

1. Introducere

1.1 Obiectivele și structura lucrării

Această lucrare tratează calculul elementelor de beton armat la stări limită ultime și de serviciu. Deoarece în acest moment sunt încă în vigoare normele și standardele românești, dar ele urmează să fie înlocuite în scurt timp de standardele europene (Eurocoduri), aplicarea principiilor de calcul este prezentată atât conform normelor actuale românești, cât și conform standardelor europene. În acest fel ea este utilă atât în momentul de față, dar va fi utilă și după anul 2010, când se prevede trecerea la aplicarea obligatorie a standardelor europene.

Pentru a facilita citirea părților care se referă la Eurocoduri de către inginerii familiarizați cu notațiile tradiționale în România, lucrarea conține într-o anexă o listă de simboluri și notații care sunt definite în paralel, atât conform STAS 10107/0-90 cât și conform cu EN 1992-1-1.

Proiectarea elementelor structurale și a structurilor se face în cadrul unui “format de proiectare” care trebuie să asigure siguranța necesară. De aceea al doilea capitol din lucrare tratează despre formatul semiprobabilist de proiectare la stări limită.

Pentru a înțelege principiile de calcul, cunoașterea preliminară a materialelor componente (beton și armături) și a interacțiunii dintre ele (conlucrare prin aderență) este absolut necesară, și aceste chestiuni sunt tratate în capitolele 3, 4 și 5.

Capitolul al 6-lea prezintă detaliat comportarea elementelor de beton armat solicitate la întindere centrică și la încovoiere în diverse stadii de lucru, permițând înțelegerea comportării specifice betonului armat.

Capitolele 7-9 tratează calculul la încovoiere și încovoiere cu forță axială, începând cu metoda generală (cap. 7), și continuând cu aspecte specifice calculului elementelor încovoiate cu secțiuni dreptunghiulare și în T (cap. 8) și al stâlpilor cu secțiune dreptunghiulară (cap. 9).

Capitolul 10 prezintă calculul la forță pentru grinzi și stâlpi, în timp ce al 11-lea capitol prezintă câteva cazuri speciale în care intervine forța tăietoare (rezemări indirecte, încărcări suspendate, lunecare în rosturi).

Capitolul al 12-lea prezintă o metodă mai recentă de proiectare a zonelor cu discontinuități geometrice sau de încărcare ale elementelor de beton armat, și anume metoda sistemelor biele-tiranți, cunoscută în literatură ca metoda “strut-and-tie”.

În capitolul al 13-lea este tratat calculul la starea limită ultimă al torsiunii, iar în capitolul al 14-lea calculul al oboseală.

Capitolele 15 și 16 sunt dedicate stărilor limită de serviciu, de limitare a deschiderii fisurilor și respectiv de limitare a deformațiilor.

Lucrarea se adresează atât studenților de la facultățile de construcții, care vor să și aprofundeze cunoștințele, cât și inginerilor proiectanți care vor să se familiarizeze cu prevederile standardelor europene.

1.2 Factori care influențează alegerea betonului ca material structural

Betonul (simplu, armat sau precomprimat) este unul din cele mai folosite materiale structurale deși, în forma sa modernă, a apărut relativ recent, în a doua jumătate a secolului al XIX-lea. Producția mondială de beton este de circa 1 tonă pe cap de locuitor !

Evident, aceasta se datorează avantajelor pe care le prezintă :

1. Economie : Unul din factorii determinanți pentru orice construcție îl reprezintă **costul**. Betonul este un material relativ ieftin ; de exemplu, pentru o structură etajată (locuințe sau birouri), varianta din beton armat costă aproximativ de două ori mai puțin față de varianta cu structură metalică.

2. Versatilitate : O altă calitate a betonului este posibilitatea de a realiza o **mare varietate de forme și dimensiuni**. Betonul proaspăt este plastic și ia forma cofrajului în care este turnat. Se pot realiza astfel forme deosebit de avantajoase structural și arhitectural – de exemplu plăci plane și curbe. De asemenea, dimensiunile elementelor nu sunt limitate de dimensiunile sortimentelor disponibile pe piață (ca în cazul profilelor metalice) sau de gabaritele maxime de transport. Trebuie subliniat faptul că se pretează foarte bine la realizarea elementelor de suprafață (plăci) și masive (fundații), spre deosebire de principalii săi concurenți, oțelul și lemnul, din care se realizează de obicei elemente lineare.

3. Accesibilitate : Principalele materiale componente (cimentul, nisipul și pietrișul), precum și echipamentele de amestecare, sunt **accesibile** în majoritatea zonelor geografice, iar oțelul beton este în general mai ușor de transportat decât elementele structurale metalice.

4. Rezistență la foc : Structurile trebuie să reziste la acțiunea focului și să rămână în picioare suficient timp pentru ca clădirea să fie evacuată. Structurile de beton au o rezistență de circa 1-3 ore la foc, fără a se lua măsuri speciale, ca în cazul structurilor metalice.

