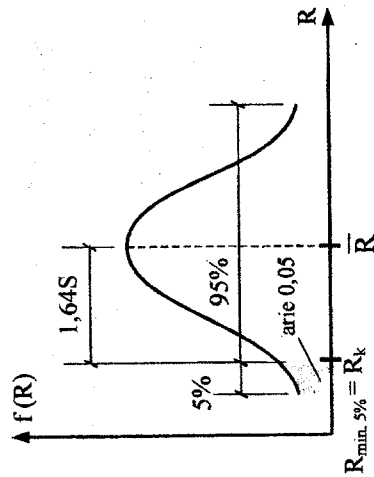


Fig. 9.6 Curba de distribuție normală

Cu alte cuvinte se acceptă riscul de 5%, ceea ce înseamnă că 5% din rezultate pot fi mai mici decât  $R_{bk}$  în timp ce 95% din rezistențe au valori garantate mai mari decât rezistența caracteristică (fig. 9.5).

Pentru compresiune se admite o valoare unică  $R_{ck}$  care înlocuiește rezistențele reale  $R_i$  și  $R_{pr}$ . Această mărime se apropie de rezistența prismatică sau cilindrică și se determină cu relația:

$$R_{ck} = (0,87 - 0,002 \cdot R_{bk}) \cdot R_{bk} \text{ în } (N/mm^2)$$

Pentru întindere:

$$R_{tk} = 0,22 \cdot (R_{ck})^2$$

Rezistențele de calcul ale betonului se determină cu relațiile:

- Compresiune:

$$R_c = m_{bc} \cdot \frac{R_{ck}}{\gamma_{bc}} = m_{bc} \cdot R_c^*$$

unde:

$m_{bc}$  – coeficientul condițiilor de lucru al betonului la compresiune, dat în STAS funcție de poziția de turnare și de dimensiunile secțiunii transversale ale elementelor;  $m_{bc} = 0,75; 0,85; 1$ .

$\gamma_{bc}$  – coeficientul de siguranță la compresiune al betonului;  $\gamma_{bc} = 1,35$ .

$R_c^*$  – valoarea de bază a rezistenței de calcul a betonului dată în STAS funcție de clasa betonului.

- Întindere:

$$R_t = m_{bt} \cdot \frac{R_{tk}}{\gamma_{bt}} = m_{bt} \cdot R_t^*$$

unde:

$m_{bt}$  – coeficientul condițiilor de lucru al betonului la întindere, dat în STAS funcție de poziția de turnare și de dimensiunile secțiunii transversale ale elementelor;  $m_{bt} = 0,75; 0,85; 1$ .

$\gamma_{bt}$  – coeficientul de siguranță la întindere al betonului;  $\gamma_{bt} = 1,50$ .

$R^*$  – valoarea de bază a rezistenței de calcul a betonului dată în STAS funcție de clasa betonului.

În STAS 10107/0 – 90 se introduce aprecierea calității betonului prin clasă. Clasa betonului reprezintă rezistența standardizată exprimată în  $N/mm^2$  imediat inferioară rezistenței minime la compresiune determinată pe cuburi cu latura de 141 mm încercate la 28 de zile în condiții standard, stabilită prin calcul statistic cu probabilitatea de 5%.

Clase standardizate:

Bc	3,5	5	7,5	10	15	20	25	30	40	50	60
	Beton simplu sau slab armat						Beton armat				Beton precomprimat

Pentru oțeluri rezistențele caracteristice se iau egale cu valorile minime pentru limita de curgere convențională sau naturală precizată și garantată în standardele produselor respective. La armăturile folosite pentru betonul armat rezistența de calcul se determină cu relația:

$$R_a = m_a \cdot \frac{R_{ak}}{\gamma_a} = m_a \cdot R_a^*$$

unde:

$m_a$  – coeficientul condițiilor de lucru al armăturii;  $m_a = 1$ .

$\gamma_a$  – coeficientul de siguranță determinist pentru armături;  $\gamma_a = 1,15$  pentru OB 37, PC 52, PC 60 și  $\gamma_a = 1,20$  pentru STNB.

Metoda stărilor limită operează cu acțiuni respectiv eforturi (N, M, Q) normate și de calcul. Cele normate ( $q_i^n$ ) sunt prin definiție valori care prezintă o probabilitate acceptată în prealabil de a nu fi depășită în sens defavorabil pe toată durata de exploatare a construcției. Încărcările de calcul se obțin înmulțind pe cele normate cu coeficienți  $n_i$  ai încărcării (supraunitari sau, mult mai rar, sub unitari) care țin cont de probabilitatea cu încărcările să atingă valori mai defavorabile (maxime sau minime) decât valorile normate.

$$q = \sum_{i=1}^n n_i \cdot q_i^n = n_1 \cdot q_1^n + n_2 \cdot q_2^n + \dots + n_n \cdot q_n^n$$

Exemple:

- Greutatea proprie:  $n = 1,1$  (pentru beton greu)  $n = 1,2$  (pentru beton ușor);
- Încărcări permanente (șape, izolații, elemente de finisaj)  $n = 1,3$ ;
- Încărcări utile (oameni, utilaje, mobilier)  $n = 1,3$  pentru  $p \leq 500 \text{ daN/cm}^2$  și  $n = 1,2$  pentru  $p \geq 500 \text{ daN/cm}^2$ ;
- Vânt  $n = 1,2$ ;
- Zăpadă  $n = 1,4 \div 1,6$  funcție de zona climatică în care se amplasează construcția.

Pentru verificările la stările limită ultime, care sunt mai periculoase, calculele se fac utilizând valorile de calcul ale rezistențelor și valorile de calcul ale eforturilor respectiv încărcărilor. Dimpotrivă stările limită ale exploatații normale, care sunt mai puțin periculoase, se verifică cu valorile

normate ale rezistențelor și acțiunilor.

## X. CALCULUL ELEMENTELOR

### DE BETON SIMPLU

Betonul simplu este folosit în domeniul lucrărilor cu caracter masiv, de regulă în elemente și construcții solicitate la compresiune cu excentricitate redusă. Limitarea folosirii lor, datorită rezistenței reduse la întindere a betonului, a determinat faptul că acestea au fost foarte puțin studiate. Pentru inginerii constructori calculul elementelor din beton simplu trebuie cunoscut și pentru că la verificări ale elementelor de beton armat și beton precomprimat se face apel la aceste cunoștințe.

Prescripțiile de calcul prevăd ca elementele de beton simplu să se verifice numai la starea limită de rezistență sub acțiunea solicitărilor statice. Deoarece la elementele comprimate excentric cu mare excentricitate și la cele încovoiate apariția fisurilor conduce la ruperea secțiunii, starea limită de apariție a fisurilor reprezintă o stare limită ultimă.

Pentru elementele comprimate excentric cu excentricitate mică sau medie, la care forța exterioară acționează pe secțiune, se admite că apariția fisurilor în zonele întinse nu afectează rezistența elementului și în consecință se verifică capacitatea de rezistență a secțiunii asigurată numai de zona comprimată de beton.



Funcție de condițiile de exploatare și de mărirea excentricității forței longitudinale, calculul de rezistență se face admitând următoarele ipoteze de pierdere a capacității de rezistență:

- Cedarea betonului din zona comprimată (compresiune centrică sau cu mică excentricitate);
- Cedarea betonului din fibra extremă întinsă (încovoiere și compresiune cu mare excentricitate).

**X.1 Calculul elementelor solicitate la încovoiere**

Se consideră încovoiere simplă (dreaptă) atunci când planul de acțiune al forțelor coincide cu planul de simetrie al secțiunii. Ruperea elementelor are loc la limita stadiului I-b, prin fisurarea betonului întins în secțiunea cea mai puternic solicitată (eventual mai neomogenă) și dezvoltarea rapidă a fisurii pe întreaga înălțime a elementului.

Relațiile de calcul se stabilesc pe baza ipotezelor din figură (aceleași ca la stabilirea lui  $R_{ct}$ ). Se admite repartiția uniformă a tensiunilor pe înălțimea zonei întinse, utilizând în același timp un coeficient de corecție

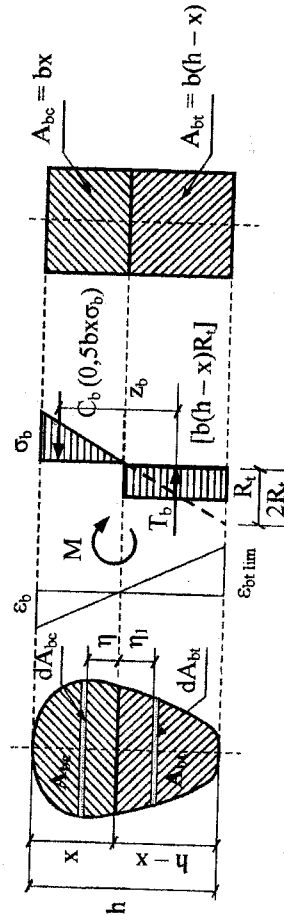


Fig. 10.1 Starea de tensiuni și deformații pentru secțiunea de formă oarecare (particularizare pentru secțiunea dreptunghiulară)

$\epsilon_{pl}$  care ține seama de plasticizarea parțială a acesteia, datorită calității betonului, formei secțiunii și schemei de încărcare.

$$\epsilon_{bt,lim} = \frac{R_t}{E_b} = \frac{R_t}{(1-\lambda) \cdot E_b} = \frac{2 \cdot R_t}{E_b} \quad (\text{pentru } \lambda = 0,5)$$

Din ecuația de echilibru a momentului încovoietor față de punctul de aplicare al rezultantei  $C_b$  rezultă:

$$M \leq M_f = W_f R_t$$

in care  $W_f$  este modulul de rezistență la fisurare (în raport cu fibra extremă întinsă) considerând zona întinsă plasticizată integral.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{bt,lim}} &= \frac{x}{h-x} \\ \epsilon_b &= \frac{\sigma_b}{E_b} \\ \epsilon_{bt,lim} &= \frac{2 \cdot R_t}{E_b} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{x}{h-x} \Rightarrow \frac{\sigma_b}{E_b} \cdot (h-x) = \frac{2 \cdot R_t}{E_b} \cdot x \Rightarrow$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot R_t \cdot x}{h-x}$$

Pentru o fibră situată la distanța  $\eta$  față de axa neutră tensiunea este:

$$\sigma_{bn} = \frac{2 \cdot R_t}{h-x} \cdot \eta$$

Poziția axei neutre rezultă din ecuația  $\Sigma F = 0$ :

$$T_b = C_b \Rightarrow A_{bt} \cdot R_t = \sigma_{bn} \int_{A_{bc}} dA_{bc} \Rightarrow$$

$$A_{bt} \cdot R_t - \frac{2 \cdot R_t}{h-x} \int_{A_{bc}} \eta dA_{bc} = 0$$

prin plasticizarea parțială (și nu totală) a zonei întinse în momentul rușrii. Fenomenul se datorează faptului că pe măsură ce crește înălțimea secțiunii sporesc și defectele de structură; alți factori de influență sunt: forma secțiunii transversale, calitatea betonului, schema de încărcare. Toți acești factori sunt luați în considerare printr-un coeficient de plasticizare parțială  $c_{pl}$ , dat în norme, astfel încât:

$$M \leq M_f = c_{pl} W_f R_t$$

Pentru secțiunea de formă dreptunghiulară relațiile de calcul se particularizează astfel:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot b \cdot x \cdot \sigma_b = (h - x) \cdot b \cdot R_t \quad \left. \vphantom{\Sigma F = 0} \right\} \Rightarrow b \cdot R_t \cdot \frac{x^2}{h - x} = (h - x) \cdot b \cdot R_t \Rightarrow \sigma_b = \frac{2 \cdot R_t \cdot x}{h - x}$$

$$\boxed{x = 0,5 \cdot h}$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_f = T_b \cdot z = b \cdot (h - x) \cdot R_t \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot x + \frac{h - x}{2} \right)$$

Înlocuind pe  $x$  cu  $0,5h$  se determină valoarea momentului încovoietor de fisurare pentru elementele încovoiate de beton simplu cu secțiunea dreptunghiulară:

$$M_f = \frac{7}{6} \cdot b \cdot h^2 \cdot R_t = 0,292 \cdot b \cdot h^2 \cdot R_t = 1,75 \cdot W_0 R_t$$

Dacă se admite ipoteza plasticizării totale a zonei întinse, pentru secțiunea dreptunghiulară se obține  $\gamma = 1,75$ . La secțiuni mai înalte și în cazul folosirii unor betoane de calitate superioară s-a constatat experimental că plasticizarea este parțială, fapt ce impune adoptarea unor valori pentru coeficientul  $\gamma$  mai mici decât 1,75.

Deoarece  $\int \eta dA_{bc} = S_c$  reprezintă momentul static al zonei comprimate în raport cu axa neutră, relația de mai sus devine:

$$A_{bt} \cdot R_t - \frac{2 \cdot R_t}{h - x} \cdot S_c = 0 \Rightarrow x = h - \frac{2 \cdot S_c}{A_{bt}}$$

Modulul de rezistență la fisurare  $W_f$  se stabilește din ecuația de echilibru a momentului încovoietor în raport cu axa neutră:

$$M_f = W_f \cdot R_t = R_t \int_{A_{bt}} \eta^2 dA_{bt} + \frac{2 \cdot R_t}{h - x} \int_{A_{bc}} \eta^2 dA_{bc}$$

Având în vedere că  $\int_{A_{bt}} \eta^2 dA_{bt} = S_t$  reprezintă momentul static al zonei întinse în raport cu axa neutră, iar  $\int_{A_{bc}} \eta^2 dA_{bc} = I_c$  este momentul de inerție al zonei comprimate în raport cu aceeași axă, modulul de rezistență se poate scrie sub forma:

$$W_f = S_t + \frac{2 \cdot I_c}{h - x}$$

Fără a face o eroare prea mare  $W_f$  poate fi exprimat prin intermediul modulului de rezistență elastic ( $W_0$ ), sub forma:

$$W_f = \gamma \cdot W_0$$

în care  $\gamma$  este un coeficient care ia în considerare forma secțiunii și comportarea neelastică a betonului întins.

Determinând momentul încovoietor capabil la fisurare al secțiunii cu relația  $M_f = W_f R_t$  s-a constatat că rezultatele obținute pe cale analitică sunt cu circa 20 ÷ 40% mai mari decât cele experimentale, fapt ce se explică

### X. 2 Calculul elementelor solicitate la compresiune excentrică

Din practică a rezultat că orice element comprimat, chiar și atunci când forța este prevăzută a acționa centric, este solicitat cu o anumită excentricitate. Neomogenitatea structurală a secțiunilor transversale, deficiențele de execuție și legăturile monolite dintre elementele structurii, fac ca axa centrelor de greutate ale secțiunilor transversale să nu coincidă cu direcția de acțiune a forței longitudinale. Din acest motiv elementele comprimate centric se calculează ca fiind comprimate cu excentricitate mică, având o excentricitate adițională a forței  $e_a = \max(2 \text{ cm sau } 1/30 \cdot h)$ .

Pentru elementele comprimate excentric, excentricitatea de calcul este:

$$e_{oc} = e_0 + e_a$$

Modul de rupere al elementelor de beton simplu depinde de mărimea excentricității  $e_{oc}$ . Dacă forța exterioară  $N$  acționează în apropierea centrului de greutate al secțiunii (excentricitate mică) starea de tensiuni este apropiată de cea întâlnită la elementele comprimate centric. Ruperea se produce prin fisuri paralele cu direcția de acțiune a forței, iar

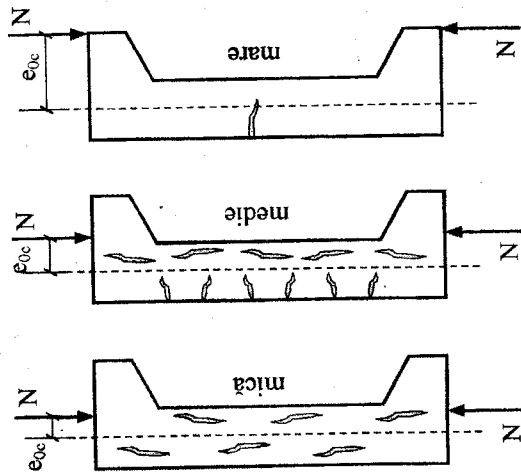


Fig. 10.2 Modul de rupere funcție de mărimea excentricității

capacitatea de rezistență este determinată de rezistența la compresiune a betonului.

La valori mari ale lui  $e_{oc}$  starea de tensiuni este similară cu cea întâlnită la încovoiere. Ruperea are loc prin fisurarea betonului întins cu un caracter casant, iar capacitatea de rezistență a elementului este condiționată de rezistența la întindere a betonului. Dacă  $e_{oc} > 3h$  aceste elemente se calculează ca fiind solicitate la încovoiere.

Pentru valori medii ale excentricității, în zona întinsă apar fisuri normale pe direcția de acțiune a forței înainte de rupere, dar cedarea elementului este determinată în mod hotărâtor de rezistența betonului comprimat.

**Excentricitate mică** este pentru cazul în care  $e_{oc} \leq 1,2r_s$  unde  $r_s$  este distanța de la centrul de greutate al secțiunii până la limita sâmburelui central situată pe aceeași parte cu forța exterioară  $N$ . Se permite deci apariția unor mici tensiuni de întindere, deoarece acestea, în stadiul III, nu depășesc valoarea lui  $R_t$  și în consecință betonul nu fisurează.

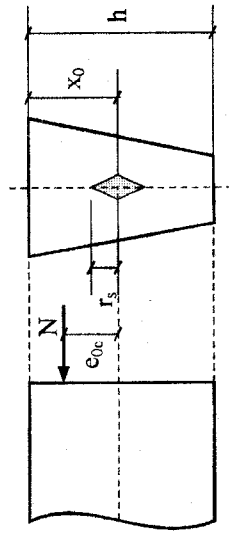


Fig. 10.3 Poziția forței în cazul excentricității medii

Pentru distribuția tensiunilor de compresiune se admite repartiția uniformă a acestora. Din condiția de echilibru a forțelor pe secțiune, se

obține relația:

$$N \leq A_b \cdot R_c$$

unde  $A_b$  este aria betonului comprimat determinată din condiția ca centrul ei de greutate să corespundă cu punctul de aplicație al forței exterioare  $N$  (eventual ținând cont și de efectul flexibilității).

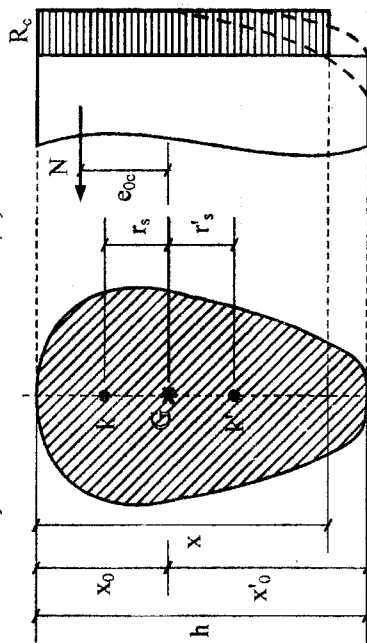


Fig. 10.4 Starea de tensiuni pentru elementele cu secțiunea de formă oarecare (cazul excentricității mici)

În cazul secțiunii dreptunghiulare, în care  $r_s = h/6$ , condiția care definește cazul de solicitare devine:

$$e_{oc} \leq 0,2h$$

iar relația de verificare se transformă în:

$$N \leq b \cdot (h - 2 \cdot \eta \cdot e_{oc}) \cdot R_c$$

**Excentricitate mare** este pentru cazul în care  $e_{oc} > 0,9x_0$ , în care  $x_0$  este distanța de la centrul de greutate al secțiunii până la marginea cea mai comprimată a secțiunii. Cu o anumită aproximație, calculul se face admitând aceleași ipoteze ca la încovoiere.

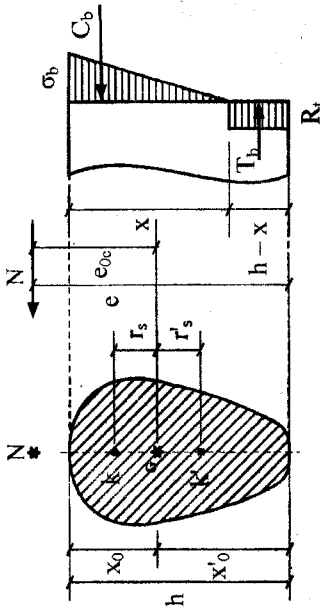


Fig. 10.5 Starea de tensiuni pentru elementele cu secțiunea de formă oarecare (cazul excentricității mari)

Din ecuația de echilibru  $\Sigma M = 0$ , față de limita superioară a sâmburelui central (punctul  $k$ ), rezultă:

$$N \cdot (\eta \cdot e_{oc} - r_s) \leq c_{pl} \cdot W_f \cdot R_t$$

Capacitatea de rezistență a secțiunii este asigurată atunci când:

$$N \leq \frac{c_{pl} \cdot W_f \cdot R_t}{\eta \cdot e_{oc} - r_s}$$

Pentru secțiunea de formă dreptunghiulară se particularizează astfel:

$$x_0 = h/2, r_s = h/6, W_f = 1,75bh^2/6, e_{oc} \geq 0,45h, \text{ deci:}$$

$$N \leq \frac{1,75 \cdot c_{pl} \cdot b \cdot h \cdot R_t}{6\eta \cdot e_{oc} - 1}$$

Forța capabilă de fisurare se mai poate determina și din ecuațiile de echilibru mecanic specifice solicitării de compresiune excentrică. În cazul secțiunii transversale de formă dreptunghiulară se poate scrie:

$$\begin{cases} C_b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x \cdot \sigma_b \\ T_b = b \cdot (h - x) \cdot R_t \end{cases}$$

$$e = e_{0c} + \frac{h}{2}$$

$$\sum M_{(N)} = 0 \Rightarrow C_b \cdot \left( e - h + \frac{x}{3} \right) - T_b \cdot \left( e - \frac{h-x}{2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$x^3 - 3hx^2 - 3h(4e - 3h)x + 2h^2(2e - h) = 0$$

Soluția reală și pozitivă a acestei ecuații este:

$$\frac{h}{2} < x < h$$

$$\sum M_{(C_b)} = 0 \Rightarrow N \cdot \left( e - h + \frac{x}{3} \right) = b \cdot (h - x) \cdot R_t \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot x + \frac{h-x}{2} \right) \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot (h-x) \cdot (3 \cdot h + x)}{3 \cdot (e - h + x)}$$

Folosirea acestor relații conduce la calcule laborioase, fapt ce justifică utilizarea procedurii aproximativ descrisă la începutul capitolului.

Dacă  $\eta e_{0c} > 3h$  capacitatea de rezistență a secțiunilor se determină ca pentru elementele încovoiate, cu relația:

$$N \cdot \eta \cdot e_{0c} \leq e_{pl} \cdot W_f \cdot R_t$$

Excentricitate medie este pentru cazul în care punctul de aplicare al forței exterioare N se află în interiorul secțiunii și respectă condiția:  $1,2r_s \leq e_{0c} < 0,9x_0$ . Cedarea elementului este precedată de apariția unor fisuri, care de regulă nu sunt periculoase. Ruperea propriu-zisă se produce prin cedarea betonului comprimat în stadiul III, ca și atunci când forța acționează cu mare excentricitate.

Pentru secțiunea dreptunghiulară condiția devine:

$$0,2 \cdot h \leq e_{0c} < 0,45 \cdot h$$

Dacă este permisă fisurarea betonului întins, verificările se fac cu

relațiile stabilite la compresiunea cu mică excentricitate. În caz contrar se verifică și posibilitatea de cedare a zonei întinse cu relațiile de la excentricitate mare.

### INFLUENȚA FLEXIBILITĂȚII

În general nu se recomandă utilizarea betonului simplu la realizarea elementelor zvelte la care devin semnificative efectele de ordinul II. În situații mai deosebite, când acestea trebuie realizate din beton simplu, influența flexibilității se ia în calcul prin majorarea momentului încovoietor, respectiv a excentricității de calcul, cu coeficientul  $\eta$  determinat cu relația:

$$\eta = \frac{M_{II}}{M_I}$$

$M_I$  – momentul încovoietor determinat printr-un calcul de ordinul I al structurii;

$M_{II}$  – momentul încovoietor determinat printr-un calcul de ordinul II al structurii.

Pentru cazurile în care  $\eta \leq 1,5$  se admite ca în calcul de ordinul II al structurii să se considere constantă modulii de rigiditate EI a barelor, independent de starea de solicitare și având expresia:

$$(EI)_{conv} \cong \frac{0,15 \cdot E_b \cdot I_b}{1 + \frac{M_{II}}{M}}$$

În structurile la care  $\eta \leq 1,2$  se admite, în locul unui calcul de ordinul II al acestora, calculul aproximativ al coeficienților  $\eta$  cu relația:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}, \text{ iar } N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot (E \cdot I)_{conv}}{l_f^2}$$

Prin  $(EI)_{conv}$  se înțelege modulul de rigiditate convențional al secțiunii transversale în vecinătatea stării limită de rezistență incluzând efectul ieșirii din lucru a betonului din zona întinsă și al deformațiilor din curgerea lentă a betonului.

### VERIFICAREA LA ACȚIUNEA FORȚEI TĂIETOARE

Elementele din beton simplu se dimensionează în așa fel încât nivelul de solicitare la forță tăietoare să respecte condiția:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{b \cdot h \cdot R_t} \leq 0,5$$

### X. 3 Calculul la compresiune locală

Acest calcul intervine în practică atunci când se aplică forțe foarte mari pe suprafețe de rezemare ( $A_1$ ) mai mici decât aria secțiunii transversale ( $A$ ). Deoarece laturile din jurul suprafeței de rezemare împiedică deformarea liberă în sens transversal a prisme de beton situată sub zona încărcată, apar efecte locale ce produc strivirea betonului sau fisurarea acestuia după direcția de acțiune a forței. Starea triaxială de compresiune, datorită efectului de fretare, conduce la valori ale rezistenței betonului la compresiune locală mai mari decât  $R_c$ .

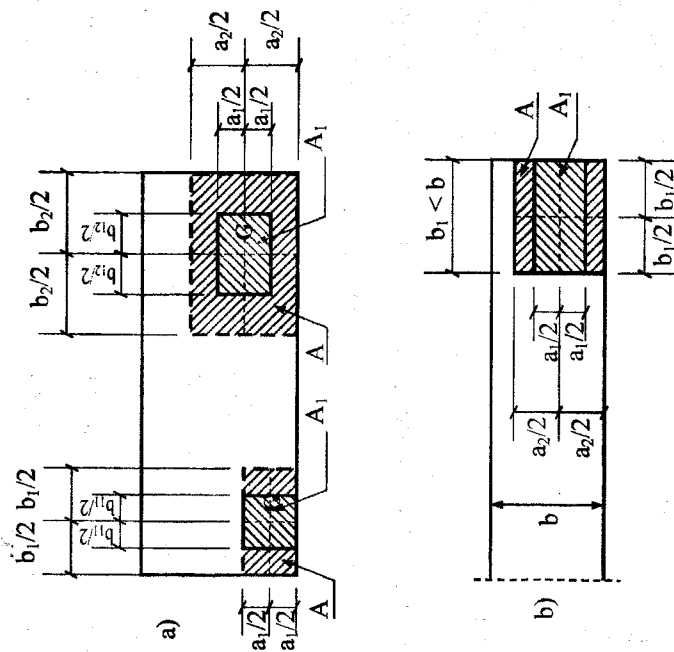
Calculul la compresiune locală a betonului se face cu relația:

$$N \leq k_1 \cdot A_1 \cdot R_c$$

$$\text{în care } k_1 = \sqrt[3]{\frac{A_1}{A}}$$

$A$  – aria suprafeței de calcul care are același centru de greutate  $G$  și aceleași axe de simetrie ca și suprafața  $A_1$  (fig. 10.6-a).  
 $A_1$  – aria suprafeței efective de rezemare care este solicitată la compresiune locală.

Coefficientul  $k_1$  nu va depăși valoarea de 1,5 atunci când calculul secțiunii se face numai la încărcarea locală, 2 când calculul se face la încărcare locală și la alte încărcări și 1,25 când încărcarea locală este aplicată la capătul unui element pe o lungime  $b_1$  mai mică decât grosimea elementului (fig. 10.6-b).



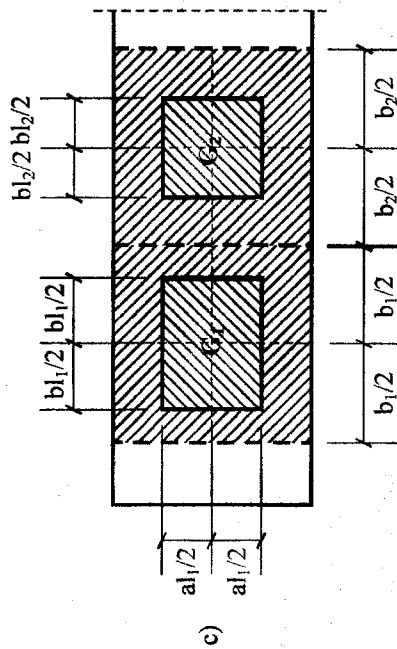


Fig. 10.6 Stabilitatea arilor de calcul la compresiune locală

Dacă pe același element de rezemare se aplică mai multe încărcări locale (fig. 10.6-c), determinarea suprafețelor de calcul se face astfel încât cele două suprafețe alăturate să nu se suprapună. În elementele de beton simplu solicitate la compresiune locală apar tensiuni de întindere orientate transversal față de direcția de acțiune a forței. Calculul acestor tensiuni se poate face cu ajutorul teoriei elasticității sau pe baza unor scheme simplificate. Una din acestea recurge la detașarea din masivul de beton a unei prisme având aria secțiunii transversale egală cu suprafața de calcul  $A = a \cdot b$ . Rezultanta tensiunilor de întindere transversală are valoarea:

$$z = \frac{a - a_0}{4} \cdot N$$

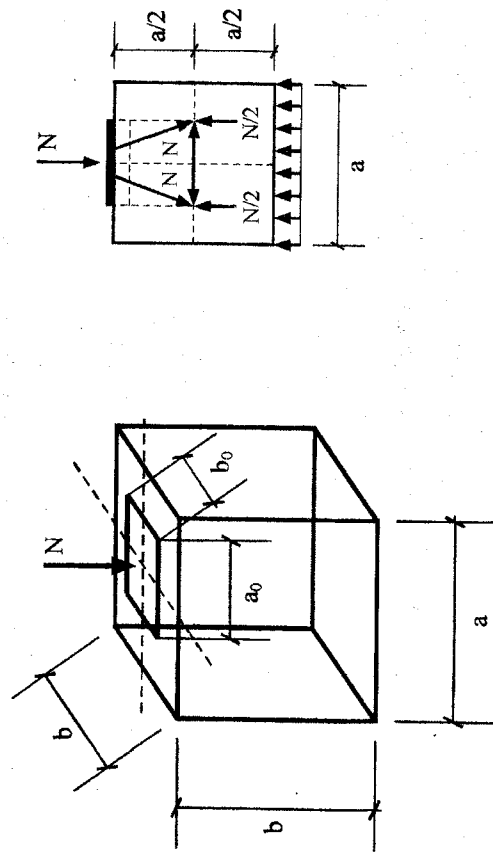


Fig. 10.7 Tensiuni de întindere la compresiune locală

Atunci când  $a \cdot b \cdot R_t \leq 1,5z$ , forța  $z$  trebuie preluată printr-o armătură transversală dispusă după direcția tensiunii de întindere, a cărei mărime rezultă din relația  $z = 1,5A_a R_a$ . În caz contrar armătura transversală se dispune constructiv.

## XI. ELEMENTE DE BETON ARMAT SOLICITATE LA COMPRESIUNE CENTRICĂ

Sunt solicitate la compresiune centrică acele elemente la care rezultanta forțelor de compresiune este normală pe secțiunile transversale și se aplică în centrele lor de greutate. Legăturile de continuitate dintre elementele componente ale structurilor ca și acțiunea sarcinilor orizontale fac ca această solicitare să se întâlnească foarte rar și numai pe anumite porțiuni ale elementelor, fiind o solicitare care se realizează greu chiar și în laborator. De altfel, STAS 10107/0 - 90 a desființat calculul la această solicitare, transformând-o într-o compresiune cu mică excentricitate. Totuși ea trebuie studiată atât prin prisma comportării elementelor sub încărcare, cât și pentru unele calcule atunci când tensiunile produse de acțiunea forței centrice sunt preponderente față de cele produse de momentul încovoietor: stâlpi centrali, arce de coincidență, barele comprimate ale grinzilor cu zăbrele, plăci subțiri în stadiul de membrana.

După modul lor de alcătuire și de comportare sub încărcare aceste elemente se împart în:

- Elemente de beton armat cu armătură longitudinală flexibilă sau rigidă și etrieri la care forța exterioară de compresiune  $N$  este preluată de către întreaga secțiune de beton și de armătura

Beton armat

longitudinală, etrierii având numai rol constructiv;

- Stâlpi sau elemente fretate, la care forța de compresiune este preluată de către sămburele de beton, de armătura longitudinală și de armătura transversală care încercuiește sămburele de beton sub formă de fretă elicoidală continuă sau inele sudate.

### XI. 1 Elemente cu armătură longitudinală flexibilă și etrieri

**Comportarea sub încărcare.** Pentru stabilirea ipotezelor de calcul și a prevederilor de alcătuire s-au efectuat experimentări care au permis stabilirea următoarelor observații:

- Caracterul de rupere al stâlpilor din beton armat este același ca și la cel al stâlpilor din beton simplu, prin apariția fisurilor longitudinale, adică prin apariția fisurilor paralele cu direcția de acțiune a forței care indică o rupere prin întindere transversală (caracter prismatic);
- Dacă  $\varepsilon_{bc} \geq \varepsilon_{ac}$  stadiul III se atinge prin ruperea betonului cu caracter prismatic ( $R_c$ ) și curgerea armăturii ( $R_a$ ). În același timp tensiunile produse de contracția și curgerea lentă a betonului nu influențează capacitatea portantă a elementului;

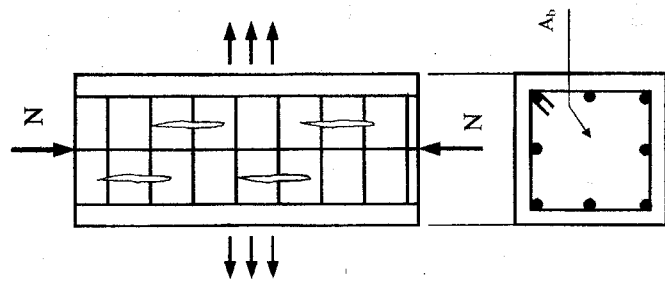


Fig. 11.1 Stâlp comprimat centric; caracter de rupere

Beton armat



conlucrare între beton și armăturile longitudinale – etrierii micșorează într-o oarecare măsură alungirile transversale ale betonului și pot mări nesemnificativ capacitatea de rezistență a elementelor. Lipsa lor conduce la imposibilitatea folosirii raționale a materialelor ( $A_a$  nu atinge  $\sigma_c$ );

- Capacitatea portantă a elementelor este determinată de mărirea secțiunii de beton și de armătura longitudinală, de calitatea materialelor și în general nu și de procentul de armare transversal (etrieri), care însă trebuie să se găsească obligatoriu într-un anumit procent. Rolul etrierilor este de a susține armătura longitudinală în timpul montajului și turnării betonului, de a asigura conlucrarea dintre beton și armătura longitudinală, de a transmite tensiunile de la secțiune la secțiune, iar rolul lor esențial este cel de a prelua tensiunile din acțiunea forței tăietoare;

- Procentele de armare curent folosite sunt de  $0,5 \div 3\%$ , în unele cazuri chiar până la  $6\%$ , dar experimental s-au determinat limitele optime:  $0,8 \div 1,2\%$ .

**Calculul la starea limită de rezistență.** Condiția de verificare este:

$$N_{\text{ext}}^{\text{max}} \leq N_{\text{cap}}^{\text{min}}$$

$$N = \sum n_i \cdot N_i^{\text{r}} \leq m \cdot (N_b^{\text{min}} + N_a^{\text{min}})$$

$$N = \sum n_i \cdot N_i^{\text{r}} \leq m \cdot (A_b \cdot R_c + A_a \cdot R_a) \cdot \varphi$$

Calculul la flambaj nu se face după Euler, ca în rezistența materialelor. Coeficienții de flambaj s-au determinat experimental funcție de zveltețea elementelor.

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{\text{min}}}; \lambda = \frac{l_f}{b}; \lambda = \frac{l_f}{D}$$

Dacă procentul de armare longitudinal  $p = \frac{A_a}{A_b} \cdot 100$  depășește valoarea de  $3\%$  se lucrează cu aria netă de beton, pe baza relației:

$$N = \sum n_i \cdot N_i^{\text{r}} \leq m \cdot [(A_b - A_a) \cdot R_c + A_a \cdot R_a] \cdot \varphi =$$

$$= m \cdot [A_b \cdot R_c + A_a \cdot (R_a - R_c)] \cdot \varphi =$$

$$= m \cdot A_b \cdot [R_c + \mu \cdot (R_a - R_c)] \cdot \varphi$$

### **XI. 2 Stâlpi cu armătură rigidă**

În cazul elementelor cu armătură longitudinală rigidă (sau portantă), dacă:

- Rezistența de curgere a armăturii este mai mică de  $3500 \text{ daN/cm}^2$ ;
- Betonul este de clasă cel puțin Bc 15;
- Procentul de armare cu armătură rigidă ( $A_{\text{ap}}$ ) nu depășește limita de  $20\%$ ;
- Există elemente transversale sudate pe armătura rigidă care măresc conlucrarea;
- Se prevede o armătură transversală din etrieri corespunzători, atunci pierderea capacității portante se produce similar stâlpilor obișnuiți.

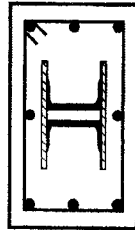


Fig. 11.2 Secțiunea unui stâlp cu armătură rigidă

$$N \leq m \cdot [(A_b - A_{ap} - A_a) \cdot R_c + A_{ap} \cdot R_{ap} + A_a \cdot R_a] \cdot \varphi$$

$$N \leq m \cdot [A_b \cdot R_c + (R_{ap} - R_c) \cdot A_{ap} + (R_a - R_c) \cdot A_a] \cdot \varphi$$

Asemenea elemente se folosesc în două situații:

- La construcții înalte, când forța de compresiune este foarte mare, pentru a limita dimensiunile secțiunii transversale ale stâlpilor,
- Scheletul din armătură rigidă (care se calculează separat ca o structură metalică) preia încărcări din timpul execuției (oameni, utilaje, cofraje), eliminând eșafodajele care sunt foarte scumpe (exemplu: corp principal de la Casa Presei Libere București).

**XI.3 Stâlpi și elemente fretate**

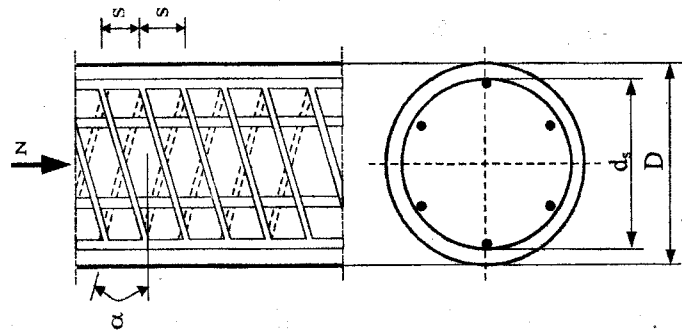


Fig. 11.3 Elementele geometrice ale stâlpului fretat

Dispunerea armăturii transversale sub formă de fretă elicoidală continuă sau înlocuită asigură o împiedicare suficient de uniformă a alungirilor transversale ale betonului, modifică caracterul de rupere al acestuia și asigură un spor însemnat al capacității de rezistență.

**Comportarea sub încărcare:**

- Freta este sollicitată la întindere. Efectul fretării se resimte numai la elementele cu secțiunea circulară sau poligonală cu minim 6 laturi;

- Betonul de acoperire al fretci fisurează mult înainte de stadiul III (nu are deformații transversale împiedicate), se cojește și cade de pe element, deci la preluarea tensiunilor în stadiul III participă numai sâmburele de beton încercuit;
- Stadiul III se atinge prin curgerea armăturii transversale ( $R_{as}$ ), curgerea armăturii longitudinale ( $R_a$ ) și ruperea sâmburelui de beton comprimat ( $R_c$ ). În momentul ruperii, deformațiile longitudinale ale betonului fretat pot ajunge până la  $20 \div 30\%$ , față de  $2 \div 3\%$  cât este la stâlpii obișnuiți;
- Freta poate spori capacitatea de rezistență cu  $2,4 \div 3$  ori mai mult decât aceeași cantitate de armătură distribuită însă longitudinal (cu același volum sau greutate);
- Caracterul de rupere al betonului fretat se modifică esențial:

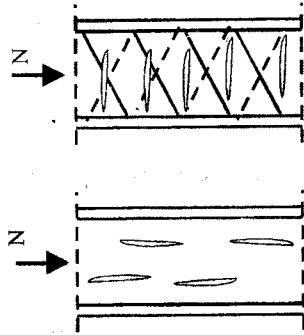


Fig. 11.4 Caracterul de rupere al stâlpilor obișnuiți (a) și fretați (b)

**Calculul la starea limită de rezistență**

$$N \leq \sum n_i \cdot N_i^n \leq m \cdot (N_{bc}^{\min} + N_a^{\min} + N_{as}^{\min})$$

$$N_{bs}^{\min} = A_{bs} \cdot R_c$$

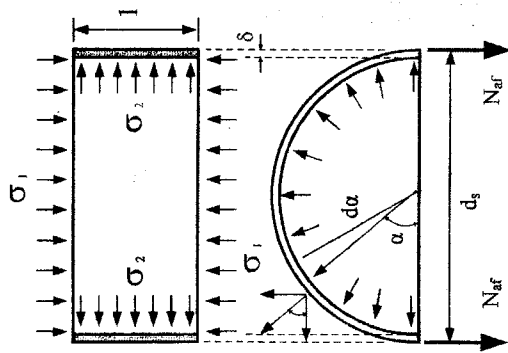


Fig. 11.5 Distribuția tensiunilor în cazul împiedicării alungirilor transversale

$$N_a^{\min} = A_a \cdot R_a$$

Să considerăm freta sub forma unei cămăși continue de oțel:

$$N_{as}^{\min} = A_{bs} \cdot \sigma_1^{\min}$$

$$2 \cdot N_{af} = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_2 \cdot \frac{d_s}{2} \cdot d\alpha \cdot 1 \cdot \sin \alpha$$

$$N_{af} = \sigma_2 \cdot \frac{d_s}{2} \cdot 1 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha d\alpha \Rightarrow N_{af} = \sigma_2 \cdot \frac{d_s}{2} \cdot 1$$

În stadiul III freta ajunge la curgere:

$$N_{af} = \delta \cdot 1 \cdot R_{as} = \sigma_2 \cdot \frac{d_s}{2} \cdot 1 \Rightarrow \sigma_2 = \frac{2 \cdot \delta \cdot R_{as}}{d_s} \cdot \frac{\pi \cdot d_s}{4} \Rightarrow$$

$$\sigma_2 = \frac{2 \cdot \delta \cdot R_{as} \cdot \frac{\pi \cdot d_s}{4}}{\pi \cdot \frac{d_s^2}{4}} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d_s \cdot \delta \cdot R_{as}}{A_{bs}}$$

$\pi \cdot d_s \cdot \delta \cdot 1 = A_{as}$  - volumul fretei pe unitatea de lungime de element.