5. Întreținere redusă : Structurile din beton necesită cheltuieli mult mai mici cu întreținerea decât structurile metalice.

6. Redundanță structurală : Structurile din beton au de regulă un grad ridicat de nedeterminare statică, ceea ce le conferă rezerve de rezistență în cazul unor supraîncărcări sau acțiuni accidentale.

Totuși, betonul nu prezintă numai avantaje. Există anumite caracteristici care pot conduce la alegerea unui alt material structural :

- greutate specifică relativ ridicată (circa $2,4 \text{ t/m}^3$) ;
- raport rezistență/greutate relativ mic (pentru beton 24 MPa/ $2400 \text{ kg/m}^3 \approx 1/100$, în timp ce pentru oțel $300/7850 \approx 1/30$) ;
- rezistență redusă la întindere ($1/10 \div 1/20$ din rezistența la compresiune).
- necesitatea de a folosi cofraje și sprijiniri ;
- deformații care au loc în timp.

Primul dezavantaj poate fi compensat prin utilizarea agregatelor ușoare, care dau un beton ușor (sub $1,8 \text{ t/m}^3$).

Al doilea, prin realizarea de betoane de înaltă rezistență (care au o rezistență la compresiune între 60 și 120 MPa).

Cel de-al treilea, prin asocierea betonului cu oțelul, în compozitul numit beton armat. Este cazul cel mai important din punct de vedere practic și va reluat mai detaliat la paragraful 1.3.

Realizarea unei structuri din beton armat implică trei operații, consumatoare de materiale și manoperă, care nu sunt întâlnite la alte tipuri de structuri : confecționarea cofrajelor, decofrarea și susținerea elementelor până când betonul capătă suficientă rezistență. Eliminarea parțială a acestui dezavantaj se poate face prin standardizarea elementelor (și cofrajelor) și prefabricare.

Betonul are deformații care se dezvoltă în timp, pe o perioadă îndelungată : contracția de uscare și curgerea lentă (fluajul). Primul fenomen poate produce eforturi de întindere dacă deformațiile sunt împiedecate, iar cel de-al doilea creșterea în timp a

săgeții elementelor încovoiate. O proiectare și o execuție adecvate limitează efectele negative ale acestor fenomene.

1.3 Comportarea unei grinzi din beton armat

Oțelul (armătura) este introdus în zonele unde sunt eforturi de întindere. Avantajul adus de armături este ilustrat în cazul tipic al unei grinzi supuse la încovoiere (fig. 1-1).

- În cazul materialului elastic, ruperea se produce când este atinsă rezistența σ_r a materialului (fig. 1-1a).
- În cazul betonului simplu, ruperea se produce când este atinsă rezistența la întindere R_t a betonului. O fisură perpendiculară pe axa grinzii apare la partea inferioară, se dezvoltă rapid în sus și declanșează ruperea. Ruperea este casantă (fig. 1-1b).
- În cazul betonului armat, atingerea R_t marchează doar începutul fisurării. Eforturile de întindere sunt transferate de la betonul întins la armătură și momentul este echilibrat printr-un cuplu format de forța de întindere din armătură și rezultanta eforturilor de compresiune din betonul situat deasupra axei neutre (fig. 1-1c). Ruperea se produce numai când betonul comprimat își epuizează capacitatea. Comportarea este ductilă. Raportul dintre rezistența la încovoiere a unei grinzi din beton simplu și cea a unei grinzi similare din beton armat este de circa 1/5. Deformația (săgeata) grinzii la rupere poate fi de circa 50 de ori mai mare decât la fisurare (fig. 1-2).

Asocierea betonului cu armătura este favorizată și de anumite proprietăți fizice și chimice ale celor două materiale :

- **Aderența**, care asigură transmiterea eforturilor între beton și armături, se realizează de în mod natural.
- Prin introducerea armăturilor în beton, **protecția anticorozivă** a acestora este asigurată de pH-ul bazic (>12) al betonului.
- **Similaritatea coeficienților de dilatare termică** previne apariția de eforturi suplimentare datorită variațiilor dimensionale diferite sub acțiunea variațiilor de temperatură.

Comportarea betonului armat este diferită și mult mai complexă decât cea a materialului ideal, linear - elastic, pe baza căruia sunt dezvoltate teoriile din Rezistența Materialelor, și, mai general, din Mecanica Mediului Continuu.

Într-adevăr, betonul armat este un material compozit rezultat din asocierea a două materiale cu proprietăți mecanice diferite. După fisurarea betonului întins, materialul își pierde și continuitatea. În plus, atât betonul cât și armăturile de înaltă rezistență folosite la beton precomprimat au proprietăți reologice (fluaj și respectiv relaxare).