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{as} \cdot R_{as}}{A_{bs}}; \sigma_1 = \frac{2,5 \cdot A_{as} \cdot R_{as}}{A_{bs}}$$

$$\frac{\epsilon_t}{\epsilon_l} = \mu; \frac{\epsilon_l}{\epsilon_t} = m; \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = m; m = \frac{1}{5} - 5 \Rightarrow \sigma_1 = 5 \cdot \sigma_2$$

$$N_{as}^{\min} = A_{bs} \cdot \sigma_1^{\min} = A_{bs} \cdot \frac{2,5 \cdot A_{as} \cdot R_{as}}{A_{bs}} = 2,5 \cdot A_{as} \cdot R_{as}$$

Dacă freta este o spiră oarecare:

$$A_{as} = \frac{\pi \cdot d_s \cdot A_{af} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}}{s} \approx \frac{\pi \cdot d_s \cdot A_s}{s}$$

Relația generală de calcul este:

$$N = \sum n_i \cdot N_i^p \leq m \cdot (A_{bs} \cdot R_c + A_a \cdot R_a + 2,5 \cdot A_{as} \cdot R_{as}) = m \cdot A_{bs} \cdot (R_c + \mu \cdot R_a + 2,5 \cdot \mu_s \cdot R_{as})$$

unde,

$A_{bs}$  - aria sâmburelui de beton;

$\mu = \frac{A_a}{A_{bs}}$  - coeficientul de armare longitudinal;

$\mu_s = \frac{A_{as}}{A_{bs}}$  - coeficientul de armare transversal.

Obligatoriu:  $A_{bs} \cdot (R_c + \mu \cdot R_a + 2,5 \cdot \mu_s \cdot R_{as}) \leq 1,5 \cdot (A_b \cdot R_c + A_a \cdot R_a)$

În cazul dimensionării sunt patru necunoscute:  $A_b, A_a, s$  și  $A_s$

- se impune  $\mu$  respectiv  $p = 0,8 \div 1,2\%$  ( $p = 100 \cdot \mu$ );
- se impune  $\mu_s$  respectiv  $p_s = (1 \div 3)p$ ;
- se calculează  $A_{bs} \rightarrow d_s \rightarrow D = d_s + a_b + d_{fr}$

$$A_{bs} \geq \frac{N}{m \cdot (R_c + \mu \cdot R_a + 2,5 \cdot \mu_s \cdot R_{as})} \Rightarrow d_s = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{bs}}{\pi}}$$

- se verifică condiția de flambaj:  $\frac{l_f}{D} \leq 8$ , unde  $l_f$  este întăblat funcție

de legăturile la capete ale stâlpilor;

- se calculează  $A_a$  și  $A_{as}$ :  $A_a = \mu \cdot A_{bs}$  și  $A_{as} = \mu_s \cdot A_{bs}$ ;
- din  $A_{as}$  se impune  $d_{fr}$  (adică  $A_s$ ) și rezultă  $s$ ;

$$A_{as} = \frac{\pi \cdot d_s \cdot A_s}{s} \Rightarrow s = \frac{\pi \cdot d_s \cdot A_s}{A_{as}}$$

- în final se verifică toate condițiile cerute de norme.

#### Prescripții de alcătuire a elementelor fretate:

- Secțiunea transversală de beton se alege circulară sau poligonală cu minim 6 laturi, plină sau cu gol în interior (de formă circulară).  
Trebuie respectate condițiile:  $d_s \geq 20$  cm,  $D \geq 30$  cm;
- Grosimea stratului de acoperire cu beton este între limitele  $2 \div 3$  cm, astfel:
  - 2 cm pentru  $d_{long} \leq 16$  mm;
  - 2,5 cm pentru  $d_{long} \leq 28$  mm;
  - 3 cm pentru  $d_{long} \leq 40$  mm.
- Armătura longitudinală din minim 6 bare pentru secțiunea circulară și câte o bară în fiecare colț al secțiunii pentru cele poligonale.  
Distanța uzuală dintre bare pe secțiune este între  $10 \div 15$  cm.  
Diametrul minim al armăturii longitudinale este de 14 mm;  $p_{optim} = 0,8 \div 1,2\%$ ;
- Armătura transversală (freta) are diametrul cuprins între  $6 \div 14$  mm și trebuie corespunzător ancorată în elementele marginale ale stâlpilor. Înădrirea fretetei se face numai prin sudură. Trebuie respectată condiția:  $0,25 \cdot A_a \leq A_{as} \leq 3 \cdot A_a$ ;
- Pasul fretetei:  $s = 4 \div 8$  cm;  $s \leq d_s/5$ ;  $s \geq 3$  cm +  $d_{fr}$ ;
- Trebuie ca:

$$A_{bs} \cdot R_c + A_a \cdot R_a + 2,5 \cdot A_{as} \cdot R_{as} \leq 1,5 \cdot (A_b \cdot R_c + A_u \cdot R_a)$$

Stâlpii fretați se utilizează la elemente solicitate de forțe de compresiune mari și/sau atunci când se dorește realizarea unui efect arhitectural mai deosebit.

## XII. ELEMENTE DE BETON ARMAT SOLICITATE LA ÎNTINDERE CENTRICĂ

Sunt solificate la întindere centrică acele elemente la care rezultanta forțelor de întindere este normală pe secțiunile transversale și acționează în centrul lor de greutate: tiranții arcelor, barele întinse ale grinzelor cu zăbrele, inelele de reazem ale cupolelor, pereții rezervoarelor cilindrice și silozurilor, tuburi de presiune.

Deoarece capacitatea de rezistență a betonului la această solicitare este foarte redusă, elementele întinse se concep astfel încât betonul să lucreze cu fisuri (are rol numai de protecție), preluarea tensiunilor fiind asigurată de către armături; acestea, după fisurarea betonului, se încarcă cu tensiuni mari și sunt rațional folosite.

### XII. 1 Comportarea sub acțiunea încărcărilor

Pentru valori mici ale forțelor exterioare  $N \leq N_f$ , respectiv  $\sigma_{bt} \leq R_b$ , elementul lucrează în stadiul I, etanș, fără fisuri. La limita stadiului I tensiunea din armătură este foarte mică, determinată fiind de  $\epsilon_{bt \text{ lim}}$ . Astfel, la limita stadiului I  $\sigma_{bt} = R_b$ ,  $\epsilon_{bt} = \epsilon_{bt \text{ lim}}$ , iar tensiunea din armătură este:

$$\sigma_a^* = \epsilon_a \cdot E_a = \epsilon_{bt \text{ lim}} \cdot E_a = \frac{2 \cdot R_t \cdot E_a}{E_b} = 2 \cdot n \cdot R_t$$

Deformațiile plastice ale betonului dintr-un element de beton armat sunt mai mari decât cele dintr-un element de beton simplu. Dacă  $N > N_f$  elementul trece în stadiul II prin apariția primelor fisuri. Acestea se distribuie la distanțe inegale și sunt determinate de neomogenitatea betonului. Odată cu creșterea încărcărilor exterioare apar noi fisuri ce se ordonează la distanțe aproximativ egale (stadiul II-a). De la o anumită valoare a forței  $N$  nu mai apar fisuri noi, cele existente dezvoltându-se tot mai mult (stadiul II-b).

În dreptul unei fisuri tensiunile din beton scad brusc de la  $R_t$  la zero, în timp ce armătura se încarcă cu toată tensiunea produsă de forța exterioară  $N$  ( $\sigma_a = N/A_a$ ).

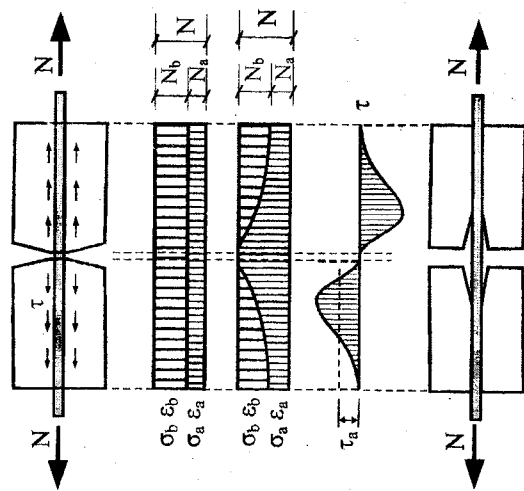


Fig. 12.1 Distribuția tensiunilor în dreptul fisurii

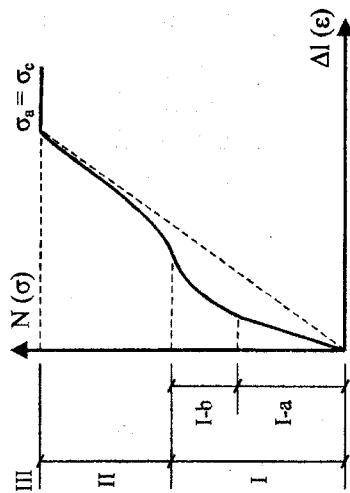


Fig. 12.2 Diagrama  $N - \Delta l$  pentru un element din beton armat întins centric

Datorită conlucrării dintre beton și armătură, în vecinătatea zonelor fisurate, armătura transmite betonului, prin intermediul tensiunilor tangențiale de aderență  $\tau$ , o parte din efort (fig. 12.1). Acesta crește pe măsură ce ne îndepărtăm de fisura considerată. Când tensiunea transmisă betonului devine egală cu capacitatea de rezistență la întindere a acestuia se formează o a doua fisură. Când tensiunile  $\tau \geq R_c$  betonul începe să se desprindă de pe armătură și fețele fisurii devin paralele. Deschiderea fisurii este determinată (în momentul formării ei) de calitatea betonului, de procentul de armare, de diametrul și distribuția barelor pe secțiune, precum și de natura suprafeței barelor.

Odată cu creșterea forței  $N$ , tensiunile și deformația specifică a armăturii se măresc. Fisurile se deschid puternic deoarece se distruge aderența dintre cele două materiale pe distanțe tot mai mari, fără să mai apară fisuri noi. Când  $\sigma_a = \sigma_c$  deformațiile armăturii cresc repede, conlucrarea se distruge total sau aproape total, elementul a ajuns în stadiul III și se comportă practic ca un tirant metalic.

### XII. 2 Calculul la starea limită de rezistență

$$N = \sum n_i \cdot N_i^a \leq m \cdot A_a \cdot R_a \Rightarrow A_a \geq \frac{N}{m \cdot R_a}$$

$m = 0,9$  – pentru elemente liniare;

$m = 1$  – pentru celelalte elemente;

Se alege numărul de bare și diametrul acestora, apoi se face alcătuirea secțiunii. Betonul fiind fisurat secțiunea se va adopta din considerente constructive, tehnologice sau funcționale, ca în următorul exemplu:

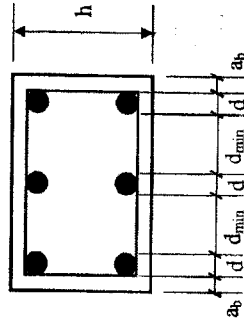


Fig. 12.3 Alcătuirea secțiunii unui element întins centric

$$b = 2 \cdot a_b + 3 \cdot d + 2 \cdot d_{\min} = 2 \cdot 2,5 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2,5 = 16 \text{ cm}$$

$$h = 2 \cdot a_b + 2 \cdot d + 1 \cdot d_{\min} = 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 11,5 \approx 12 \text{ cm.}$$

### XII. 3 Calculul la starea limită de fisurare

**Apariția fisurilor.** Se face pentru elementele la care fisurarea betonului nu asigură condițiile unei exploatari normale. Calculul se face la limita stadiului I, admițându-se următoarele ipoteze:

- Se admite că secțiunile rămân plane (Bernoulli);
- La limita stadiului I:  $\sigma_b = R_b$ ;
- Betonul conlucrează cu armătura:  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = \varepsilon_{bt \text{ lim}}$ ;
- $\varepsilon_{bt \text{ lim}} = \frac{R_t}{E_b} = \frac{R_t}{(1-\lambda) \cdot E_b} = \frac{R_t}{(1-0,5) \cdot E_b} = \frac{2 \cdot R_t}{E_b}$
- sollicitarea de întindere la care se face calculul este  $N^n$ ;
- efectul defavorabil al contracției se poate lua în considerare prin luarea în calcul a unei rezistențe convenționale de întindere a betonului:  $R'_t = R_t - \sigma_b$ , unde  $\sigma_b$  este tensiunea din contracție, ce poate fi calculată.

$$N^n \leq m \cdot (N_b^{\text{min}} + N_a^{\text{min}}) = m \cdot (A_b \cdot R_t + A_a \cdot \sigma_a) = m \cdot (A_b \cdot R_t + A_a \cdot \varepsilon_{bt \text{ lim}} \cdot E_a)$$

$$N^n \leq m \cdot \left( A_b \cdot R_t + A_a \cdot \frac{2 \cdot R_t}{E_b} \cdot E_a \right) = m \cdot (A_b \cdot R_t + 2 \cdot n \cdot R_t \cdot A_a)$$

$$N^n \leq m \cdot A_b \cdot R_t \cdot (1 + 2 \cdot n \cdot \mu)$$

**Deschiderea fisurilor** se determină pe elemente a căror fisurare este permisă și se compară cu cea admisibilă (0,1; 0,2; 0,3 mm). Pentru a putea calcula deschiderea fisurilor ( $\alpha_f$ ) trebuie cunoscută mai întâi distanța dintre fisuri ( $\lambda_f$ ) – din condiția ca armătura să transmită betonului, prin intermediul tensiunilor de aderență  $\tau$ , o forță egală cu capacitatea de rezistență la întindere a secțiunii de beton simplu.

$$A_b \cdot R_t = \int_0^{\lambda_f} \tau d\lambda_f \cdot u$$

unde  $u$  este perimetrul unei bare. Se înlocuiește distribuția reală a tensiunilor  $\tau$  cu o valoare medie:

$$\int_0^{\lambda_f} \tau d\lambda_f = \tau_a \cdot \lambda_f \Rightarrow A_b \cdot R_t = \tau_a \cdot \lambda_f \cdot u \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_f &= \frac{R_t \cdot A_b}{\tau_a \cdot u} \\ \frac{R_t}{\tau_a} &= \beta_f \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_f = \beta_f \cdot \frac{A_b}{u}$$

în STAS 10107/0 – 90  $\lambda_f = A + B \cdot \frac{d}{\mu_t}$ , în care:

$A = 2 \left( c + \frac{s}{10} \right)$ ,  $c$  – grosimea stratului de acoperire cu beton (mm),  $s$  –

distanța dintre armături (mm);  $s \leq 15d$ .

$B = 0,1$  pentru PC

$B = 0,2$  pentru OB

$\mu_t = \frac{A_a}{A_b}$ , unde  $A_{bt}$  este aria de înglobare a armăturii în beton (suprafața hașurată).

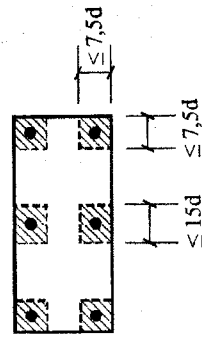


Fig. 12.4 Definierea ariei

$A_{bt}$

Pentru calculul deschiderii fisurilor, din alungirea armăturii pe distanțele dintre axele a două fisuri consecutive se scade alungirea betonului pe distanța dintre aceleași fisuri consecutive. Distribuțiile neuniforme ale tensiunilor și deformațiilor specifice se înlocuiesc cu distribuții uniforme echivalente. Calculul deschiderii fisurilor se face cu încărcările de exploatare.

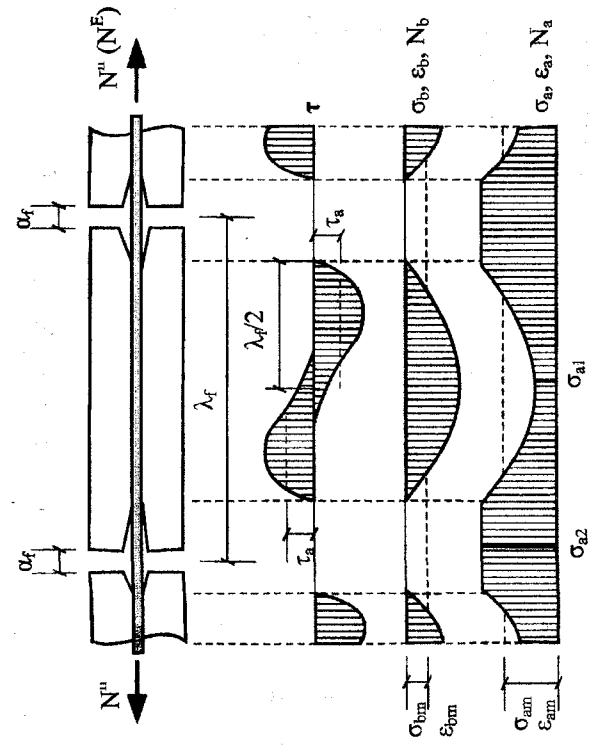


Fig. 12.5 Tensiuni și deformații între două fisuri

$$\alpha_f = \Delta\lambda_{fa} - \Delta\lambda_{fb} = \int_0^{\lambda_f} \epsilon_a d\lambda_f - \int_0^{\lambda_f} \epsilon_b d\lambda_f = \int_0^{\lambda_f} \epsilon_{am} d\lambda_f - \int_0^{\lambda_f} \epsilon_{bm} d\lambda_f \Rightarrow$$

$$\alpha_f = \epsilon_a \int_0^{\lambda_f} d\lambda_f - \epsilon_b \int_0^{\lambda_f} d\lambda_f = (\epsilon_{am} - \epsilon_{bm}) \cdot \lambda_f$$

Dar  $\epsilon_{am} \gg \epsilon_{bm}$  și pentru simplificarea calculului se neglijează  $\epsilon_{bm}$  care este oricum foarte mic. Rezultă că:

$$\alpha_f = \epsilon_{am} \cdot \lambda_f$$

Se introduce noțiunea de coeficient de conlucrare între beton și armătură  $\psi = \epsilon_{am}/\epsilon_a$ , care ține cont de participarea betonului întins dintre fisuri la preluarea tensiunilor.

$$\alpha_f = \psi \cdot \epsilon_a \cdot \lambda_f \Rightarrow \alpha_f = \lambda_f \cdot \psi \cdot \frac{\sigma_a}{E_a} \leq \alpha_{fad}$$

$$\psi = 1 - \beta \cdot \frac{A_b \cdot R_t}{A_a \cdot \sigma_a}; \sigma_a = \frac{N^E}{A_a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = 0,3 \cdot (1 - 0,5 \cdot v) \rightarrow \text{pentru OB} \\ \beta = 0,5 \cdot (1 - 0,5 \cdot v) \rightarrow \text{pentru PC și v} = \frac{N_{ld}}{N} \end{array} \right.$$

**XI. 4 Prescripții de alcătuire**

Se recomandă ca armătura să se realizeze din cât mai multe bare distribuite uniform pe secțiune (simetrice în raport cu axul elementului) pentru limitarea deschiderii fisurilor. Secțiunea de beton se alege în general cât mai mică posibilă. În elementele liniare se dispun obligatoriu etrieri. Înnădirea armăturilor de rezistență se face numai prin sudură, excepție făcând pereții rezervoarelor cilindrice și silozurilor, unde se admite suprapunerea. Într-o secțiune se vor înădi maxim 25 % din totalul barelor. Ancorarea armăturilor în tiranți se va face prin aderență, prin plăci

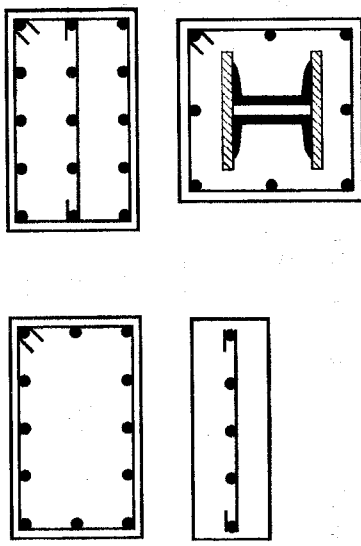


Fig. 12.6 Tipuri de secțiuni pentru elementele întinse centric



sau profile de ancoraj, prin fretare.

Armătura de rezistență se realizează de obicei din bare flexibile, dar la forțe mari și din profile laminate. Dacă secțiunea este armată cu un număr redus de bare cu diametre mari se vor prevedea bare suplimentare de diametre mai mici, paralele cu armăturile longitudinale de rezistență pentru limitarea deschiderii fisurilor.

### XI. 5 Rigiditatea elementelor

Calculul alungirii elementelor în stadiul I, deoarece betonul nu este fisurat, se face cu ajutorul relației stabilite în rezistența materialelor.

$$\Delta l_I = \varepsilon_b \cdot l = \frac{\sigma_b \cdot l}{E_b} = \frac{N \cdot l}{E_b \cdot A_{bi}}$$

În stadiul II, după apariția fisurilor, deformația elementului este egală cu cea a armăturii longitudinale înglobată într-un beton fisurat.

$$\Delta l_{II} = \varepsilon_{am} \cdot l = \psi \cdot \varepsilon_a \cdot l = \psi \cdot \frac{\sigma_a \cdot l}{E_a} = \psi \cdot \frac{N \cdot l}{E_a \cdot A_a}$$

## XIII. ELEMENTE DE BETON ARMAT SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE

Dintre elementele care compun structurile de rezistență, cele solicitate la încovoiere, ocupă cel mai important volum: plăcile și grinzile planșelor, riglele cadrelor, grinzile independente și în general toate elementele care sunt acționate de forțe și cupluri de forțe normale pe axa lor și care se află în plane ce conțin axa centrelor de încovoiere – răsucire. Încovoierea este plană dacă toate forțele care acționează elementul se află într-unul din planele principale de inerție care conține axa centrelor de încovoiere – răsucire și care este și plan de simetrie al secțiunii elementului. Sub acțiunea încărcărilor, în secțiunile elementelor încovoiate, iau naștere două eforturi: moment încovoietor ( $M$ ) și forță tăietoare ( $Q$ ). Elemente încovoiate acționate numai de  $M$  sau numai de  $Q$  nu se întâlnesc în realitate. În schimb, există elemente a căror rezistență și deformații sunt determinate de momentul încovoietor, iar altele, mai puțin, la care forța tăietoare este determinantă. La grinzile continue atât  $M$  cât și  $Q$  ating valori maxime.

Momentul încovoietor produce pe secțiunile transversale ale elementelor tensiuni normale de întindere și compresiune, în timp ce forța tăietoare produce tensiuni tangențiale de forfecare  $\tau$ , cărora conform

principiului dualității tensiunilor  $\tau$  le corespund în planul neutru și în plane paralele cu acesta tensiuni tangențiale de alunecare. Pe secțiuni înclinate iau deasemenea naștere tensiuni de întindere și compresiune precum și tensiuni tangențiale  $\tau$ .

Tensiunile de compresiune și în mare parte și cele de forfecare pot fi preluate numai de către beton. Pentru preluarea tensiunilor de întindere se introduce o armătură longitudinală, iar pentru preluarea tensiunilor  $\sigma_1$  se prevede o armătură transversală, obișnuit alcătuită din etrieri și armătură înclinată la  $45^\circ$ .

### A. ACTIUNEA MOMENTULUI ÎNCOVOIETOR

#### XIII. 1 Comportarea sub acțiunea încărcărilor

A fost discutată în capitolul „Stadiile de lucru ale betonului armat”. Comportarea la  $M$  se analizează într-o porțiune de grindă solicitată preponderent de moment încovoietor, neglijându-se greutatea ei proprie.

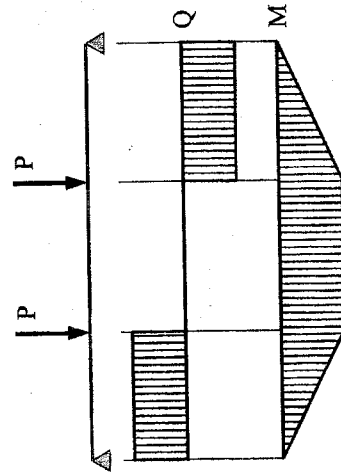


Fig. 13.1 Schema statică și de încărcare pentru analiza comportării în secțiuni normale

Beton armat

Se va reveni numai la stadiul III, respectiv la starea limită produsă de momentul încovoietor. Oricare ar fi calitatea materialelor, forma secțiunilor, mărimea procentului de armare ( $p$ ), elementele încovoiate ajung la limita capacității lor de rezistență atunci când tensiunile din betonul comprimat devin egale cu rezistența de rupere. Aceasta se poate produce fie prin acțiunea momentului încovoietor, fie din acțiunea forței tăietoare, fie dintr-o acțiune combinată. În momentul formării articulației plastice, ceea ce corespunde cu începerea distrugerii betonului din zona comprimată, s-a constatat că tensiunile din armătură pot sau nu să atingă limita de curgere. Pentru betoanele și armăturile de clase curente folosite, la care problema conlucrării este satisfăcător rezolvată, factorul hotărâtor îl constituie mărimea procentului de armare  $p$ : cu cât  $p$  este mai mare cu atât tensiunile din armătură ajung mai târziu la limita de curgere, iar de la un anumit procent de armare ce depășește  $p_{max}$ , acestea nu ajung la curgere nici în momentul când se distruge betonul comprimat.

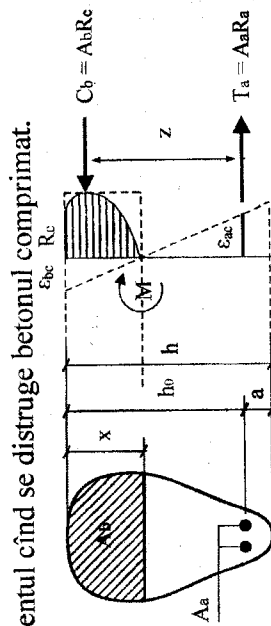


Fig. 13.2 Starea de tensiuni și deformații în stadiul III

În urma încercărilor experimentale a rezultat că la mărimi ale lui  $p$  care satisfac relația:

$$\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_b = \frac{x_{max}}{h_0} \quad (1)$$

Beton armat

armătura ajunge întotdeauna la curgere ( $\sigma_c$ , respectiv  $R_a$  în metoda stărilor limită) înainte sau odată cu ruperea betonului comprimat. În practică se folosesc aproape întotdeauna  $p < p_{\max}$  din necesitatea formării unor articulații plastice pronunțate ceea ce conduce la reducerea consumului de oțel în detrimentul betonului. Fără erori prea mari diagrama de variație a tensiunilor pe înălțimea zonei comprimate se poate considera uniformă cu condiția respectării inegalității (1),  $x$  rezultând în acest caz cu circa 20 % mai mic decât  $x_{\text{real}}$  (fig. 13.2).

Tipul betonului	Clasa betonului	
	$\leq Bc\ 35$	$\leq Bc\ 35$
Beton ușor	OB 37 0,6	PC 52, 60 0,55
Beton greu	OB 37 0,55	PC 52, 60 0,5
	Valori pentru $\xi_b$	

Procentul de armare  $p$  influențează hotărâtor capacitatea de rezistență a elementelor numai până la valori  $p \leq p_{\max}$ . Peste această limită capacitatea portantă nu mai crește decât puțin, necompensată fiind de creșterea consumului de oțel, excepție făcând elementele dublu armate. Ruperea elementelor în acest caz se produce casant prin cedarea betonului din zona comprimată, fără ca armătura să ajungă la curgere (deci nu sunt economice, se evită). Mai mult decât atât, comportarea elementului nu este ductilă, rezultă aglomerări de armătură și betonarea este dificilă.

### XIII. 2 Calculul la starea limită de rezistență

#### XIII. 2. 1 Secțiunea monosimetrică de formă oarecare

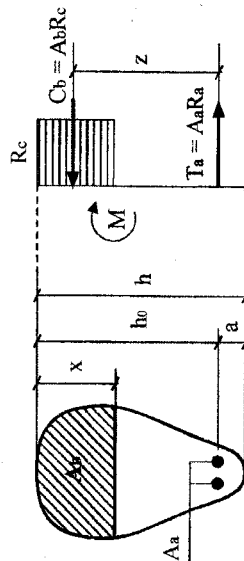


Fig. 13.3 Starea limită de rezistență pentru secțiunea monosimetrică

Ecuațiile de echilibru pentru această secțiune sunt:

$$\sum F = 0 \Rightarrow C_b = T_a \Rightarrow A_b \cdot R_c = A_a \cdot R_a \Rightarrow A_b = A_a \cdot \frac{R_a}{R_c}$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M \leq C_b \cdot z = T_a \cdot z \Rightarrow M \leq A_b \cdot R_c \cdot z = S_b \cdot R_c \text{ sau } M \leq A_a \cdot R_a \cdot z = S_a \cdot R_a$$

#### XIII. 2. 2 Secțiunea dreptunghiulară simplu armată

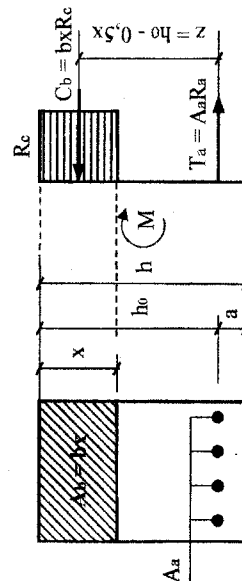


Fig. 13.4 Particularizare pentru secțiunea dreptunghiulară

$$(1) \xi \leq \xi_b$$

$$(2) \sum F = 0 \Rightarrow b \cdot x \cdot R_c = A_a \cdot R_a \Rightarrow x = \frac{A_a \cdot R_a}{b \cdot R_c} \cdot \frac{h_0}{h_0} \Rightarrow$$

$$x = \frac{A_a \cdot R_a}{b \cdot h_0} \cdot \frac{h_0}{R_c} = \mu \cdot \frac{R_a}{R_c} \cdot h_0 \Rightarrow x = \xi \cdot h_0$$

Înălțimea relativă  $\xi$  a zonei comprimate rezultă:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \mu \cdot \frac{R_a}{R_c} \leq \xi_b \quad (1')$$

$$(3) \sum M = 0 \Rightarrow M \leq b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) = b \cdot \xi \cdot h_0 \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot \xi \cdot h_0)$$

$$M \leq b \cdot h_0^2 \cdot R_c \cdot \xi \cdot \underbrace{(1 - 0,5 \cdot \xi)}_B = B \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c$$

$$\text{unde } B = \xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi) \Rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot B}$$

Observație: în noul standard și în puținele lucrări publicate după apariția termenului  $\xi(1 - 0,5\xi)$  este notat cu  $m$  (se pot genera confuzii).

#### Determinarea procentului maxim de armare

$$\mu = \xi \cdot \frac{R_c}{R_a} \Rightarrow \mu_{\max} = \xi_b \cdot \frac{R_c}{R_a}, \text{ iar } P_{\max} = 100 \cdot \mu_{\max}$$

Când secțiunea este armată cu procentul maxim de armare înălțimea zonei comprimate  $x$  are valoarea maximă:  $x = \xi_b h_0$ , iar momentul capabil al secțiunii va fi deosemena maxim:

$$M_{\max}^{\text{cap}} = B_{\text{lim}} \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c, \text{ unde } B_{\text{lim}} = \xi_b \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi_b)$$

$$\xi_b = 0,6 \rightarrow B_{\text{lim}} = 0,42$$

$$\xi_b = 0,55 \rightarrow B_{\text{lim}} = 0,40$$

$$\xi_b = 0,5 \rightarrow B_{\text{lim}} = 0,375$$

Dacă secțiunea de beton este dată ( $b$  și  $h$  sunt cunoscute), iar  $M_{\text{ed}}$

$M_{\max}^{\text{cap}}$  se poate majora calitatea betonului și a armăturii, sau se folosește armarea dublă.

#### Determinarea procentului minim de armare

Se face din condiția ca momentul capabil al secțiunii de beton armat să fie cel puțin egal cu momentul capabil al secțiunii de beton simplu, respectiv cu  $M_f$ .

$$b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) = \frac{1}{3,5} \cdot b \cdot h^2 \cdot R_t$$

$$-0,5 \cdot R_c \cdot x^2 + h_0 \cdot R_c \cdot x - \frac{1}{3,5} \cdot h^2 \cdot R_t \cdot \left( -\frac{1}{0,5 \cdot R_c} \right)$$

$$x^2 - 2 \cdot h_0 \cdot x + \frac{2}{3,5} \cdot h^2 \cdot \frac{R_t}{R_c}, \text{ dacă se considera } c \text{ a } h \equiv h_0$$

$$x_{\min} = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{1}{1,75} \cdot h_0^2 \cdot \frac{R_t}{R_c}} = h_0 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{1,75} \cdot \frac{R_t}{R_c}} \right) \Rightarrow$$

$$\xi_{\min} = \frac{x_{\min}}{h_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{1,75} \cdot \frac{R_t}{R_c}}$$

$$\mu_{\min} = \xi_{\min} \cdot \frac{R_c}{R_a} = \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{1,75} \cdot \frac{R_t}{R_c}} \right) \cdot \frac{R_c}{R_a} \Rightarrow P_{\min} = 100 \cdot \mu_{\min}$$

Valorile lui  $P_{\min}$  sunt date în tabele funcție de clasa betonului și tipul armăturii utilizate. Folosirea procentelor minime este obligatorie. Pentru ca un element să poată fi considerat că este de beton armat trebuie ca procentul său de armare  $p$  să fie cuprins între  $P_{\min}$  și  $P_{\max}$ .

#### Dimensionarea secțiunilor în cazul I (necunoscute: $b$ , $h$ , $A_a$ și $x$ )

Se poate face tabelar (în proiectare) sau cu ajutorul relațiilor de echilibru. Se impune un  $p_{ec}$  funcție de tipul elementelor, cuprins între  $P_{\min}$  și  $P_{\max}$  având în vedere și caracteristicile mecanice ale celor două

materiale. Se impune și lățimea  $b$  a secțiunii care este modulată (8, 10, 12, 15, 20, 25 cm ...).

$$p \Rightarrow \mu = \frac{p}{100}$$

$$\xi = \mu \cdot \frac{R_a}{R_c}$$

$$B = \xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi)$$

$$\text{Din (3) } M = B \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c \Rightarrow h_0 = \sqrt{\frac{1}{B} \cdot \frac{M}{b \cdot R_c}} = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b \cdot R_c}}$$

$$x = \xi \cdot h_0$$

$$h = h_0 + a_b + \frac{d}{2}$$

$$\mu = \frac{A_a}{b \cdot h_0} \Rightarrow A_a = \mu \cdot b \cdot h_0 \text{ sau din (2) } A_a = \xi \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{R_c}{R_a}$$

Observație: înălțimea  $h$  a secțiunii se rotunjește în plus sau în minus multiplu de 5 centimetri până la 80 centimetri, iar pentru  $h > 80$  cm multiplu de 10 cm.

#### Dimensionarea secțiunilor în cazul II (necunoscute: $A_a$ și $x$ )

Dimensiunile  $b$  și  $h$  ale secțiunii de beton sunt cunoscute, se impune diametrul armăturii longitudinale  $d$  și se calculează  $h_0$ , după care:

$$\text{Din (3) } B = \frac{M}{b \cdot h_0^2 \cdot R_c} \Rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot B} \Rightarrow$$

$$A_a = \xi \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{R_c}{R_a}, \text{ sau}$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M = b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) \Rightarrow x$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow b \cdot x \cdot R_c = A_a \cdot R_a \Rightarrow A_a = b \cdot x \cdot \frac{R_c}{R_a}, \text{ sau}$$

$$r = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{M}{b \cdot R_c}}} \Rightarrow \text{tabele } \Rightarrow p \Rightarrow A_a = p \cdot \frac{b \cdot h_0}{100}$$

#### Verificarea secțiunilor. Determinarea momentului capabil

Sunt cunoscute:  $b$ ,  $h$  ( $h_0$ ),  $A_a$ ,  $R_c$ ,  $R_a$ ,  $\xi_b$ ,  $M$  (numai în problemele de verificare).

$$\sum F = 0 \Rightarrow b \cdot x \cdot R_c = A_a \cdot R_a \Rightarrow x = \frac{A_a \cdot R_a}{b \cdot R_c} \leq x_{\max} = \xi_b \cdot h_0$$

$$M_{\text{ext}} \leq M_{\text{cap}} = b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x)$$

#### XIII. 2. 3 Elemente simplu armate cu secțiunea în formă de T

Cu placa în zona comprimată sunt deosebit de raționale deoarece materialul, respectiv betonul, este concentrat în zona tensiunilor de compresiune. De aportul plăcii aflate în zona comprimată se ține cont numai în cazul în care sunt asigurate condițiile de conlucrare dintre placă și nervură:

- Placa să fie în zona comprimată;

- $h_p/h \geq 0,05$ ;

- placa să fie armată la încovoiere locală, în plan transversal;

- $b_p = b_{p \text{ real}}$  (fig. 13.5-c);

- $b_p = b + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot l_c$ , unde  $l_c$  - distanța dintre punctele de moment nul pe schema statică (fig. 13.5-d).

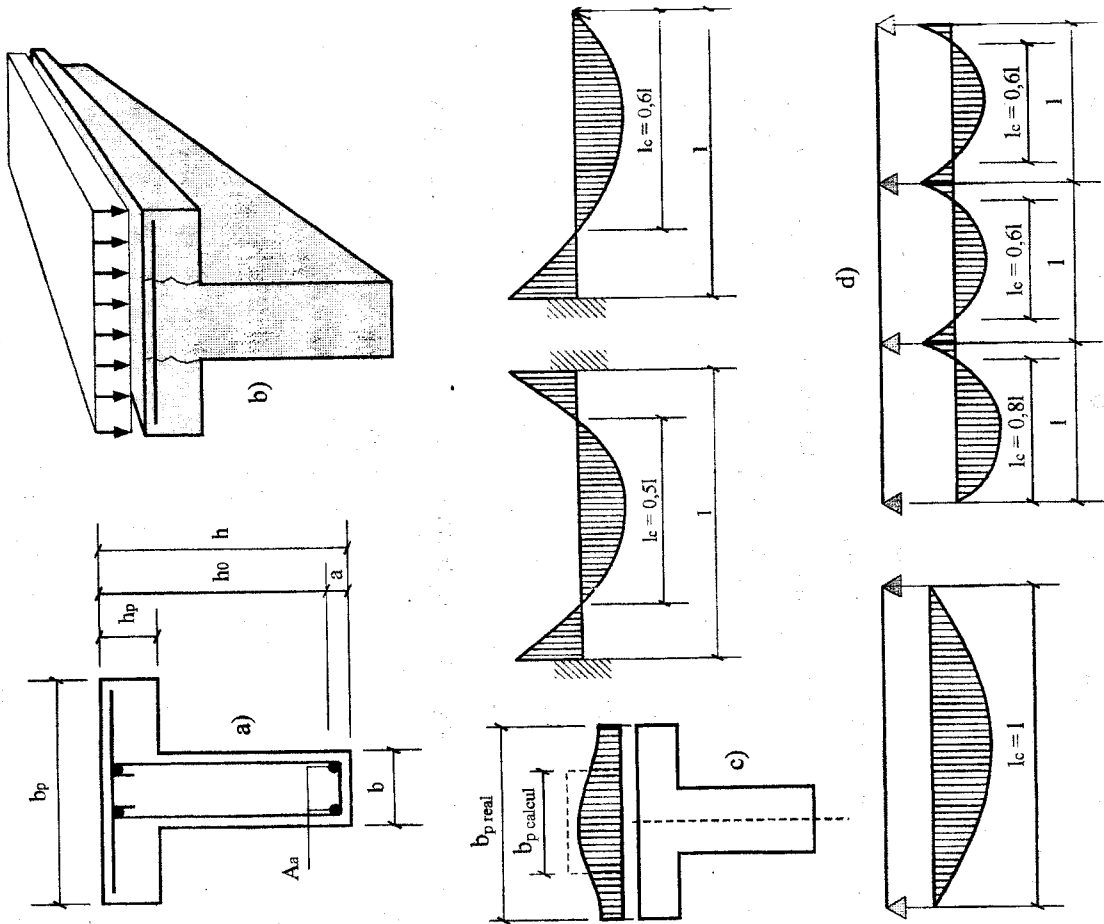


Fig. 13.5 Secțiunea în formă de T (a); încovoierea locală a plăcii (b); lățimea de calcul (c); definierea distanței  $l_c$  (d)

$$\left\{ \begin{array}{l} h_p/h \geq 0,1 \Rightarrow b_p = b + 12 \cdot h_p \\ 0,1 \geq h_p/h \geq 0,05 \Rightarrow b_p = b + 6 \cdot h_p \end{array} \right.$$

Pentru fiecare situație se stabilesc toate lățimile de calcul și se ia valoarea cea mai mică.

**Stabilirea cazului de proiectare**

Dacă axa neutră trece prin placă, zona comprimată este de formă dreptunghiulară de lățime  $b_p$  și ne aflăm în cazul I de proiectare; dacă axa neutră trece prin nervură zona comprimată a elementului este în formă de T, ceea ce corespunde cazului II de proiectare. Acesta se stabilește în mod diferit în problemele de dimensionare, când aria de armătură este necunoscută, față de cele de verificare. În ambele situații se admite pentru început că:  $x = h_p$ .

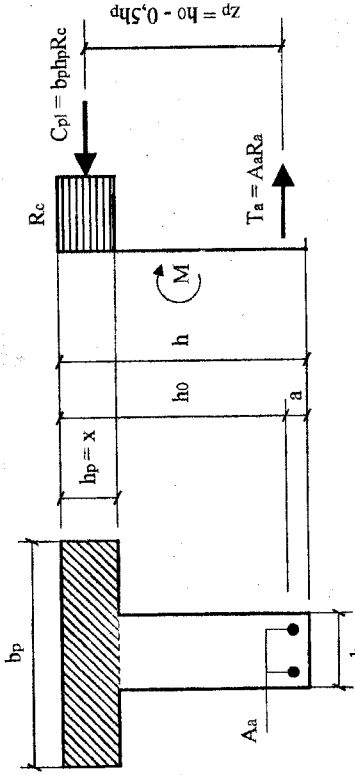


Fig. 13.6 Ipoteze pentru stabilirea cazului de proiectare

La dimensionare se calculează momentul capabil al plăcii și se compară cu cel exterior:

$$M_{pl} = b_p \cdot h_p \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot h_p) \Rightarrow$$

$$\text{dacă } \begin{cases} M_{pl} \geq M_{ext} \Rightarrow x \leq h_p \Rightarrow \text{cazul I} \\ M_{pl} < M_{ext} \Rightarrow x > h_p \Rightarrow \text{cazul II} \end{cases}$$

- La verificare sau pentru determinarea momentului încovoietor capabil se calculează:

$$C_{pl} = b_p \cdot h_p \cdot R_c$$

$$T_a = A_a \cdot R_a$$

$$\begin{cases} C_{pl} \geq T_a \Rightarrow x \leq h_p \Rightarrow \text{cazul I} \\ C_{pl} < T_a \Rightarrow x > h_p \Rightarrow \text{cazul II} \end{cases}$$

**Dimensionarea secțiunilor în cazul II**

Primul caz nu se mai discută deoarece se rezolvă la fel ca o secțiune dreptunghiulară de lățime  $b_p$ . Problema, în cazul II, comportă determinarea celor două necunoscute: ( $x$  și  $A_a$ ) și se rezolvă prin descompunerea secțiunii T în două secțiuni.

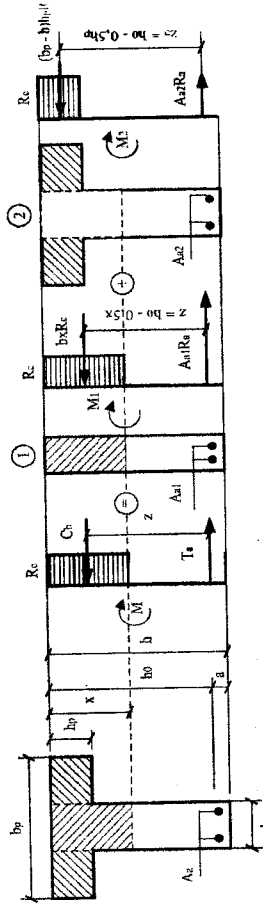


Fig. 13.7 Calculul secțiunilor T în cazul II

Ecuajile de echilibru sunt:

$$(2) \sum F = 0 \Rightarrow C_b = T_a \Rightarrow b \cdot x \cdot R_c + (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c = A_a \cdot R_a$$

$$x = \frac{A_a \cdot R_a - (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c}{b \cdot R_c} \leq x_{max} = \xi_b \cdot h_0$$

$$x = \frac{A_a \cdot R_a}{b \cdot R_c} - \left( \frac{b_p - b}{b} \right) \cdot h_p \cdot \frac{h_0}{h_0} \Rightarrow$$

$$x = \underbrace{\frac{A_a \cdot R_a}{b \cdot h_0}}_{\mu} \cdot \frac{h_0}{R_c} - \left( \frac{b_p - b}{b} \right) \cdot h_p \cdot \frac{h_0}{h_0} \Rightarrow$$

$$x = \underbrace{\mu}_{\xi} \cdot \frac{R_a}{R_c} \cdot h_0 - \left( \frac{b_p - b}{b} \right) \cdot \frac{h_p}{h_0} \cdot h_0 \Rightarrow$$

$$x = \xi \cdot h_0 - \xi_p \cdot h_0 = (\xi - \xi_p) \cdot h_0 \leq x_{max}$$

$$(3) \sum M = 0 \Rightarrow M \leq b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) + (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot h_p)$$

Dacă termenul 2 din membrul 2 îl înmulțim cu  $\frac{b \cdot h_0}{b \cdot h_0}$ , ecuația devine:

$$M \leq b \cdot h_0^2 \cdot R_c + \underbrace{\left( \frac{b_p - b}{b} \right) \cdot \frac{h_p}{h_0} \cdot \left( 1 - 0,5 \cdot \frac{h_p}{h_0} \right)}_{B_p} \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c \Rightarrow$$

$$M \leq (B + B_p) \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c$$

Dimensionarea elementelor cu secțiunea transversală în formă de T se face aplicând descompunerea din figura 13.7, plecând de la cea de a doua secțiune.