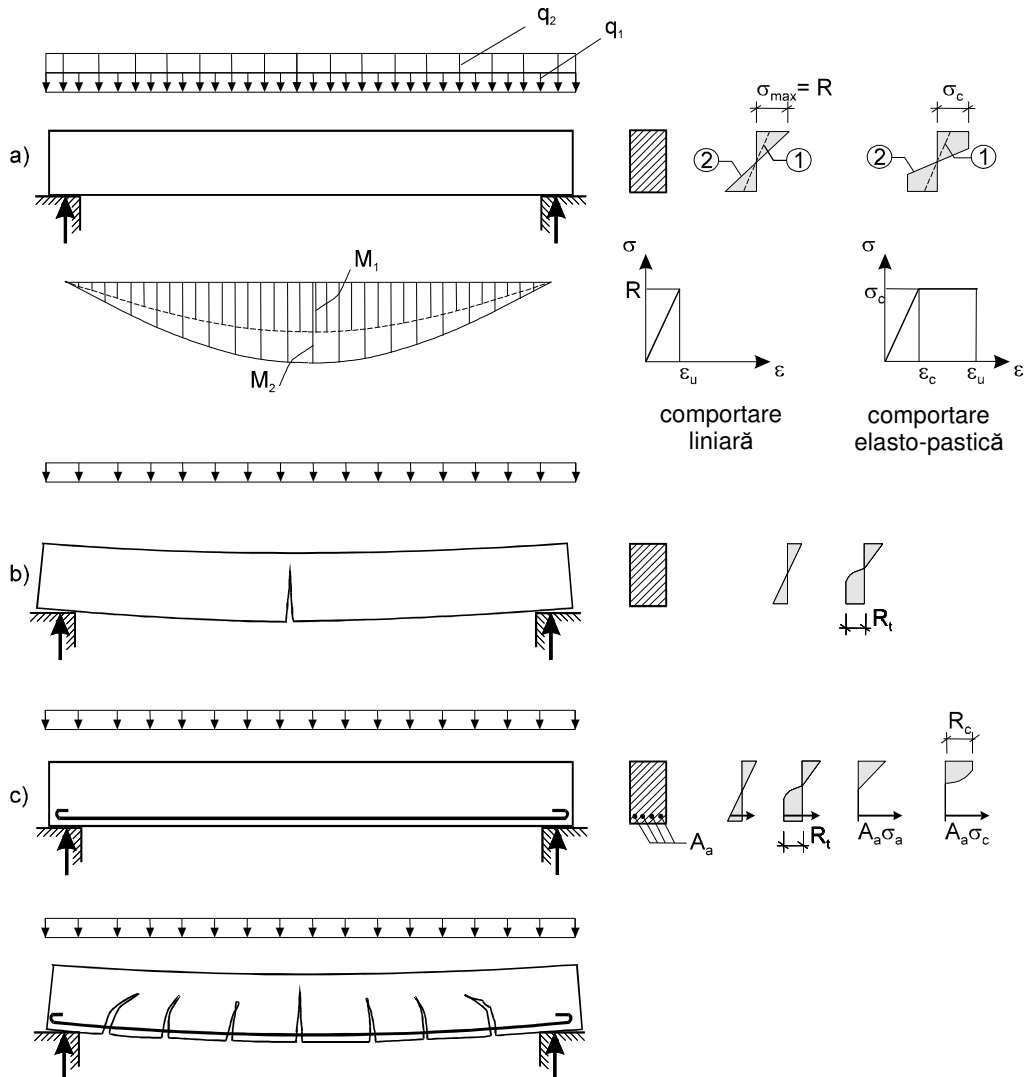


Fig. 1-1. Comparație între comportarea unei grinzi a) din material elastic, b) din beton simplu și c) din beton armat.

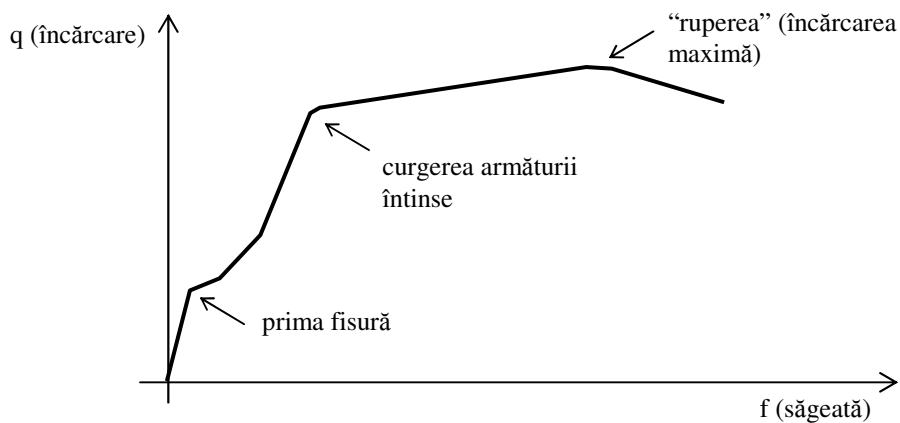


Fig. 1-2. Relația de principiu forță-săgeată pentru o grindă de beton armat.