- Secțiunea 2:  $\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c = A_{a2} \cdot R_a \Rightarrow A_{a2} \\ \sum M = 0 \Rightarrow M_2 = (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot h_p) \end{cases}$

- Secțiunea 1:  $\begin{cases} M_1 = M - M_2 \\ B = \frac{M_1}{b \cdot h_0^2 \cdot R_c} \Rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot B} \\ A_{a1} = \xi \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{R_c}{R_a} \\ A_a = A_{a1} + A_{a2} \text{ deoareceși } M = M_1 + M_2 \end{cases}$

Verificarea secțiunilor în cazul II

Nu mai este necesară descompunerea secțiunii ci a rezultantei ( $C_1$ ) care este formată din  $b \cdot x \cdot R_c$  și  $(b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c$ .

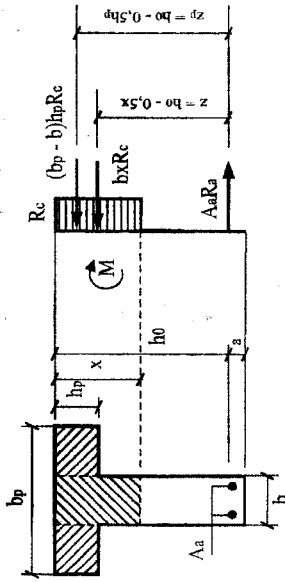


Fig. 13.8 Verificarea secțiunii în formă de T

$$\sum F = 0 \Rightarrow b \cdot x \cdot R_c + (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c = A_a \cdot R_a \Rightarrow$$

$$x = \frac{A_a \cdot R_a - (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c}{b \cdot R_c}$$

$$x \leq \xi_b \cdot h_0$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{ext} \leq M_{cap}$$

$$M_{cap} = b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c \cdot (h_0 - 0.5 \cdot h_p)$$

XIII. 2. 4 Elemente dublu armate cu secțiunea de formă oarecare

Armarea dublă ( $A'_a$  în zona comprimată) se folosește în două situații:

- La elementele la care dimensiunile secțiunilor transversale sunt impuse din condiții funcționale, arhitecturale sau tehnologice, iar momentul dat de încărcările exterioare de calcul este mai mare decât momentul maxim capabil al secțiunii simplu armate;
- La grinzile continue cel puțin 30 % din armătura din câmp și minim

două bare nu se ridică pe reazeme, ci se duce continuu în lungul elementului și devine armătură comprimată pe reazeme (fig. 13.9). În zone seismice se consideră  $A'_{ar} = (0,4 + 0,5)A_{ac}$  deoarece momentul încovoietor își poate schimba sensul. În general nu se recomandă armarea dublă deoarece este mai costisitoare.

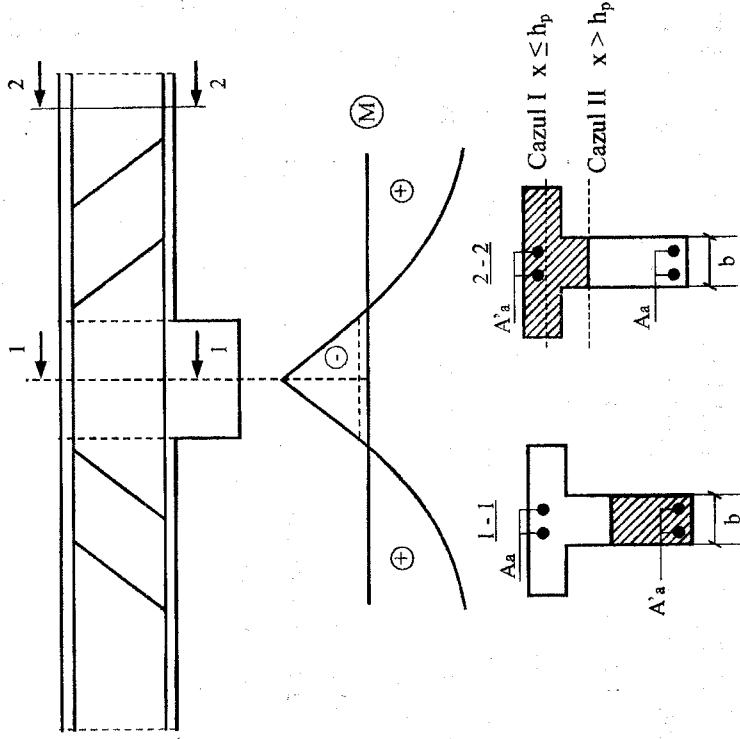


Fig. 13.9 Modul de lucru al secțiunii T la moment încovoietor pozitiv și negativ



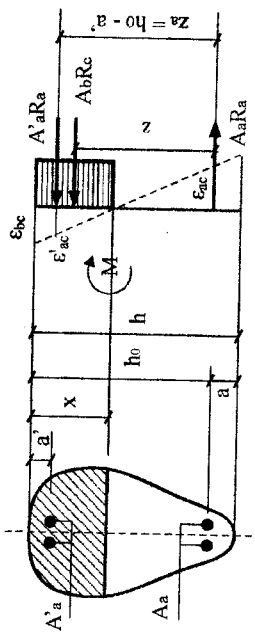


Fig. 13.10 Secțiunea dublu armată de formă oarecare

Stadiul III, respectiv pierderea capacității portante a elementului, se atinge prin curgerea armăturii din zona întinsă înainte sau odată cu ruperea betonului comprimat, dacă este îndeplinită condiția (1) și prin curgerea armăturii comprimate dacă este îndeplinită condiția:  $z \leq z_a = h_0 - a'$  (4). În caz contrar înălțimea zonei comprimate este prea mică și nu poate asigura curgerea armăturii comprimate în momentul pierderii capacității portante a secțiunii.

$$(2) \sum F = 0 \Rightarrow A_b \cdot R_c + A_a' \cdot R_a = A_a \cdot R_a$$

$$(3) \sum M = 0 \Rightarrow M \leq A_b \cdot R_c \cdot z + A_a' \cdot R_a \cdot (h_0 - a')$$

Prin dublă armare momentul capabil al secțiunii crește, dar nu oricât de mult deoarece acesta trebuie limitat la:

$$(5) M_{\max \text{ cap}}^{\text{da}} = S_0 \cdot R_c$$

unde,  $S_0$  este momentul static al secțiunii utile de beton, de înălțime  $h_0$ , față de centrul de greutate al armăturii  $A_a$ .

Dacă momentul exterior este mai mare decât momentul capabil al secțiunii se măresc dimensiunile secțiunii transversale de beton și eventual calitatea materialelor utilizate.

XIII. 2. 5 Elemente dublu armate cu secțiunea dreptunghiulară

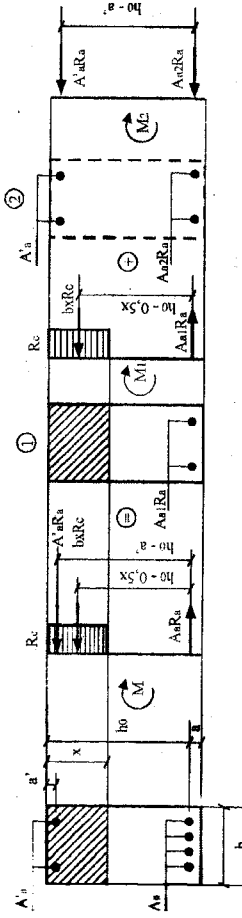


Fig. 13.11 Secțiunea dreptunghiulară dublu armată

Condițiile și relațiile generale de calcul se particularizează astfel:

$$(1) \xi \leq \xi_b \Rightarrow x \leq x_{\max} = \xi_b \cdot h_0$$

$$(2) \sum F = 0 \Rightarrow b \cdot x \cdot R_c + A_a' \cdot R_a = A_a \cdot R_a$$

$$(3) \sum M = 0 \Rightarrow M \leq b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + A_a' \cdot R_a \cdot (h_0 - a')$$

$$(4) z \leq h_0 - a' \Rightarrow h_0 - 0.5 \cdot x \leq h_0 - a' \Rightarrow x \geq 2 \cdot a'$$

$$(5) M \leq S_0 \cdot R_c \Rightarrow M_{\max \text{ cap}}^{\text{da}} = 0.5 \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c$$

În cazul dublei armări sporul de moment încovoiător rezultă:

$$\Delta M = M_{\max \text{ cap}}^{\text{da}} - M_{\max \text{ cap}}^{\text{sa}} = (0.5 - B_{\text{lim}}) \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c$$

$$\Delta M = 0.08 \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c \rightarrow \text{OB37}$$

$$\Delta M = 0.1 \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c \rightarrow \text{PC 52}$$

Dimensionarea secțiunilor în cazul I (cunoscute:  $b, h, M, R_c, R_a$ )

Se încarcă secțiunea I cu momentul maxim de care este capabilă.

$$\text{Secțiunea I} \begin{cases} M_1 = M_{1 \max}^{\text{sa}} = B_{\text{lim}} \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c \\ A_{a1} = \mu_{\max} \cdot b \cdot h_0 = \xi_b \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{R_c}{R_a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_2 = M - M_1 \\ \sum M = 0 \Rightarrow M_2 = A'_a \cdot R_a \cdot (h_0 - a') \Rightarrow A'_a \\ \sum F = 0 \Rightarrow A'_a \cdot R_a = A_{a2} \cdot R_a \Rightarrow A'_a = A_{a2} \\ A_a = A_{a1} + A_{a2} \end{cases}$$

**Dimensionarea secțiunilor în cazul II** (cunoscute:  $b, h, M, R_c, R_a$  și  $A'_a$ )

$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow A'_a \cdot R_a = A_{a2} \cdot R_a \Rightarrow A'_a = A_{a2} \\ \sum M = 0 \Rightarrow M_2 = A'_a \cdot R_a \cdot (h_0 - a') \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_1 = M - M_2 \\ B = \frac{M_1}{b \cdot h_0^2 \cdot R_c} \Rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot B} \\ A_{a1} = \xi \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{R_c}{R_a} \\ A_a = A_{a1} + A_{a2} \end{cases}$$

**Verificarea secțiunilor. Determinarea momentului capabil**

$$\begin{aligned} \sum F = 0 &\Rightarrow b \cdot x \cdot R_c + A'_a \cdot R_a = A_a \cdot R_a \Rightarrow \\ 2 \cdot a' \leq x &= \frac{(A_a - A'_a) \cdot R_a}{b \cdot R_c} < x_{\max} = \xi_b \cdot h_0 \end{aligned}$$

$$M_{\text{ext}} \leq M_{\text{cap}} = b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) + A'_a \cdot R_a \cdot (h_0 - a')$$

Pentru aceste calcule nu mai este necesară descompunerea secțiunii.

**XIII. 2. 6 Elemente dublu armate cu secțiunea în formă de T**

În general, elementele cu secțiunea transversală în formă de T sau I nu se fac dublu armate, dar din condiții constructive se poate dispune și o armătură în zona comprimată ( $A'_a$ ), care este prin urmare cunoscută. Calculul acestor elemente se face descompunând secțiunea în trei.

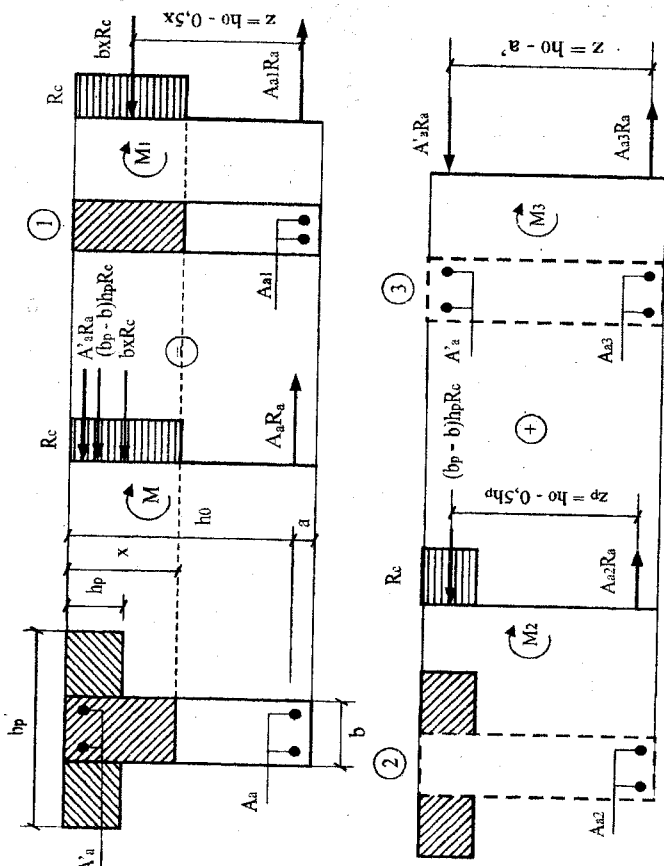


Fig. 13.12 Dimensionarea secțiunii T dublu armată

Se analizează numai cazul II, când  $x > h_p$ , în care ne aflăm dacă (fig. 13.12):

- Verificarea secțiunii:  $b \cdot h_p \cdot R_c + A'_a \cdot R_a < A_a \cdot R_a$
- Dimensionarea secțiunii:

$$M > b \cdot h_p \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5 \cdot h_p) + A'_a \cdot R_a \cdot (h_0 - a')$$

**Dimensionarea secțiunilor** (necunoscute:  $x, A_a$  și  $A'_a$ )

Calculul se începe de la secțiunea I, care se încarcă cu  $M_{\text{max cap}}^{\text{sa}}$ .

- Secțiunea 1
 
$$\left\{ \begin{aligned} M_1 &= B_{lim} \cdot b \cdot h_0^2 \cdot R_c \\ x = x_{max} &\Rightarrow x_{max} = \xi_b \cdot h_0 \\ \sum F = 0 &\Rightarrow b \cdot x_{max} \cdot R_c = A_{a1} \cdot R_a \\ A_{a1} &= b \cdot \xi_b \cdot h_0 \cdot \frac{R_c}{R_a} \end{aligned} \right.$$
- Secțiunea 2
 
$$\left\{ \begin{aligned} \sum F = 0 &\Rightarrow A_{a2} \cdot R_a = (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c \\ A_{a2} &= (b_p - b) \cdot h_p \cdot \frac{R_c}{R_a} \end{aligned} \right.$$
- Secțiunea 3
 
$$\left\{ \begin{aligned} M_3 &= M - M_1 - M_2 \\ \sum M = 0 &\Rightarrow M_3 = A'_a \cdot R_a \cdot (h_0 - a') \\ A'_a &= \frac{M_3}{R_a \cdot (h_0 - a')} \\ \sum F = 0 &\Rightarrow A'_a \cdot R_a = A_{a3} \cdot R_a \Rightarrow A_{a3} = A'_a \end{aligned} \right.$$

Final:  $A_a = A_{a1} + A_{a2} + A_{a3}$  iar în zona comprimată se dispune armătura  $A'_a$ .

**Verificarea secțiunilor. Determinarea momentului capabil**

Se verifică în primă fază cazul de proiectare. Se studiază numai cazul II, când  $x > h_p$ , în care ne aflăm dacă:

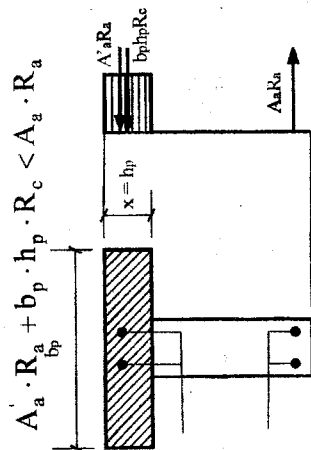


Fig. 13.13 Stabilirea cazului de proiectare

Beton armat

$$\sum F = 0 \Rightarrow A'_a \cdot R_a + (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c + b \cdot x \cdot R_c = A_a \cdot R_a$$

$$x = \frac{A_a \cdot R_a - A'_a \cdot R_a - (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c}{b \cdot R_c} \leq \xi_b \cdot h_0$$

$$M_{ext} \leq M_{cap}$$

$$M_{cap} = A'_a \cdot R_a \cdot (h_0 - a') + b \cdot x \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5x) + (b_p - b) \cdot h_p \cdot R_c \cdot (h_0 - 0,5h_p)$$

**B. ACȚIUNEA FORȚEI TĂIETOARE**

Forța tăietoare produce pe secțiunile transversale ale elementelor tensiuni tangențiale de forfecare ( $\tau_{xy}$ ), iar pe secțiuni longitudinale tensiuni tangențiale de lunecare ( $\tau_{yx}$ ) și deformații specifice de lunecare. Acesta nu se pot surma cu tensiunile produse de momentul încovoietor (M), motiv pentru care calculul la acțiunea forței tăietoare (Q) se face separat. Aceasta constă în calculul armăturii transversale, având în vedere faptul că dimensiunile secțiunii transversale și cantitatea de armătură longitudinală a rezultat din calculul în secțiuni normale la acțiunea momentului încovoietor. De multe ori calculul la acțiunea forței tăietoare în secțiuni înclinate fisurate se poate rezuma numai la o verificare,

Modul de comportare al elementelor încovoiate în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare poate fi pus în evidență analizând starea de tensiuni în stadiul de exploatare (II) pentru tensiunile  $\tau$ ,  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$ .

**XIII.3 Tensiuni tangențiale în grinzile de beton armat**

Admițând valabile ipotezele metodei rezistențelor admisibile, se

Beton armat

poate scrie:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_b = \frac{Q \cdot S_{bi}}{b \cdot I_{bi}}$$

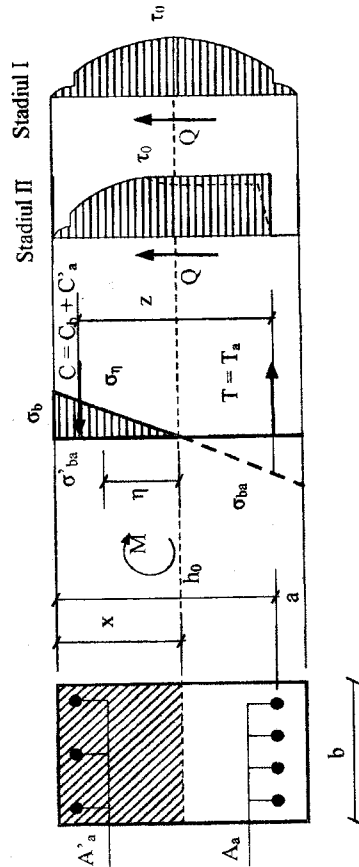


Fig. 13.14 Tensiuni normale și tangențiale în stadiul de exploatare

În fibrele superioare  $\eta = x$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$  deoarece  $S_{bi}(y) = 0$ , apoi tensiunile  $\tau$  cresc. În axa neutră  $\eta = 0$  iar  $S_{bi}$  este maxim deci și  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$  vor fi maxime. Obișnuit se notează cu indicii „0” valorile  $S_{bi}$ ,  $\tau_{max}$  și  $b$  la nivelul axei neutre, deci:

$$\tau_0 = \frac{Q(x) \cdot S_0}{b_0 \cdot I_{bi}(z)} = \frac{Q(x)}{b_0 \cdot S_0}$$

Oricare ar fi forma secțiunii raportul  $I_{bi}(z)/S_0 = z$

$$\frac{I_{bi}}{S_0} = \frac{\int_0^x \eta^2 dA_i}{\int_0^x \eta dA_i} \Rightarrow \frac{\sigma_\eta}{x \cdot \sigma_b} \Rightarrow \eta = \frac{\sigma_\eta \cdot x}{\sigma_b}$$

$$\Rightarrow \frac{\int_0^x \sigma_\eta \cdot x \cdot dA_i}{\int_0^x \sigma_\eta \cdot x \cdot dA_i} = \frac{\int_0^x \sigma_\eta \cdot \eta dA_i}{\int_0^x \sigma_\eta dA_i} = \frac{M}{C} = z$$

Rezultă că:

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z}$$

unde pentru calculele practice se pot considera valorile:  $z = (0,875 \div 0,9)h_0$  și  $z = h_0 - 0,5h_p$ , pentru elemente cu secțiunea transversală în formă de T.

Pentru determinarea expresiei de calcul a tensiunii tangențiale  $\tau_0$  la elementele cu înălțimea secțiunii transversale variabilă (exemplu: grinzi cu vută) se scrie echilibrul unui element de grindă limitat de două secțiuni situate la distanța  $dx$  între ele și planul neutru.

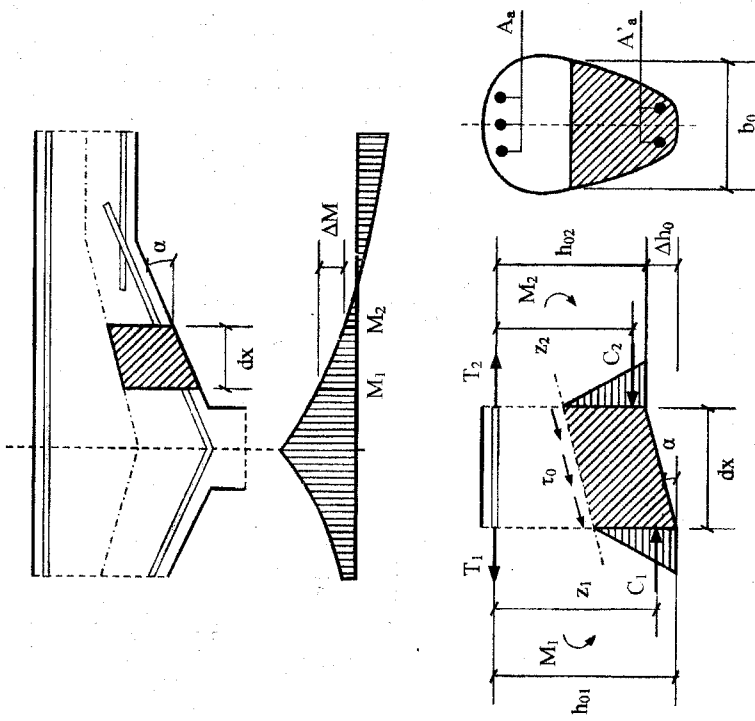


Fig. 13.15 Elemente cu înălțimea variabilă

Se observă că pe lungimea dx valoarea tensiunii este constantă și se scrie ecuația de echilibru a forțelor:

$$C_1 = C_2 + \tau_0 \cdot \cos \alpha \cdot b_0 \cdot \frac{dx}{\cos \alpha}$$

$$dC = \tau_0 \cdot b_0 \cdot dx$$

$$\tau_0 = \frac{1}{b_0} \cdot \frac{dC}{dx}, \text{ dar } C = \frac{M}{z}$$

În cazul elementelor cu înălțimea h variabilă variază de la o secțiune la alta atât momentul încovoietor M, cât și brațul cuplului interior de forțe z. Deci. Se poate scrie următoarea ecuație:

$$\frac{dC}{dx} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dx} - M \cdot \frac{dz}{z^2} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dx} - \frac{M}{z} \cdot \frac{dz}{z} \Rightarrow \frac{dC}{dx} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dx} - \frac{M}{z} \cdot \frac{dz}{z}$$

$$\frac{dM}{dx} = Q(x); z = \xi \cdot h_0; \frac{dz}{dx} = \xi \cdot \frac{dh_0}{dx}; \frac{dh_0}{dx} = \text{tg} \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{dC}{dx} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dx} - \frac{M}{z} \cdot \frac{Q}{h_0} \cdot \text{tg} \alpha$$

Relația de calcul a tensiunilor tangențiale maxime devine:

$$\tau_0 = \frac{Q - \frac{M}{h_0} \cdot \text{tg} \alpha}{b_0 \cdot z} = \frac{Q}{b_0 \cdot z} - \frac{M}{b_0 \cdot h_0 \cdot z} \cdot \text{tg} \alpha$$

Dacă sensurile în care cresc sau descresc M și h sunt contrare, atunci semnul (-) se înlocuiește cu semnul (+).

#### XIII.4 Tensiuni principale

Valorile și direcțiile acestora se determină cu relațiile stabilite de

Rezistența Materialelor, considerând tensiunile produse de momentul încovoietor M și forța tăietoare Q corespunzătoare stadiului II de lucru al elementelor încovoiate:

$$\sigma_{1,2} = \pm \frac{\sigma_b}{2} \mp \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \cdot \tau_0^2}$$

$$\text{tg} 2\alpha = -\frac{2 \cdot \tau_0}{\sigma_b}; \sigma_y = 0$$

În cele ce urmează se analizează variația mărimii și direcției tensiunilor  $\sigma_{b,1,2}$  în stadiul II de lucru.

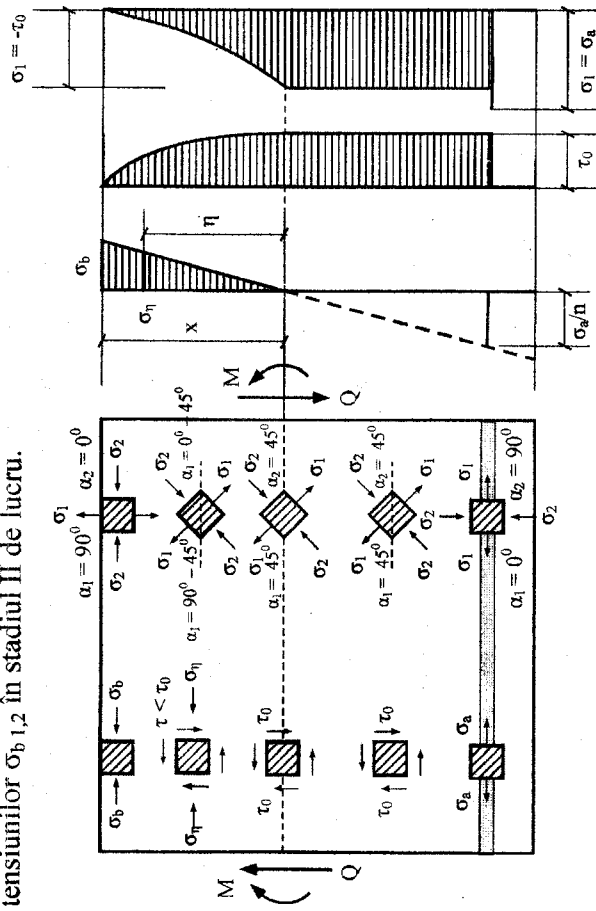


Fig. 13.16 Tensiuni principale în stadiul II

în fibra superioară (cela mai comprimată):

$$\eta = x; \sigma_b = \text{max};$$

$$\tau = 0 \text{ și}$$

$$\sigma_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = \sigma_b \text{ max};$$

$$\text{tg}2\alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ \text{ și } \alpha_2 = 0^\circ$$

În fibrele comprimate cu  $0 < \eta < x$ :

$$\sigma < \sigma_b \text{ și } 0 < \tau < \tau_0$$

$$\sigma_{1,2} = \pm \frac{\sigma_b}{2} \mp \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \cdot \tau_0^2}$$

$$0 < \text{tg}2\alpha < \infty \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ \div 45^\circ \text{ și } \alpha_2 = 0^\circ \div 45^\circ$$

În fibrele de la nivelul planului neutru  $\eta = 0$ :

$$\sigma = 0 \text{ și } \tau = \tau_0$$

$$\sigma_1 = -\tau_0; \sigma_2 = +\tau_0$$

$$\text{tg}2\alpha = \infty \rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$$

În fibrele cuprinse între axa neutră și centrul de greutate al armăturii întinse  $-(h_0 - x) < \eta < 0$  se menține aceeași situație ca în axa neutră deoarece  $S_{bi}$  rămâne constant

$$\sigma = 0 \text{ și } \tau = \tau_0$$

$$\sigma_1 = -\tau_0; \sigma_2 = +\tau_0$$

$$\text{tg}2\alpha = \infty \rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$$

În centrul de greutate al armăturii  $A_a$ ,  $\eta = (h_0 - x)$ :

$$\sigma_1 = \sigma_a; \sigma_2 = 0$$

$$\text{tg}2\alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 0^\circ \text{ și } \alpha_2 = 90^\circ$$

Se observă că tensiunile  $\sigma_1$  cresc de la zero, în fibrele superioare, până la  $\tau_0$  în axa neutră iar direcția lor se rotește de la dreapta spre stânga, de la unghiul de  $90^\circ$  cu axa barei la  $45^\circ$ , apoi rămân constante ca valoare și direcție, egale fiind cu cele din axa neutră, până în centrul de greutate al armăturii întinse unde cresc brusc la valoarea  $\sigma_a$  și se rotește cu  $45^\circ$ ,

devenind paralele cu axa barei.

Tensiunile  $\sigma_2$  descresc de la valoarea maximă în fibrele superioare spre axa neutră unde valoarea lor ajunge la  $\tau_0$ , iar direcția acestora se rotește de la  $0^\circ$  la  $45^\circ$  cu axa barei. Sub planul neutru ele rămân constante ca valoare și direcție, iar în dreptul centrului de greutate al armăturii  $A_a$  scad brusc la zero, direcția lor se rotește cu  $45^\circ$ , devenind perpendiculară pe axa barei.

Rezultă deci că pentru preluarea tensiunilor  $\sigma_1$  este rațional să se dispună o armătură înclinată la  $45^\circ$  față de axa barei, care corespunde cu traiectoriile liniilor izostatice sub axa neutră. Deasupra axei neutre, direcția de  $45^\circ$  se îndepărtează de traiectoriile tensiunilor  $\sigma_1$ , dar acesta nu reprezintă un dezavantaj prea mare, căci, în general, înălțimea zonei comprimate este mult mai mică decât cea a zonei întinse, iar valoarea tensiunilor  $\sigma_1$  scade.

XIII. 5 Starea limită produsă de acțiunea forței tăietoare (stadiul III)

Elementele încovoiate din beton armat pot ajunge la starea limită de rezistență și datorită acțiunii forței tăietoare. Pe porțiunile de element solicitate de forțe tăietoare mari, fisurile înclinate produse de tensiunile  $\sigma_1$  se dezvoltă pe măsură ce încărcările exterioare cresc. Tensiunile din armătură și din betonul comprimat se măresc tot mai mult.

Pentru o anumită valoare a încărcării, una din fisurile înclinate – cea mai periculoasă, critică – se deschide mai repede și împarte grinda în două părți care rămân legate prin armăturile longitudinale și transversale și prin

betonul zonei comprimate. Dacă armăturile sunt bine ancorate în beton, ruperea se poate produce în două moduri, similar cu cea din acțiunea momentului încovoietor:

- Fisura înclinată se deschide tot mai mult, tensiunile din armături ajung la curgere, ceea ce face ca cele două părți ale grinzii să se rotească față de marginea fisurii dinspre zona comprimată. Când înălțimea zonei comprimate se reduce foarte mult ca urmare a creșterii continue a fisurii, betonul din zona comprimată ajunge la rupere și elementul cedează. Elementele încovoiate trebuie astfel dimensionate și alcătuite încât cedarea din acțiunea forței tăietoare să se producă după modul descris anterior, deoarece ambele materiale sunt folosite până la limita capacității lor de rezistență;
- Când armătura transversală este puternică, ruperea elementului se produce prin cedarea betonului din zona comprimată, fără ca armăturile să ajungă la curgere. Acest mod neeconomic de cedare este asemănător cu ruperea din moment încovoietor a elementelor supraarmate.

Caracteristic reazemelor marginale este și modul de rupere ca urmare a smulgerii armăturii longitudinale sau transversale.

Încercările experimentale au arătat că etrierii și armăturile înclinate lucrează la tensiuni de întindere. Până la apariția fisurilor înclinate în beton tensiunile cu care se încarcă aceste armături sunt foarte mici, dar după fisurare cresc brusc. Armăturile trebuie bine ancorate în beton pentru a evita smulgera lor din element. Capacitatea de rezistență la forță tăietoare a elementelor încovoiate bine alcătuite este determinată de calitatea betonului și armăturii, precum și de modul cum este rezolvată conlucrarea

dintre cele două materiale.

### XIII.6 Calculul la starea limită de rezistență în secțiuni înclinate

După cum atestă rezultatele încercărilor experimentale, metoda rezistențelor admisibile (în care se face calculul cu tensiunile  $\sigma_1$ ) nu permite o apreciere corectă a capacității de rezistență a elementelor încovoiate la acțiunea forței tăietoare. Calculul după metoda secțiunilor înclinate se face la starea limită de rezistență și se bazează pe următoarele ipoteze:

- Fisura înclinată separă elementul în două părți care se comportă ca niște corpuri rigide;
- Fisura înclinată este dreaptă și se caracterizează prin proiecția sa pe orizontală, notată  $s$ ;
- Centrul de rotație relativ  $O$  este situat la nivelul centrului de greutate al ariei betonului comprimat de la capătul fisurii înclinate;
- Se admite că toate armăturile care sunt intersectate de fisura înclinată ajung la curgere.

Se îndepărtează partea din dreapta (în unele cazuri cea din stânga) secțiunii oblice periculoase considerate și se înlocuiește cu rezultantele tensiunilor (la starea limită de rezistență) a părții îndepărtate.

Principali parametri care influențează ruperea în secțiuni oblice sunt:

- Armătura transversală, caracterizată prin procentul de armare transversal  $p_s$ ;
- Armătura longitudinală, caracterizată prin procentul de armare

longitudinal p;

- Raportul dintre influența forței tăietoare și a momentului încovoietor asupra ruperii  $(Q/M)h_0$ , precum și calitatea betonului.

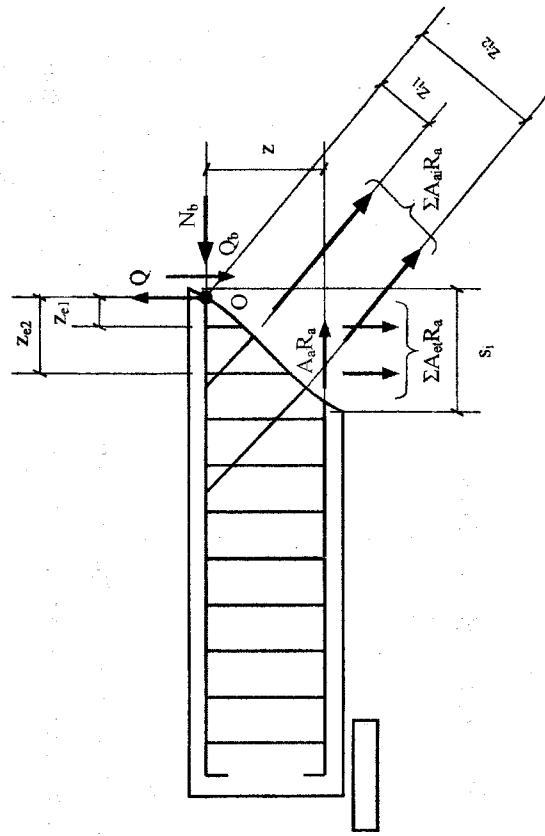


Fig. 13.17 Eforturi în secțiuni înclinate

Admițând simplificarea că centrul de greutate al zonei comprimate de beton de la marginea fisurii înclinate corespunde cu centrul de greutate al armăturii din zona comprimată, se pot scrie cele două condiții de echilibru, la starea limită de rezistență:

$$(6) M \leq A_a \cdot R_a \cdot z + \Sigma A_{ai} \cdot R_a \cdot z_{ii} + \Sigma A_{et} \cdot R_a \cdot z_{ei}$$

unde  $A_{et} = nA_e$ .

Momentul încovoietor de calcul, dat de forțele exterioare, în raport cu punctul O, trebuie să fie mai mic sau egal decât suma momentelor rezultanților tensiunilor din armătura longitudinală, înclinată și crierii care intersectează fisura oblică.

$$(7) Q \leq Q_{cap} = \Sigma A_{ai} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha + \Sigma A_{et} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha + Q_b$$

În cazul elementelor cu secțiunea transversală variabilă ecuația (7) devine:

$$(7') Q \leq Q_{cap} = \Sigma A_{ai} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha + \Sigma A_{et} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha + Q_b + \frac{M}{z} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Forța tăietoare la marginea fisurii înclinate, produsă de încărcările de calcul, trebuie să fi mai mică sau egală decât suma proiecțiilor pe normala la axa elementului a rezultatelor tensiunilor din armăturile care intersectează fisura înclinată, la care se adaugă rezultanta tensiunilor de forfecare din betonul zonei comprimate  $Q_b$ . În care:

- $Q$  este forța tăietoare de calcul care, de regulă, se ia cu valoarea maximă de pe lungimea fisurii înclinate; dacă se ține cont de reducerea acestei forțe pe lungimea  $s_i$  datorită încărcărilor exterioare aplicate pe această lungime, se ia în considerare numai reducerea produsă de încărcările permanente ( $Q - gs_i$ ); pentru elementele cu secțiune variabilă forța tăietoare de calcul este  $Q + \frac{M}{z} \cdot \operatorname{tg} \alpha$ , unde  $z$  este brațul cuplului de

forțe interioare în secțiunea considerată, iar semnul minus se utilizează atunci când secțiunea elementului crește sau descrește în același sens cu

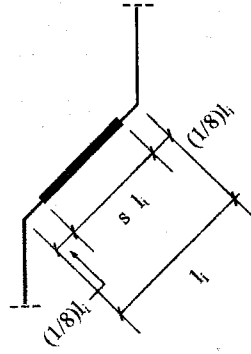


Fig. 13.18 Lungimea activă a armăturii înclinate



momentul încovoiător;

- $\Sigma A_{ai}$  reprezintă aria secțiunii transversale a tuturor armăturilor înclinate care intersectează fisura oblică cu zona lor centrală de lungime egală cu  $\frac{3}{4}$  din lungimea porțiunii înclinate (fig. 13.18);
- $A_e$  – aria secțiunii transversale a barei din care este confecționat etrierul;
- $n$  – numărul de ramuri ale etrierului;

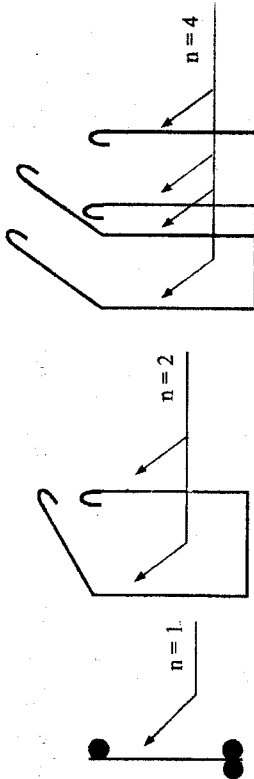


Fig. 13.19 Tipuri de etrieri

- $\alpha$  – unghiul dintre armătura înclinată și axa elementului.

**Observație:** când un etrier este plasat chiar la marginea fisurii înclinate nu se ia în considerare la stabilirea capacității portante a fisurii oblice.

Conform STAS 10107/0 – 90, forța tăietoare preluată de betonul zonei comprimate se calculează cu relația:

$$Q_b = \frac{b \cdot h_0^2 \cdot \sqrt{p}}{s_t} \cdot m_t \cdot R_t$$

unde:

- $p$  este procentul de armare pentru armătura longitudinală de rezistență din zona întinsă intersectată de fisura înclinată;
- $s_t$  – proiecția pe orizontală a fisurii înclinate luate în considerare;

experimental s-a constatat că fisura oblică cea mai periculoasă (sau critică) se găsește în intervalul:

$$0,5 \cdot h_0 \leq s_f \leq 2,5 \cdot h_0$$

Coefficientul condițiilor de lucru al armăturii transversale  $m_{at}$  (0,8 pentru OB și PC; 0,7 pentru STNB) reduce rezistența de calcul a acestor armături. Se ține seama de posibilitatea ca o parte din armătura transversală, care este mai apropiată de zona comprimată, să nu ajungă la curgere dat fiind faptul că deschiderea fisurilor înclinate în vecinătatea acestei zone este redusă.

- $m_t$  – coeficient al condițiilor de lucru care afectează rezistența la întindere a betonului și care introduce efectul gradului de solicitare din zonele de capăt ale elementului asupra aportului betonului în preluarea forței tăietoare; acesta are valoarea:

$$m_t = \frac{3 - \bar{Q}}{2} \leq 1 \rightarrow \text{pentru zonele plastice potențiale cu } \bar{Q} \geq 1;$$

- o  $m_t = 0 \rightarrow$  la elementele la care din solicitări seismice, în ambele sensuri,  $\bar{Q} > 1$ ;
- o  $m_t = 1 \rightarrow$  pentru restul cazurilor.

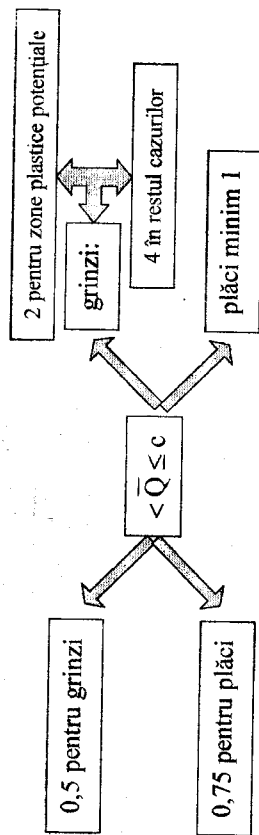
$\bar{Q}$  reprezintă nivelul de solicitare la forță tăietoare care, pentru elemente cu secțiunea dreptunghiulară sau în formă de T, are expresia:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{b \cdot h_0 \cdot R_t}$$

(în această relație  $R_t$  nu se afectează cu coeficientul condițiilor de lucru  $m_t$ ).

Pe baza prevederilor standardului românesc amintit, calculul la forță

tăietoare al elementelor se face în condițiile în care:



Secțiunile de beton ale elementelor trebuie astfel dimensionate încât să fie respectată condiția de limitare a tensiunilor de compresiune  $\bar{Q} \leq c$ , exprimată indirect având în vedere corelația dintre  $R_c$  și  $R_t$ . Dacă  $\bar{Q} > c$ , dimensiunile secțiunii de beton trebuie majorate până la îndeplinirea condiției specificate mai sus.

Calculul la acțiunea forței tăietoare nu este necesar dacă  $\bar{Q} \leq 0,50$  pentru grinzi și  $\bar{Q} \leq 0,75$  pentru plăci având în vedere faptul că tensiunile  $\sigma_t$  pot fi preluate în întregime de către beton; în aceste cazuri etrierii și armăturile transversale se dispun după criterii constructive.

În unele din situațiile care intervin în practica curentă de proiectare, calculul la acțiunea momentului încovoietor este urmat de o schiță preliminară de armare. Ca atare calculul la acțiunea forței tăietoare se poate reduce la verificarea și eventual corectarea acestei schițe.

De foarte multe ori, pentru situațiile obișnuite de proiectare, se folosesc procedee simplificate de calcul la acțiunea forței tăietoare și numai în unele cazuri mai deosebite se practică un procedeu mai detaliat.

Soluțiile de armare transversală pot îmbrăca diferite forme, cum ar fi:

- armare cu etrieri verticali;

- armare cu bare înclinate (cazul plăcilor);
- armare cu etrieri verticali și bare înclinate;
- armare cu etrieri înclinați.

### XIII. 7 Procedee simplificate de calcul la acțiunea forței tăietoare

Aceste procedee se pretează la efectuarea calculului a două tipuri de armare transversală: cu etrieri verticali și cu etrieri verticali asociați cu armături înclinate la  $45^\circ$  ( $30^\circ$  sau  $60^\circ$ ).