Toate aceste particularități fac necesar studiul betonului armat, separat de Rezistența Materialelor și Mecanica Mediului Continuu, dar de o manieră complementară față de acestea.

1.4 Scurt istoric

Cimentul hidraulic este cunoscut din epoca romanilor (sec. II î.e.n), care amestecau o cenușă vulcanică cu mortar de var. Inventarea cimentului modern este revendicată de francezi (Louis Vicat, 1812-1813) și de englezi (John Aspdin, 1824), care au obținut ciment prin arderea unui amestec de calcar și argilă. Cel din urmă îi dă denumirea "Portland", după piatra extrasă din insula Portland din sudul Angliei.

Betonul armat este inventat către mijlocul secolului al XIX-lea ; paternitatea sa este atribuită grădinarului francez Joseph Monier, pentru că patentele înregistrate de el începând cu 1867 au avut efecte, contribuind decisiv la dezvoltarea betonului armat ca material structural. Brevetele sale au fost cumpărate de firma germană Wayss&Freytag, care a executat numeroase lucrări între 1886 și 1900 folosind " betonul Monier ".

Utilizarea betonului ca material structural se dezvoltă rapid în ultimele două decenii ale secolului al XIX-lea și începutul secolului al XX-lea. Inginerii francezi (Hennebique, Considéré) și germani (Mörsch, Koenen, Dischinger) au avut contribuții importante la dezvoltarea teoriei și practicii acestui nou material.

Primele norme au apărut în Elveția (1903). Până în 1911 apar norme similare în Germania, Franța, Marea Britanie, Statele Unite și Rusia. Se pun bazele metodei de calcul la rezistențe admisibile, care va fi utilizată până în anii '50 :

- 1903- "Norme provizorii pentru calculul betonului armat", Elveția
- 1904- "Prima circulara prusiana", Germania
- 1906-"Circulara franceza", Franța
- 1908- "Condiții tehnice pentru construcțiile de beton armat", Rusia
- 1911- "Circulara engleza", Marea Britanie

Începând din anii '30 devine materialul preferat pentru structuri. Plăcile curbe subțiri din beton armat sunt utilizate pentru construcții cu deschideri mari și aspect deosebit (Eduardo Torroja, Algeciras, 1933, fig. 1-3).

Un moment important îl constituie apariția betonului precomprimat, legată de numele inginerului francez Emile Freyssinet (1928). Prin precomprimare se realizează o stare inițială de compresiune în beton, eliminându-se astfel, total sau parțial, eforturile de întindere în exploatare. Aceasta face să dispară dezavantajele fisurării betonului armat și permite utilizarea eficace a unor armături de înaltă rezistență. În consecință se pot realiza elemente cu deschideri mult mai mari decât cu beton armat.

În cursul anilor '40, un progres important îl constituie elaborarea teoriei și calculului la rupere de către cercetătorii ruși.

Studiul comportării structurilor din beton armat la acțiuni seismice se dezvoltă de asemenea începând cu anii '50. O contribuție deosebită a avut-o profesorul neozelandez Thomas Paulay, care a dezvoltat în anii '80 metoda proiectării capacității de rezistență, influențând concepția privind proiectarea structurilor din beton armat pe plan mondial, dar și în România.

În prezent, construcțiile de beton armat au ajuns la performanțe tehnice foarte înalte, în ceea ce privește dimensiunile și complexitatea formei (fig. 1-4, 1-5), și sunt utilizate în mediile cele mai defavorabile (platforme marine, anvelope de reactoare nucleare).



Fig. 1-3. Piața acoperită din Algeciras (E. Torroja, 1933, 48 m deschidere)



a)



b)

Fig. 1-4. a) Turnurile Petronas, 452 m înălțime, Kuala Lumpur, 1997
b) Taipei 101, 508 m înălțime Taipei, 2004



Fig. 1-5. Viaductul de la Millau, Franța, 2004. Pilele de beton au până la 246 metri înălțime

În România, betonul armat a fost utilizat de la începuturile sale și inginerii români au construit structuri remarcabile (Prager, 1979).

Figura cea mai importantă în perioada de început este Anghel Saligny (1854 - 1925) care a realizat în premieră mondială silozuri de cereale la Brăila și Galați (1884 - 1889) cu pereți din elemente prefabricate (fig. 1-6).

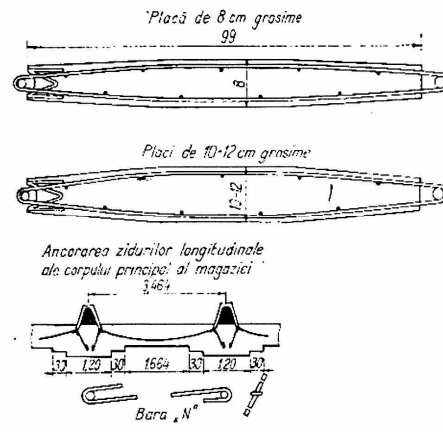


Fig. 1-6. Elemente prefabricate folosite de A. Saligny la silozurile de la Brăila

Școala de poduri și șosele din București introduce betonul armat în programa de învățământ. Primul curs de beton este ținut în 1903 de profesorul Ion Ionescu :

- martie 1903 – conferința Prof. Ion Ionescu : “Calculul betonului armat după metoda lui Mathias Koenen”
- 1903 – primele proiecte de poduri de beton armat la Școala
- 1910 – proiect obligatoriu de beton armat în anul IV
- 1915 – curs “Construcții și proiecte de beton armat”, 90 ore
- 1915 – lucrarea “Betonul armat – expunere elementară a regulilor de construcție și principiilor de calcul”, prof. Ion Ionescu, reeditată 1928

Încă din primul deceniu al secolului XX, Gogu Constantinescu realizează diverse lucrări (planșee din beton armat la Cazinoul din Constanța, moscheea din Constanța, etc.) iar Elie Radu realizează lucrări edilitare și poduri.

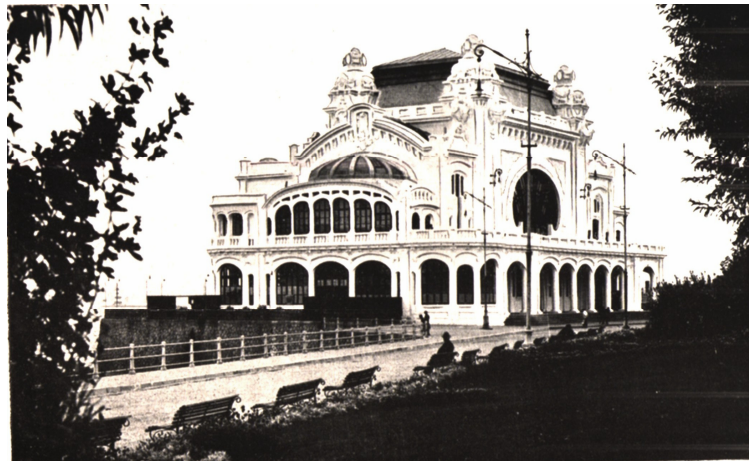


Fig. 1-7. Cazinoul din Constanța, arh. P. Antonescu, ing. G. Constantinescu, 1909

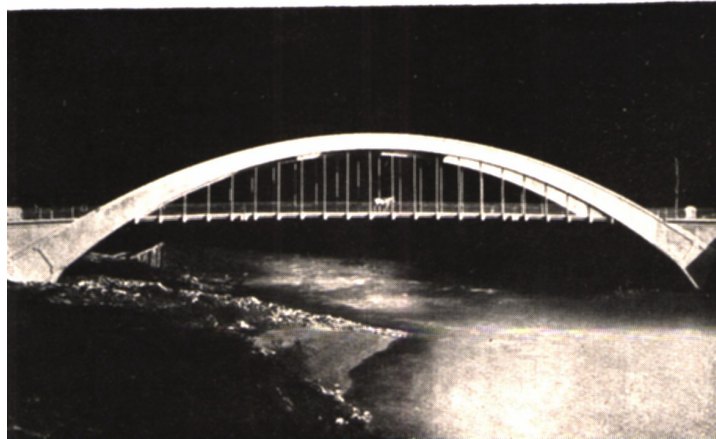


Fig. 1-8. Pod peste Jiu la Lainici, 60 m. deschidere, ing. Elie Radu, 1910

Înainte de al doilea război mondial și imediat după aceea, figura cea mai proeminentă în domeniul betonului armat a fost profesorul Mihail Hangan (1896 – 1964).

Construcțiile din beton armat capătă o dezvoltare deosebită în anii 1950-1989, fiind favorizate de politica de industrializare a țării și de cea de construire de locuințe colective în orașele care se dezvoltă rapid. O descriere detaliată a construcțiilor de beton armat realizate în această perioadă este dată în (Avram et al., 1987).

După 1989 urmează un deceniu în care volumul de construcții este foarte scăzut. După anul 2000, odată cu revirimentul economiei, crește și volumul de investiții în construcții, în special clădiri pentru birouri, locuințe și centre comerciale. Se remarcă creșterea deschiderilor (de la cel mult 6 m la 7,5-8 m) și a calității betoanelor folosite (de la betoane de clasă Bc 20 – Bc 25 la betoane de clase Bc 30 – Bc 40).

2. Bazele proiectării

2.1 Introducere : procesul de proiectare

2.1.1 Obiectivele proiectării

Inginerul proiectant de structuri face parte dintr-o echipă ai cărei membri lucrează împreună pentru a realiza proiectul unei clădiri, a unui pod sau a unui alt tip de construcție.