#### XIII. 7. 1 Armarea transversală cu etrieri verticali

Acest sistem de armare corespunde cel mai bine cerințelor de fasonare și montare simplă a armăturii, având în vedere că dispunerea barelor înclinate complică execuția și mărește manopera. În același timp riglele cadrelor amplasate în zone cu seismicitate ridicată pot fi acționate de forțe tăietoare alternante ca semn, iar acest sistem este cel mai rațional în asemenea situații.

Procedeele debutează de la verificarea relației generale (7) în care termenul  $\Sigma A_{at} m_{at} R_a \sin \alpha = 0$ , urmărind determinarea proiecției celei mai defavorabile fisuri înclinate pentru care capacitatea de rezistență la forță tăietoare a etrierilor și betonului este minimă.

Relația generală de verificare particularizată pentru această soluție de armare devine:

$$Q \leq Q_{cup} = \Sigma A_{et} \cdot m_{at} \cdot R_a + Q_b \quad (7')$$

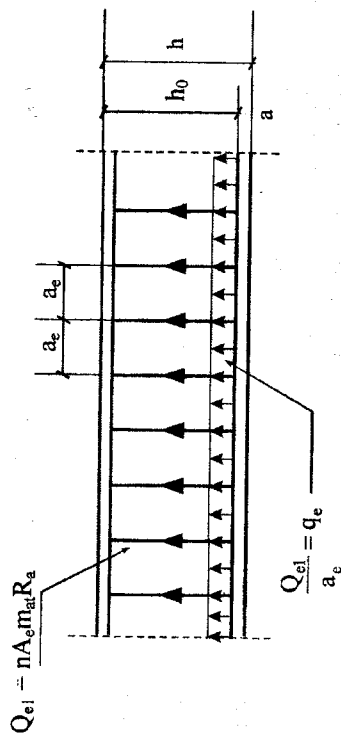


Fig. 13.20 Starea de tensiuni în etrieri

Forța capabilă a unui etrier este:

$$Q_{eI} = n \cdot A_e \cdot m_{at} \cdot R_a$$

Efortul preluat de către etrieri, uniform distribuit pe distanța  $a_e$ , dintre doi etrieri consecutivi va fi:

$$q_e = \frac{Q_{eI}}{a_e} = \frac{n \cdot A_e \cdot m_{at} \cdot R_a}{a_e} \text{ (daN/cm sau N/mm)}$$

Dacă se are în vedere faptul că primul termen al relației (7'') reprezintă forța tăietoare preluată de etrieri pe lungimea fisurii înclinată, forța tăietoare capabilă se poate pune sub forma:

$$Q_{cap} = q_e \cdot s_1 + \frac{b \cdot h_0^2 \cdot \sqrt{p}}{s_1} \cdot m_t \cdot R_t = Q_{eb} \quad (7''')$$

în care  $Q_{eb}$  reprezintă forța tăietoare preluată de etrieri și beton.

Proiecția pe orizontală a fisurii oblice celei mai periculoase pentru care capacitatea de rezistență la forță tăietoare este minimă se obține din condiția:

$$\frac{dQ_{eb}}{ds_1} = 0 \Rightarrow s_{10} = \sqrt{\frac{b \cdot h_0^2 \cdot \sqrt{p}}{q_e}} \cdot m_t \cdot R_t$$

Introducând această expresie în relația (7''') se obține valoarea minimă a forței tăietoare preluată de etrieri și beton:

$$Q_{eb} = 2 \cdot \sqrt{b \cdot h_0^2 \cdot m_t \cdot R_t \cdot q_e \cdot \sqrt{p}}$$

care este valabilă pentru toate proiecțiile  $s_1$  ale fisurilor înclinate care satisfac condiția:

$$0,5 \cdot h_0 \leq s_1 \leq 2,5 \cdot h_0$$

Distanța dintre doi etrieri consecutivi nu trebuie să depășească distanța maximă stabilită din condiția ca fisura înclinată să se dezvolte între doi etrieri consecutivi. Pe această lungime, forța tăietoare  $Q$  urmează a fi preluată numai de către beton. Egalând pe  $Q$  cu  $Q_b$  pe baza relației anterioare și pe  $s_1$  cu  $a_{e \max}$  se obține:

$$a_{e \max} = \frac{b \cdot h_0^2 \cdot \sqrt{p}}{Q} \cdot m_t \cdot R_t$$

Dacă relația de verificare la starea limită de rezistență pentru acest sistem de armare nu este satisfăcută, respectiv dacă  $Q > Q_{cap} = Q_e + Q_b = Q_{eb}$ , se micșorează distanța dintre etrieri sau se mărește diametrul lor, în anumite situații fiind posibil a se apela la ambele soluții. Pentru cazurile în care acestea nu satisfac prevederile constructive de alcătuire a elementelor încovoiate grinzile se prevăd cu armături înclinate.

Un procedeu simplificat de dimensionare al etrierilor constă în egalarea forței tăietoare de calcul cu valoarea minimă a forței tăietoare preluată de etrieri și beton:

$$Q = Q_{eb} = 2 \cdot \sqrt{b \cdot h_0^2 \cdot m_t \cdot R_t \cdot q_e \cdot \sqrt{p}}$$

Efortul preluat de etrieri rezultă egal cu:

$$q_{e(nec)} = \frac{Q^2}{4 \cdot b \cdot h_0^2 \cdot m_t \cdot R_t \cdot \sqrt{p}} = \frac{n \cdot A_e \cdot m_{at} \cdot R_a}{a_e}$$

Se impune diametrul etrierilor (obișnuit 6, 8 sau 10 mm), respectiv aria  $A_e$  a unei ramuri și se calculează distanța  $a_e$  dintre doi etrieri consecutivi:

$$a_e = \frac{n \cdot A_e \cdot m_{at} \cdot R_a}{q_{e(nec)}} \leq a_{e(max)}$$

### XIII. 7. 2 Armarea transversală cu etrieri și bare înclinate

Acest sistem de armare se practică atunci când  $Q > Q_{eb}$ , respectiv când forța tăietoare de calcul depășește pe cea minimă preluată de etrieri și beton. Diferența dintre cele două eforturi revine armăturii înclinate, care se calculează cu relația:

$$A_{ai} = \frac{Q - Q_{eb}}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha}$$

Când armăturile înclinate se ridică în plane diferite, ariile de armătură înclinate corespunzătoare se calculează cu relațiile (fig. 13.21):

$$A_{a1} = \frac{Q_1 - Q_{eb}}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha}; A_{a2} = \frac{Q_2 - Q_{eb}}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha}; A_{a3} = \dots$$

Forțele tăietoare  $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$  sunt corespunzătoare secțiunii ce trece prin marginea inferioară a porțiunii active a armăturii înclinate. Poziția acestei secțiuni este dată, cu suficientă exactitate, de distanța  $0,1h_0$  față de

punctul de ridicare al armăturii înclinate.

După cum am mai arătat, armarea transversală pentru plăci se realizează numai cu armături înclinate. Dacă o asemenea armare rezultă necesară din calcul, aria armăturilor înclinate se calculează cu relația:

$$A_{ai} = \frac{Q - Q_b}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha}$$

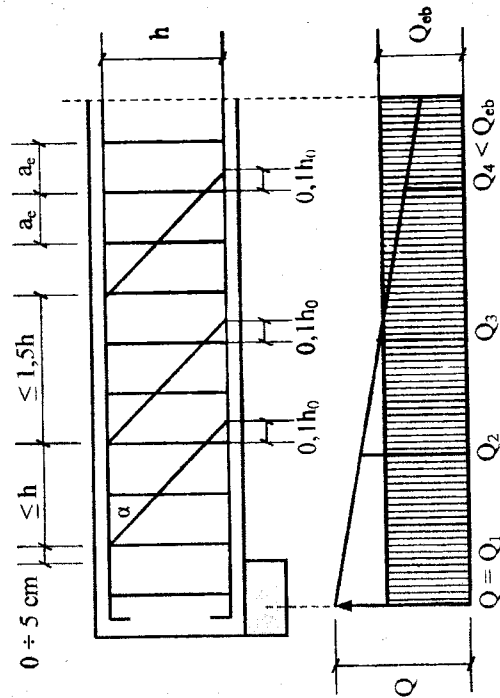


Fig. 13.21 Planurile de ridicare ale armăturilor înclinate

Pentru cazurile curente în care valoarea forței tăietoare este moderată, armătura transversală nu variază pe zone, nu se întrerup armăturile longitudinale și nu au loc variații bruște (datorită acțiunii unor forțe concentrate) a diagramei de forță tăietoare procedeul simplificat de calcul este acoperitor.

**XIII. 8 Procedeele detaliat de calcul la acțiunea forței tăietoare**

Acest procedeu se utilizează în situațiile în care valoarea forței tăietoare de calcul este mare. Se recomandă ca forța tăietoare capabilă să fie calculată prin însumarea forței tăietoare preluată de etrierii și armăturile înclinate care intersectează fisura oblică considerată, la care se adaugă forța tăietoare preluată de către beton. Forța tăietoare capabilă se determină pentru o succesiune de fisuri oblice a căror proiecție pe orizontală se înscrie în domeniul  $0,5h_0 \leq s_i \leq 2,5h_0$ . Pentru  $s_i$  se iau diferite valori, preferându-se ca acestea să fie multiplu de  $a_e$ , astfel încât determinarea numărului de etrieri intersectați de fisura oblică să fie mai simplă.

Relația de verificare la forța tăietoare se poate pune sub forma:

$$Q \leq Q_{\text{cap}} = Q_i + Q_e + Q_b$$

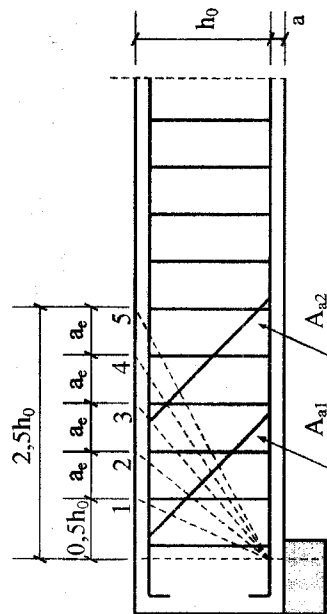


Fig. 13.22 Stabilirea fisurilor înclinate pentru verificarea la forța tăietoare

în care:

$$Q_b = \frac{b \cdot h_0^2 \cdot m_t \cdot R_t \cdot \sqrt{p}}{s_i}, \text{ forța tăietoare preluată de beton;}$$

$Q_e = (n_i - 1) \cdot A_e \cdot m_{at} \cdot R_a$ , forța tăietoare preluată de etrieri (s-a scăzut din numărul etrierilor intersectați de fisura înclinată  $n_i$  etrierul care este plasat chiar la capătul acestei fisuri);

$Q_i = \Sigma A_{ai} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha$ , forța tăietoare preluată de armătura înclinată, în care  $\Sigma A_{ai}$  reprezintă suma ariilor acestei armături care sunt intersectate de fisură în porțiunea centrală a acestora de lungime  $3/4l_i$ .

Capacitatea portantă minimă la forța tăietoare este reprezentată de cea mai mică valoare din cele cinci forțe capabile, iar valoarea  $s_i$  corespunzătoare lui  $Q_{\text{cap min}}$  reprezintă proiecția pe orizontală a fisurii oblice celei mai periculoase (fisura critică de rupere).

După încheierea calculului la forța tăietoare se definitivează schița de armare a grinzii și se trece la elaborarea planșelor de rezistență.

**XIII. 9 Soluția de armare cu armături înclinate uniform distribuite**

Calculul etrierilor înclinați se face, prin procedeele detaliat, cu relația:

$$\begin{aligned} Q &\leq Q_i + Q_b = Q_{\text{cap}} = \\ &= (n_i - 1) \cdot A_{et} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha + \frac{b \cdot h_0^2 \cdot m_t \cdot R_t \cdot \sqrt{p}}{s_i} = \\ &= q_i \cdot (s_i - a_i) + \frac{b \cdot h_0^2 \cdot m_t \cdot R_t \cdot \sqrt{p}}{s_i} \end{aligned}$$

$n_i$  – numărul etrierilor înclinați intersectați de fisură;

$a_i$  – distanța dintre etrierii înclinați măsurată după axa grinzii;

$A_{et} = nA_e$  – aria totală de forfecare a unui etrier.

### XIII. 10 Verificarea în secțiuni înclinate la acțiunea momentului încovoietor

Este cunoscut faptul că tensiunea de întindere din armătura longitudinală crește datorită fisurilor oblice peste valoarea ce corespunde unei fisuri normale. Acest fenomen devine mai accelerat în absența armăturilor transversale.

Verificarea la acțiunea momentului încovoietor se face pe baza aceleiași stări de tensiuni prezentate în figura (fig. 13.17); se scrie ecuația de echilibru a momentelor în raport cu centrul de rotație relativă O:

$$M \leq M_{cap} = A_a \cdot R_a \cdot z + \sum n \cdot A_c \cdot R_c \cdot z_{ei} + \sum A_{ai} \cdot R_a \cdot z_{ii} \quad (6)$$

M – momentul încovoietor de calcul din secțiunea de la capătul dinspre zona comprimată a fisurii înclinate (moment încovoietor maxim pe lungimea fisurii considerate de proiecție  $s_i$ );

$z$ ,  $z_{ei}$ ,  $z_{ii}$  – distanțele de la centrul de greutate al armăturii longitudinale întinse, etrierilor și barelor înclinate intersectate de fisură până la punctul O.

Se observă că rezistența de calcul a armăturii nu este afectată cu coeficientul condițiilor de lucru  $m_{at}$ . Maniera de calcul este similară cu metoda folosită în cazul procedeeului detaliat de calcul la forță tăietoare.

Pentru grinzile cu secțiune constantă această verificare se face în secțiuni caracteristice (fig. 13.23), după cum urmează:

- marginea reazemului (fisura A);

- punctele de ridicare a armăturii înclinate (fisurile B și D);
- punctele de schimbare a distanței dintre etrieri (fisura C).

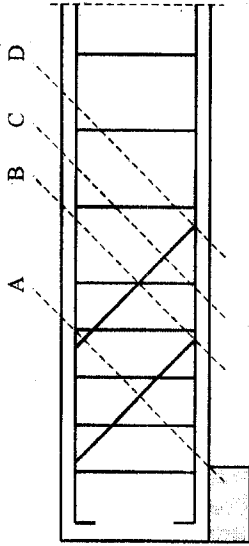


Fig. 13.23 Secțiuni caracteristice pentru verificarea la momentul încovoietor

De regulă, verificarea în secțiuni înclinate la acțiunea momentului încovoietor nu mai este necesară dacă se respectă prevederile constructive cu privire la ancorarea armăturilor întinse dincolo de secțiunile unde sunt necesare din calcul, precum și poziția planurilor de ridicare a barelor înclinate în raport cu reazemele elementului.

### XIII. 11 Cazuri particulare de calcul la forță tăietoare

#### XIII. 11. 1 Console scurte

- Se consideră console scurte acelea care  $l_c \leq 0,9h_0$ , unde:
- $l_c$  – distanța de la punctul teoretic de aplicare al forței până în secțiunea de racordare cu stâlpul sau cu grinda;
- $h_0$  – înălțimea utilă a consolei în secțiunea de racordare;
- $0,9h_0 = z$  – brațul de pârghie dintre efortul de compresiune și cel de întindere.

La asemenea sisteme tensiunile normale sunt mici în raport cu cele principale, motiv pentru care dimensionarea consolelor se face la acțiunea forței tăietoare și se verifică la acțiunea momentului încovoietor. Tensiunile  $\sigma_1$  sunt preluate de către etrierii orizontali, eventual și de bare înclinate la  $45^\circ$  sau cu un unghi mai mare.

Alcătuirea consolelor scurte trebuie astfel făcută încât să se respecte următoarele condiții:

- $Q \leq 0,2 \cdot b \cdot h_0 \cdot R_c$ ;
- $Q \leq 0,1 \cdot b \cdot h_0 \cdot R_c$ .

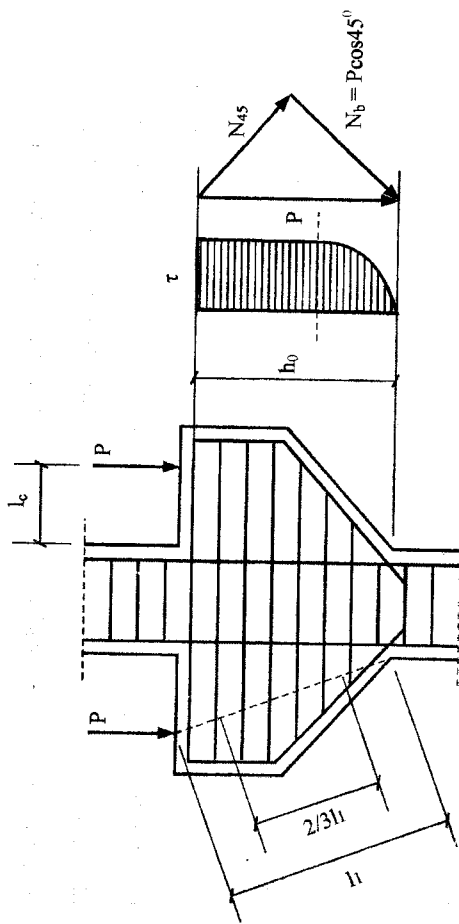


Fig. 13.24 Consolă scurtă

Prima condiție este pentru consolele care transmit încărcări importante (grinzi, ferme), iar cea de a doua este pentru consolele care susțin grinziile căilor de rulare în hale industriale cu regim de lucru greu al podului rulant, în care forța tăietoare  $Q$  se consideră egală cu 1,5 ori din

forța tăietoare capabilă maximă la oboseală. În relațiile a) și b)  $b$  reprezintă lățimea (stălpului) consolei în secțiunea de racordare cu stălpul sau cu grinda.

Consolele scurte se armează transversal cu etrieri orizontali având pe porțiunea activă, egală cu  $2/3$  din lungimea activă  $l_1$  definită ca în figura 13.24, aria totală dată de relația:

$$A_{e,0} = \frac{Q \cdot l_c}{2,5 \cdot R_a \cdot h_0}$$

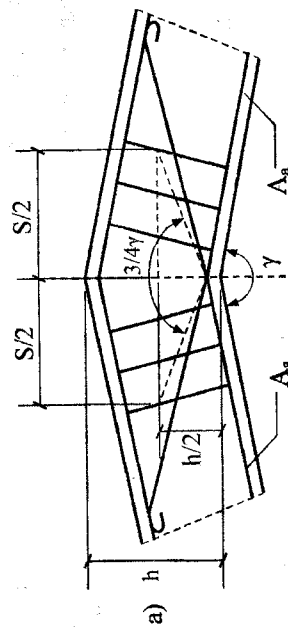
### XIII. 11. 2 Colțurile grinzilor frânte

Armătura transversală sub formă de etrieri necesară pentru armarea colțurilor la grinziile cu intrândul colțului în zona întinsă se obține din relația:

$$P_1 \leq A_{et} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha_1 \cong A_{et} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \gamma$$

iar suma etrierilor se extinde pe lungimea:

$$s = h \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{3}{8} \gamma \right)$$



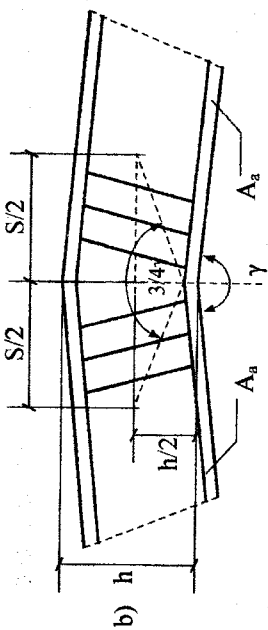


Fig. 13.25 Armarea colturilor grinzilor frânte

Forța  $P_1$  se calculează după cum urmează:

- dacă armătura  $A_a$  rezultată din calculul la acțiunea momentului încovoiator se ancorează în întregime în zona comprimată (fig. a):

$$P_1 = 0,7 \cdot A_a \cdot R_a \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

- dacă o parte din armătura  $A_a$ , având aria secțiunii transversale  $A_{a, \text{int}}$ , se ancorează într-o zonă în care pot apărea și tensiuni de întindere:

$$P_1 = (0,7 \cdot A_a + 1,3 \cdot A_{a, \text{int}}) \cdot R_a \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

- dacă armătura  $A_a$  este continuă (fig. b), fiind îndoită pe rând:

$$P_1 = 2 \cdot A_a \cdot R_a \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

### XIII. 11. 3 Încărcări aplicate pe înălțimea grinzii suspendate

Calculul armăturii transversale sub formă de etrieri închiși, bare transversale sudate sau armături înclinate se face cu relația:

$$P \leq \Sigma A_{a_i} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha + \Sigma A_{e_t} \cdot m_{at} \cdot R_a$$

în care  $P$  este încărcarea concentrată (reacțiunea unei grinzi secundare) sau distribuția local pe grinda care face obiectul verificării.

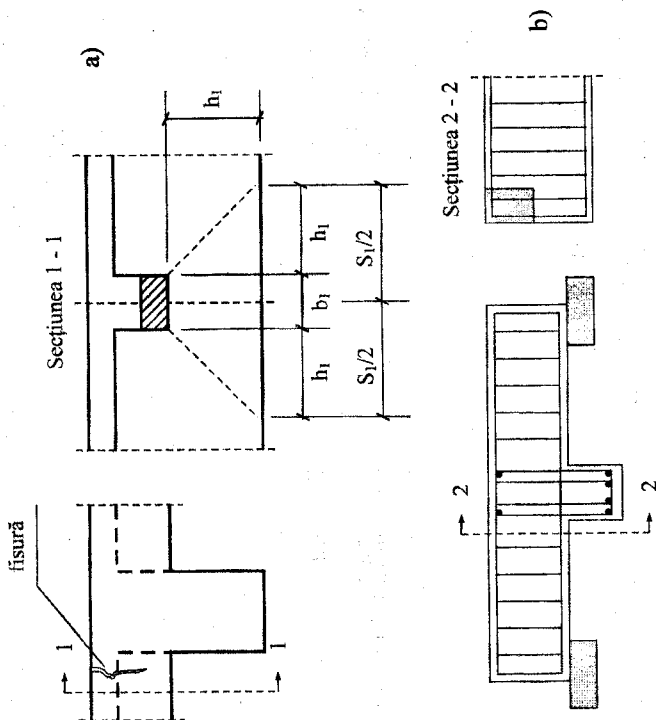


Fig. 13.26 Armarea în zonele în care încărcările se aplică pe înălțimea grinzii (a); încărcări suspendate (b)

Dacă armarea se rezolvă numai cu etrieri închiși,  $\Sigma A_{a_i} = 0$ .

Lungimea de grindă în limitele căreia se preia încărcarea și în care se așează armătura transversală, în cazul încărcărilor aplicate pe înălțimea grinzii (a) se recomandă să se respecte condiția:

$$s_1 \leq b_1 + 2h_1$$

Dacă această lungime este insuficientă pentru dispunerea armăturilor,



ea poate fi majorată la cea mai mică dintre valorile:

$$s_1 = 3b_1 + 2h_1 \text{ și } s_1 = b_1 + 4h_1$$

În cazul încărcărilor suspendate (figura b) toată încărcarea trebuie preluată în limitele zonei de rezemare prin etrieri închiși care cuprind armătura inferioară din elementul care transmite încărcarea sau sunt suspendați de această armătură inferioară.

### XIII. 12 Criterii de proiectare optimă a elementelor la starea limită de rezistență

XIII. 12. 1 În secțiuni normale la acțiunea momentului încovoietor

Proiectarea rațională a elementelor de beton armat solicitate la încovoiere se realizează asociind criteriile tehnice ce definesc diferitele stări limită cu criterii de ordin economic specifice etapei actuale de dezvoltare a societății noastre. Dintre criteriile economice utilizate mai frecvent sunt: prețul de cost, consumul de oțel, consumul de ciment, energia echivalentă înglobată și greutatea proprie a elementului.

Preocupările pentru optimizarea și raționalizarea proiectării elementelor structurale din beton armat sunt tot mereu mai evidente în ultima perioadă de timp, iar normele noi de proiectare cuprind prevederea expresă că „satisfacerea relațiilor de verificare a rezistenței și a comportării în exploatare trebuie să fie obținută fără depășiri nejustificate ale siguranței și fiabilității corespunzătoare prescripțiilor”.

Domeniul optim de armare pentru proiectarea curentă se definește

astfel încât sporul de cost al elementului față de soluția cea mai economică și fie cuprins între 1 ÷ 5 %. Limitele acestui domeniu corespund unor valori  $\xi = 0,1 \div 0,2$  în cazul plăcilor și  $\xi = 0,2 \div 0,4$  în cazul grinzilor.

Stabilirea soluției optime de proiectare trebuie să aibă în vedere următoarele:

- forma secțiunii transversale și profilul longitudinal al elementului;
- calitatea betonului și a armăturii utilizate în element;
- proporția cantitativă și calitativă în care cele două materiale intră în alcătuirea secțiunii;

Alegerea formei secțiunii transversale se face astfel încât raportul  $h/b$  să fie cât mai mare posibil (materialul cât mai îndepărtat de axa neutră), fără însă a facilita flambajul sau sporirea exagerată a tensiunilor tangențiale. În sens longitudinal, prin variația dimensiunilor, se urmărește obținerea unor valori egale sau apropiate pentru tensiunile din fibrele extreme (grinzi de egală rezistență). Sub acest aspect sunt raționale grinzile cu secțiunea transversală în formă de T cu talpa în zona comprimată (neraționale  $\perp$  și  $\Delta$ ).

La elementele cu secțiunea constantă în câmp, uneori se practică vute pe reazeme. Acestea sunt însă raționale numai dacă înălțimea secțiunii crește în același sens cu creșterea momentului încovoietor. Lățimea grinzilor în zona întinsă se alege numai atât cât este necesară pentru o bună betonare și este funcție de numărul barelor de pe un rând și de diametrul acestora. Se recomandă cât mai puține rânduri de armături pentru ca brațul  $z$  al cuplului de forțe interioare să fie cât mai mare. La alegerea formei secțiunii transversale se urmărește economia de manoperă și de cofraj,

evitându-se formele complicate la care montarea armăturilor și turnarea betonului este dificilă. Uneori se practică goluri în inimă (funcționale și care reduc greutatea proprie).

Influența calității materialelor asupra capacității portante: pentru aceeași secțiune transversală și pentru aceeași valoare a procentului de armare  $p$ , capacitatea portantă crește odată cu sporirea calității oțelului și este puțin influențată de calitatea betonului. Deosebit de important este însă de a realiza pe șantier clasa prescrisă a betonului. Preparând, evident din greșeală, o clasă mai redusă de beton, elementul trece din situația unui element armat cu un procent obișnuit de armare, în situația unui element supraarmat, ceea ce atrage după sine pericolul rușerii casante a betonului.

Proportia cantitativă în care armătura și betonul intră în alcătuirea secțiunii este caracterizată prin procentul de armare. Pentru o secțiune și o solicitare dată, procentul de armare  $p$  scade odată cu sporirea calității oțelului și într-o măsură mai redusă cu sporirea calității betonului. Sub acest aspect este indicat să se folosească materiale de calitate cât mai bună, evident în limitele prevăzute de norme. La o secțiune dată și la o calitate dată a materialelor, capacitatea portantă a secțiunii crește odată cu procentul de armare, dacă  $p \leq p_{\max}$ . Armarea secțiunilor se recomandă a se face, la aceeași cantitate de armătură, cu un număr mai mare de bare de un diametru mai mic, cu scopul de a spori durabilitatea și rigiditatea elementelor – urmare a micșorării distanței dintre fisuri  $\lambda_f$  și a deschiderii acestora  $\alpha_f$ .

Armarea zonei comprimate nu este rațională sub aspectul capacității portante, motiv pentru care dubla armare se practică numai atunci când

dimensiunile secțiunii transversale de beton sunt limitate, la solicitări alternante și la reazemele intermediare ale grinzilor continue. Dubla armare crește însă rigiditatea elementelor mai cu seamă la acțiunea încărcărilor de lungă durată. În cazul secțiunilor dublu armate soluția rațională este de a utiliza la maxim capacitatea portantă a zonei comprimate ( $\xi = \xi_b$ ).

La dimensionarea elementelor încovoiate trebuie respectată și o anumită proporție calitativă între cele două materiale. Se recomandă utilizarea oțelurilor superioare, situație în care este necesară sporirea clasei betonului pentru a asigura o conlucrare satisfăcătoare între beton și armătură, știut fiind faptul că tensiunea în exploatare din armătura crește odată cu calitatea acesteia. Pentru acest motiv în elementele structurale se folosește cel puțin un beton de clasă Bc 15.

Utilizarea armăturilor cu profil longitudinal periodic și a betoanelor de calitate corespunzătoare conduce la sporirea durabilității elementelor prin micșorarea deschiderii fisurilor.

### XIII. 12. 2 În secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare

Proiectarea rațională la starea limită de rezistență în secțiuni înclinate a elementelor ce nu au rol de rezistență antiseismică se realizează asociind (în același mod ca la acțiunea momentului încovoietor) criteriile tehnice cu cele economice ce vizează prețul de cost și consumul de oțel.

Soluții raționale se obțin având în vedere următoarele măsuri:

- utilizarea unor materiale de calitate cât mai bună;

- folosirea betonului într-o măsură cât mai mare pentru preluarea forței tăietoare. Capacitatea portantă a betonului  $Q_b$  poate fi sporită prin majorarea dimensiunilor secțiunii transversale;
- utilizarea armăturilor ridicate care există de regulă în elemente pe considerente de alcătuire constructivă a acesteia. Astfel etrierii pot fi aleși cu diametru minim și distanță maximă admisă.

Proiectarea rațională a elementelor cu rol de rezistență antiseismică se face după criteriul evitării rușilor premature de tip casant din acțiunea forței tăietoare și asigurarea capacității de absorbție a energiei seismice prin deformații post elastice. Cu alte cuvinte, prin proiectare trebuie să se sigure un factor de ductilitate de minim 10 la elementele încovoiate cu forță tăietoare.

Dintre procedeele de ductilizare, unul din cele mai eficiente este armarea transversală. Rolul acestei armări este de a fresa betonul comprimat și de a prelua o fracțiune cât mai mare din forța tăietoare. Pentru acest considerent normele de calcul prescriu un procent minim de armare transversal:

$$P_{e, \min} = \frac{A_{et}}{a_c \cdot b} \cdot 100 = \frac{n \cdot A_e}{a_c \cdot b} \cdot 100 = 0,1\%$$

### C. CALCULUL LA STAREA LIMITĂ DE OBOSEALĂ

Verificarea elementelor de beton armat la starea limită de oboseală presupune cunoașterea tensiunilor normale în beton și în armătură în stadiul II și a tensiunilor principale de întindere în axa neutră a

elementului. Tensiunile normale și tangențiale produse de acțiunile de exploatare se determină acceptând comportarea elastică a betonului comprimat și valabilitatea ipotezei lui Bernoulli.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{b, \max} = \frac{M^E}{I_{bi}} \cdot x \\ \sigma_a = n_{II} \cdot \frac{M^E}{I_{bi}} \cdot (h_0 - x) \\ \sigma_a = n_{II} \cdot \frac{M^E}{I_{bi}} \cdot (x - a') \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{Q}{b \cdot z} \rightarrow h \text{ constant} \\ \sigma_1 = \frac{Q}{b \cdot z} \mp \frac{M \cdot \text{tg}\beta}{b \cdot z \cdot h_0} \rightarrow h \text{ variabil} \end{array} \right.$$

$$n_{II} = \frac{E_a}{E_b}$$

Semnul (-) corespunde situației în care momentul încovoietor (M) și înălțimea secțiunii (h) cresc în același sens, iar semnul (+) dacă aceste mărimi cresc în sens contrar. Tensiunile principale de compresiune  $\sigma_2$  în axa neutră sunt egale și de semn contrar cu tensiunile principale de întindere.

Solicitările la care se face verificarea la starea limită de oboseală se stabilesc conform prevederilor standardelor de acțiuni.

Verificarea elementelor în secțiuni normale la oboseală, atunci când solicitările pot produce apariția acestui fenomen, se face punând condiția ca tensiunile normale să nu depășească rezistența de calcul la oboseală a armăturii, respectiv a betonului:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_a \leq R_a^0 \\ \sigma_a \leq R_a^0 \\ \sigma_b \leq R_c^0 \end{array} \right.$$

În secțiuni înclinate verificarea este necesară dacă:

$\sigma_{b1 \max} > 0,5R_t$  iar valoarea tensiunii  $\sigma_{b2 \max}$  se limitează la  $(0,1 + 0,2)R_c$ . Tensiunile  $\sigma_{b1}$  se calculează la nivelul axei neutre unde tensiunile  $\tau_b$  au valoare maximă și se notează cu  $\tau_0$ . Pentru secțiunile în formă de T calculul acestora se face și la nivelul fibrei în care lățimea secțiunii se modifică.

Dacă  $\sigma_{b1 \max} \leq 0,5R_t$  etrierii și armăturile înclinate se dispun după criterii constructive, iar dacă  $\sigma_{b2 \max} > (0,1 + 0,2)R_c$  se modifică dimensiunile secțiunii transversale sau clasa betonului. La elementele la care tensiunea  $\sigma_{b1 \max} > 0,5R_t$ , tensiunile principale de întindere se preiau de către beton pe porțiunea în care  $\sigma_{b1 \max} \leq 0,5R_t$  și de către etrieri și armăturile înclinate pe restul elementului.

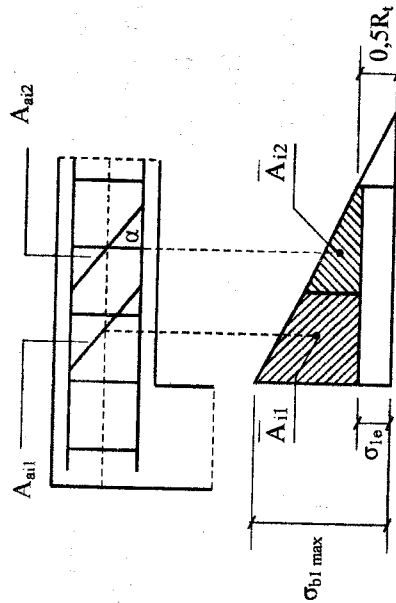


Fig. 13.27 Modul de preluare al tensiunilor principale

$$\bar{A}_{i1} + \bar{A}_{i2} = \bar{A}_i$$

$$\frac{\bar{A}_{i1}}{A_{ai1}} = \frac{\bar{A}_{i2}}{A_{ai2}}$$

Verificarea constă în alegerea etrierilor și în stabilirea tensiunilor pe care pot să le preia, cu ajutorul relației:

$$\sigma_{lc} = \frac{n \cdot A_c \cdot R_a^0}{a_e \cdot b}$$

apoi se determină aria secțiunii barelor înclinate cu ajutorul relației:

$$A_{ai} \geq \frac{\bar{A}_i \cdot b \cdot \sin \alpha}{R_a^0}$$

în care  $\bar{A}_i$  reprezintă suprafața diagramei de tensiuni  $\sigma_1$  care revine armăturilor înclinate.

Armăturile înclinate rezultate din calcul se repartizează în lungul grinzii astfel încât să fie egal încărcate (din echivalența arilor  $\bar{A}_{i1}, \bar{A}_{i2}, \dots, \bar{A}_{in}$ ) și se dispun ca în figura 13.27.

**BIBLIOGRAFIE**

1. Agent R., Bănuț V. – Calculul structurilor din beton armat cu stâlpi zvelți – Editura Tehnică, București, 1979.
2. Avram C. – Betonul armat în România – Editura Tehnică, București, 1987.
3. Avram C. – Betonul armat. Proiectarea și dimensionarea secțiunilor – Editura Tehnică, București, 1952.
4. Avram C., Bob C. – Noi tipuri de betoane speciale – Editura Tehnică, București, 1980.
5. Avram C., Deutsch I., Pop A., Weisz – Birnholz A. – Proiectarea economică a elementelor de construcții din beton armat – Editura Facla, Timișoara, 1979.
6. Avram C., Făcăoaru I., Filimon I., Mirșu O., Tercia I. – Rezistențele și deformațiile betonului – Editura Tehnică, București, 1981.
7. Bob C. – Verificarea calității, siguranței și durabilității construcțiilor – Editura Facla, Timișoara, 1989.
8. Bob C., Buchman I., Jebeleanu E., Roșu M., Roșu C. – Materiale de construcții – Universitatea Tehnică, Timișoara, 1995.
9. Cadar I., Clipii T., Tudor A. – Beton armat – Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 1999.

10. Clipii T. – Beton armat – Institutul Politehnic „Traian Vuia”, Timișoara, 1988.
11. Clipii T., Toma A., Furdui C., Mateescu V., Tudor A., Florea A., Jiva C. – Beton armat și precomprimat – Îndrumător de laborator – Institutul Politehnic „Traian Vuia”, Timișoara, 1980.
12. Corobceanu S., Florea N., Patraș M. – Curs de beton armat vol. I – Tipar Rotaprint, Institutul Politehnic „Gh. Asachi”, Iași, 1982.
13. Corobceanu S., Corobceanu VI. – Introducere în teoria betonului precomprimat – Editura „Gh. Asachi” Iași, 1997.
14. Corobceanu S., Corobceanu VI. – Le béton armé – Editura Junimea, Iași, 1998.
15. Corobceanu S., Corobceanu VI. – La relation  $R_t - R_c$  dans le béton précontraint – 2<sup>nd</sup> Asia Pacific Specialty Conference on Fibre Reinforced Concrete, 27-28 august 1999, Singapore.
16. Corobceanu VI. – Contribuții privind utilizarea betoanelor fibratate la elementele de beton precomprimat – teză de doctorat, 2000.
17. Filimon I., Cadar I., Friedrich R. – Beton armat și construcții – Institutul Politehnic „Traian Vuia”, Timișoara, 1988.
18. Florea N., Corobceanu S., Patraș M. – Curs de beton armat vol. II – Institutul Politehnic „Gh. Asachi”, Iași, 1982.
19. Florea N., Patraș M. – Beton armat vol. II. Calculul și alcătuirea secțiunilor – Tipar Rotaprint, Institutul Politehnic Iași, 1991.
20. Ciroll I., Hirhul I., Rujanu M. – Materiale pentru construcții – Bazele fizico-chimice ale studiului materialelor pentru construcții – Universitatea Tehnică „Gh. Asachi”, Iași, 1992.

21. Leonte C., Anghel L. – Îndrumar pentru proiectarea planșelor din beton armat – Institutul Politehnic „Gh. Asachi”, Iași, 1984.
22. Măgureanu C., Oneț T. – Betonul – U.T. PRES, Cluj-Napoca, 1996.
23. Mărșu O., Bob C. – Construcții din beton armat – Universitatea Tehnică, Timișoara, 1990.
24. Mihul A., Leonte C. – Beton armat vol. II – Calculul și alcătuirea secțiunilor – Editura Didactică și Pedagogică, București, 1964.
25. Mihul A. – Construcții din beton armat – Editura Didactică și Pedagogică, București, 1967.
26. Mihul A., Nour D., Corobceanu S., șa. – Beton, beton armat, beton precomprimat – lucrări practice – Tipar Rotaprint, Institutul Politehnic „Gh. Asachi”, Iași, 1984.
27. Murărașu V. – Rezistența materialelor vol. I – Editura Tehnică – Info, Chișinău, 2001.
28. Neville A. M. – Proprietățile betonului – Editura Tehnică, București, 1979.
29. Nicolau V. – Betonul armat – Editura Tehnică, București, 1962.
30. Oneț T., Tertia I. – Proiectarea betonului structural – Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 1992.
31. Oneț T. – Betonul armat p. 1-4 – Atelierul de multiplicare al Institutului Politehnic Cluj-Napoca, 1977 – 1981.
32. Patraș M., Florea N. – Beton armat vol. I – Teoria fizică a betonului armat – Tipar Rotaprint, Institutul Politehnic „Gh. Asachi”, Iași, 1990.

33. Sahnovschi C. V. – Construcții din beton armat vol. I – Editura Ministerului Construcțiilor și al Industriei Materialelor de Construcții, București, 1953.
34. Tertia I., Oneț T., Păcurar V. – Proiectarea betonului armat – Editura Didactică și Pedagogică, București, 1985.
35. Tertia I., Oneț T. – Verificarea calității construcțiilor de beton armat și beton precomprimat – Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1979.
36. Tertia I. – Betonul precomprimat – Editura Tehnică, București, 1981.
37. \*\*\* BAEL 91 Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, Paris, 1992.
38. \*\*\* C 140 – Normativ pentru executarea lucrărilor din beton și beton armat.
39. \*\*\* Cod de practică pentru execuția lucrărilor din beton, beton armat și beton precomprimat (anteproiect), București, 1996.
40. \*\*\* P 100 – 92 Normativ pentru proiectarea antiseismică a construcțiilor de locuințe, social-culturale, agrozootehnice și industriale.
41. \*\*\* P 59 – 86 Instrucțiuni tehnice pentru proiectarea și folosirea armării cu plase sudate a elementelor din beton.
42. \*\*\* STAS 10100/0 – 75 Principii generale de verificare a siguranței construcțiilor.
43. \*\*\* STAS 10101/0 – 75 Acțiuni în construcții. Clasificarea și gruparea acțiunilor.
44. \*\*\* STAS 10101/0A – 75 Acțiuni în construcții. Clasificarea și

gruparea acțiunilor pentru construcții civile și industriale.

45. \*\*\* STAS 10107/0 – 90 Construcții civile și industriale.

Calculul și alcătuirea elementelor structurale din beton, beton armat și beton precomprimat.

46. \*\*\* STAS 1275 – 89 Încercări pe betoane. Încercări pe betonul întărit. Determinarea rezistențelor mecanice.

47. \*\*\* STAS 1546 – 50 Construcții civile și industriale. Calculul elementelor din beton.

48. \*\*\* STAS 5511 – 89 Încercări pe betoane. Determinarea aderenței dintre beton și armătură. Metoda prin smulgere.

Editarea acestei lucrări a fost posibilă datorită sprijinului financiar acordat de societatea comercială:

**UMB**  
SPEDITION UMB

Podu Turcului 5426 Bacău  
Tel. 034 – 28.95.99, 28.98.30  
Fax: 034 – 28.98.46  
e-mail: umb@xnet.ro

**S.C. SPEDITION UMB S.R.L.** este o companie în plină expansiune. Inițial, principalul domeniu de activitate era transportul intern și internațional de mărfuri. Serviciile de înaltă calitate oferite au dus la creșterea numărului de clienți și implicat a cifrei de afaceri. Următorul pas a fost investiția în utilaje moderne pentru a acoperi un alt domeniu – construcții și reabilitări de autostrăzi și drumuri – care a devenit principalul domeniu de activitate al companiei. Strategia noastră este de a ne adapta la cerințele socio – economice ale pieței, iar obiectivul nostru este dezvoltarea companiei și menținerea nivelului calitativ al activității la standarde occidentale, fiind convingși că este „*mai bine să fi invitat decât compătimit*” (Thales).

DOMENII DE ACTIVITATE:

#### CONSTRUCȚII ȘI REPARAȚII DE AUTOSTRĂZI ȘI DRUMURI

- Ranforsări sisteme rutiere;
- Covoare asfaltice;
- Reciclări la cald a îmbrăcăminții asfaltice;
- Straturi bituminoase foarte subțiri.

#### PRODUCEREA ȘI AȘTERNEREA MIXTURII ASFALTICE

- Stații mobile ecologice tip SIM EASY BACH fabricate în 2000 cu o productivitate de 100 t/h;
- Răspânditoare de mixtură asfaltică tip VOGELE;
- Cilindri compactori tip HAMM.

#### LABORATOR MOIIL PENTRU DRUMURI

**STAȚIE DE PREPARARE A EMULSIEI BITUMINOASE**

- Stație MASSENZA fabricată în 2001 cu o productivitate de 12 t/h.

**FORMAȚIE DE RECICLARE A MIXTURILOR ASFALTICE**

- Freze Wirtgen;
- Instalații mobile de reciclare a mixturilor asfaltice;
- Combinate de execuție a staturilor bituminoase.

**TRANSPORT INTERN ȘI INTERNAȚIONAL DE MĂRFURI**

- Camioane marca VOLVO și MERCEDES.

**STAȚII DE ALIMENTARE CU COMBUSTIBILI ȘI LUBRIFIANȚI**

- Stații de comercializare a carburanților pe DN 2 km. 223 + 600 și pe DN 11A;
- Restaurante ce oferă servicii de înaltă calitate.