În cazul clădirilor, echipa este de regulă condusă de un arhitect, care realizează alcătuirea generală a clădirii, iar inginerii de instalații și structuri proiectează componente individuale ale acesteia (de exemplu instalațiile electrice, de alimentare cu apă, de canalizare, de încălzire, structura de rezistență). În cazul construcțiilor inginerești (poduri, coșuri industriale, etc.), echipa poate fi condusă de un inginer.

Structura trebuie să îndeplinească următoarele criterii majore:

- să fie adaptată utilizării dorite;
- să aibă un aspect estetic și să se încadreze în mediu;
- să fie economică;
- să răspundă exigențelor structurale de bază: să aibă suficientă rezistență pentru a suporta efectele tuturor acțiunilor prevăzute și să nu se deformeze, să nu fisureze sau să nu vibreze de o manieră care să afecteze utilizarea construcției;
- să reziste la acțiunea agenților agresivi din mediul înconjurător (durabilitate) și să permită întreținerea cât mai ușoară (mentenabilitate).

În ce privește eficiența economică, aceasta trebuie evaluată pentru întreaga durată de viață, adică trebuie incluse costurile inițiale (de construcție), costurile de întreținere pe durata de viață prevăzută și costurile de demolare și reciclare a materialelor rezultate din demolare.

2.1.2 Procesul de proiectare (FIB, 1999)

Punctul de plecare este decizia clientului de a construi un obiectiv (de exemplu o clădire). Clientul poate fi o persoană privată sau o instituție publică. De obicei clientul este asistat de un consultant.

În primul rând trebuie identificate nevoile și prioritățile clientului, pentru a determina principalele atribute ale construcției. Acestea includ : cerințe funcționale, cerințe estetice și cerințe bugetare (costuri inițiale, durată de execuție, etc.).

În această fază este necesar să se întocmească un *studiu de fezabilitate*, care trebuie să clarifice în special aspectele financiare (necesar de finanțare, surse de finanțare, secvența de plăți).

Procesul de proiectare structurală face parte din procesul general de proiectare și poate fi împărțit în trei etape : conceptul, proiectul preliminar și proiectul detaliat.

2.1.2.1 Conceptul

În această fază se iau deciziile fundamentale privind natura și forma structurii: se stabilesc materialele care vor fi utilizate (oțel, beton armat monolit sau prefabricat, structură mixtă oțel-beton) și sistemul structural.

Se stabilesc dimensiunile elementelor structurale, de obicei pe bază de experiență sau calcule preliminare simplificate. De exemplu pentru o clădire în cadre de beton se stabilesc grosimile plăcilor și dimensiunile stâlpilor și grinzilor.

Este important ca în această fază să se stabilească cu suficientă precizie dimensiunile elementelor, pentru a putea evalua implicațiile asupra cerințelor funcționale și a costurilor.

2.1.2.2 Proiectul preliminar

Pe baza unui model structural global (eventual simplificat) și a considerării tuturor acțiunilor care pot fi aplicate structurii sunt dimensionate principalele elemente structurale (secțiuni de beton și de armătură), pe baza verificărilor la stări limită ultime și de serviciu.

De regulă la sfârșitul acestei faze se determină cantitățile de materiale și de lucrări pentru realizarea unei antemăsurători și calcularea costurilor. Se pregătește *documentația de licitație*, pentru selecționarea constructorului.

2.1.2.3 Proiectul detaliat

În această fază sunt calculate și proiectate toate detaliile structurale, plecând de la dimensionările efectuate în faza anterioară. Sunt pregătite desene detaliate de execuție pentru constructor.

Este faza care include cantitatea cea mai mare de muncă și, în plus, se execută de cele mai multe ori sub presiunea începerii lucrărilor de execuție.

2.2 Formatul semiprobabilist de verificare a structurilor (Calgaro, 1996)

2.2.1 Introducere

Profesorul Edward L. Wilson își începe cartea “Analiza tridimensională a structurilor” cu următoarea “definiție” a ingineriei structurale :

“Ingineria structurală este arta de a folosi materiale (a căror proprietăți pot fi doar estimate) pentru a construi structuri (ce nu pot fi modelate și calculate decât aproximativ) ca să reziste la forțe (care nu sunt cunoscute cu precizie) astfel încât responsabilitatea față de siguranța publicului să fie satisfăcută”.

Această definiție pune în evidență numeroasele incertitudini cu care se confruntă inginerul proiectant de structuri. Până în secolul al XIX-lea, toate construcțiile erau concepute și executate empiric, iar siguranța lor depindea de experiența și intuiția constructorilor.

Apariția structurilor metalice a dus la dezvoltarea teoriei rezistenței materialelor și la dezvoltarea unor metode de calcul raționale.

Principiul adoptat era asigurarea ca efortul unitar maxim din zona critică a structurii nu depășește o valoare numită “admisibilă”, obținută prin împărțirea rezistenței materialului printr-un coeficient de siguranță stabilit în mod convențional:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} = \sigma_r / K$$

Această metodă a fost utilizată circa un secol, dar inginerii și-au dat seama progresiv de lipsurile acestei concepții, ceea ce a dus la dezvoltarea noțiunii de securitate pe baze probabiliste.

2.2.2 Abordarea probabilistă a siguranței structurilor

Conform abordării probabiliste, o structură este considerată sigură dacă probabilitatea sa de cedare este inferioară unei valori stabilite. Trebuie subliniat faptul că este nerealist de a pretinde pentru o structură siguranța “absolută”.

Metoda probabilistă de analiză a siguranței structurale duce însă la multe dificultăți în aplicare. Trebuie făcută o analiză completă a factorilor care aleatorii de insecuritate, care se combină între ei și a căror origini sunt diverse:

- incertitudini privind rezistența materialelor utilizate;
- incertitudini privind dimensiunile elementelor structurale;
- incertitudini privind mărimea acțiunilor aplicate structurii;
- incertitudini privind valoarea eforturilor datorită aproximațiilor modelului de calcul.

2.2.3 Abordarea semiprobabilistă

Demersul semiprobabilist se traduce practic prin reguli, în parte forfetare, care asigură siguranța:

- în parte cu ajutorul valorilor reprezentative ale diverselor mărimi aleatoare (acțiuni și rezistențe), ținând cont de dispersia valorilor rezultate din datele statistice existente sau bazate pe reguli de control și acceptare a produselor;
- în parte pe baza unor coeficienți parțiali de siguranță, bazați pe experiența anterioară și pe câteva cazuri în care s-au efectuat calcule probabiliste avansate;
- în parte pe marje introduse, mai mult sau mai puțin aparent, în relațiile de calcul.

Considerând de exemplu că siguranța structurii este un fenomen a cărui nerealizare depinde de două mărimi scalare, un efect al acțiunii (solicitare) E și o rezistență (capacitate portantă) R , și că aceste două mărimi sunt perfect cunoscute, nerealizarea fenomenului constă în verificarea inegalității.

În realitate, valorile E și R nu sunt perfect cunoscute și putem să le considerăm ca variabile aleatoare, având o distribuție ca cea din Fig. 6.1, cu valorile medii E_m și R_m și ecarturile tip σ_E și σ_R . Cedarea construcției este legată de o valoare p_f a probabilității ca $R \leq E$: $p_f = Prob(R \leq E)$.

În metoda semiprobabilistă, calculul probabilistic este înlocuit prin verificarea unui criteriu în care intervin valorile reprezentative ale lui E și R , notate E_k și R_k și coeficienții parțiali de siguranță γ_F și γ_M , rezultând expresia generală:

$$\gamma_F E_k \leq \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (2.1)$$

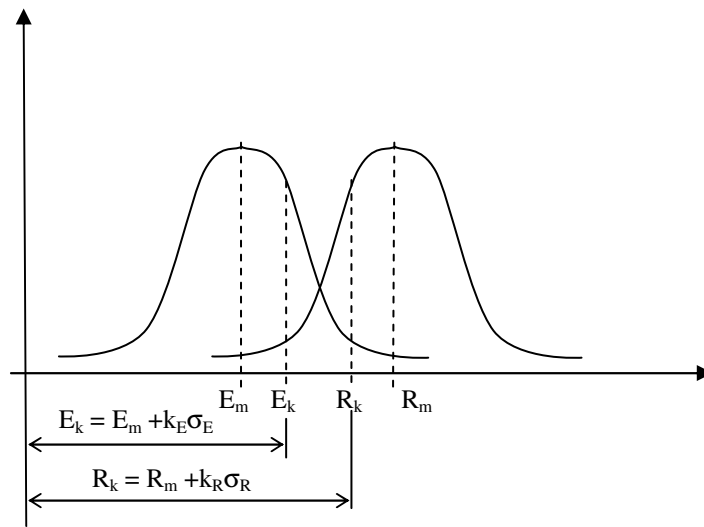


Fig. 2-1. Ilustrare schematică a metodei semiprobabiliste

2.3 Exigențe de performanță

EN 1990 definește astfel exigențele de bază pentru o structură:

O structura trebuie proiectata si executata în așa fel încât, pe durata vieții considerate la proiectare, cu un nivel de fiabilitate adecvat și într-un mod economic:

- să reziste la toate acțiunile și influențele probabile care pot să apară în timpul execuției și utilizării, și
- să rămână aptă utilizării pentru care a fost proiectată.

O structură trebuie proiectată și executată astfel încât să nu fie deteriorată de evenimente ca explozii, impact, sau consecințele erorilor umane într-o măsură disproporționată cu cauza originală.

Avariile posibile pot fi evitate sau limitate prin adoptarea adecvată a una sau a mai multe din măsurile următoare:

- evitarea, eliminarea sau reducerea riscurilor la care poate fi supusă construcția;
- alegerea unei forme structurale care să aibă o sensibilitate redusă la riscurile considerate;
- alegerea unei forme structurale și a unui mod de calcul care să asigure capacitatea structurii de a rezista în cazul dispariției unui element individual sau a unei părți limitate a structurii, sau la apariția unei avarii localizate de amploare acceptabilă ;
- evitarea, pe cât posibil, a unor sisteme structurale care pot ceda fără avertisment;
- asigurarea conlucrării elementelor structurale.

2.4 Stări limită și situații de proiectare

2.4.1 Stări limită

Stările limită sunt stările dincolo de care construcția nu mai satisface exigențele de comportare din proiect.

Stările limită sunt clasificate în stări limită ultime și stări limită de serviciu.

Stările limită ultime corespund prăbușirii sau altor forme de cedare ale structurii.

Stările limită ultime care trebuie verificate privesc:

- Pierderea echilibrului structurii sau a unuia din elementele sale, considerate ca un corp rigid (EQU).
- Cedarea ca urmare a unei deformații excesive, ruperea sau pierderea de stabilitate a structurii sau a unuia din elementele sale, inclusiv reazemele și fundațiile (STR/GEO).
- Cedarea datorită oboselii (FAT).

Stările limită de serviciu corespund situațiilor dincolo de care condițiile de exploatare specificate nu mai sunt asigurate.

Stările limită de serviciu care trebuie verificate privesc:

- Deformațiile sau săgețile care dăunează aspectului construcției sau utilizării sale efective (inclusiv funcționarea defectuoasă a utilajelor) sau provoacă degradări finisajelor sau elementelor nestructurale.
- Fisurarea betonului, care poate dăuna aspectului construcției, durabilității sau etanșeității acesteia.
- Vibrații care dăunează confortului utilizatorilor, provoacă avarii clădirii sau obiectelor adăpostite, sau limitează eficacitatea funcționării sale.
- Degradarea betonului prin compresiune excesivă, care îi poate reduce durabilitatea.
- Degradări vizibile produse de oboseală.

2.4.2 Situații de proiectare

Situațiile de proiectare sunt clasificate după cum urmează:

- **Situații durabile**, care corespund condițiilor normale de utilizare a construcției ;
- **Situații tranzitorii**, care apar pe o durată scurtă din viața construcției, de exemplu în timpul construcției sau reparațiilor ;
- **Situații accidentale**, care corespund unor condiții excepționale, de exemplu incendiu, explozie, impact;
- **Situații seismice**, care corespund unor condiții excepționale, când structura este supusă la acțiunea seismică.

2.4.3 Durată de viață proiectată a construcției

Durata de viață proiectată a unei construcții este perioada prevăzută pentru utilizarea construcției în scopul prevăzut, cu întreținerea prevăzută, dar fără reparații majore. Indicații privind durata de viață proiectată, după EN 1990, sunt date în tabelul de mai jos:

Tabel 2-1. Durata de viață proiectată a construcției

Clasa	Durata de viață proiectată (ani)	Exemple
1	10	Construcții temporare
2	10...25	Elemente structurale care pot fi înlocuite
3	15...30	Construcții agricole
4	50	Structuri de clădiri și alte structuri uzuale
5	100	Structuri de clădiri monumentale, poduri și alte lucrări de artă

2.5 Acțiuni

2.5.1 Definiții și clasificări

O acțiune (F) este:

- O forță (încărcare) aplicată structurii (*acțiune directă*), sau
- O deformație impusă (*acțiune indirectă*); de exemplu efectul variațiilor de temperatură sau tasările diferențiate.

Acțiunile se clasifică:

(i) după **variația lor în timp**, în :

- *acțiuni permanente* (G), care acționează probabil în timpul unei situații de proiectare și pentru care variația mărimii în timp este neglijabilă în raport cu valoarea medie, de exemplu greutatea proprie a structurii ;
- *acțiuni variabile* (Q), pentru care variația mărimii în timp în raport cu valoarea medie nu este neglijabilă, de exemplu încărcările utile, încărcările din vânt sau zăpadă ;
- *acțiuni accidentale* (A), acțiuni, în general de scurtă durată, dar de mărime semnificativă, care este improbabil să apară în timpul duratei de viață proiectate a structurii, de exemplu exploziile sau impactul cu vehicule.

(ii) după **variația lor în spațiu**, în :

- *acțiuni fixe*, de exemplu greutatea proprie
- *acțiuni libere*, de exemplu încărcările utile mobile, efectele vântului și ale zăpezii.

(iii) după **natura acțiunii și a răspunsului structurii**, în :

- *acțiuni statice*, care nu provoacă accelerații semnificative structurii sau unui element structural ;
- *acțiuni dinamice*, care provoacă accelerații semnificative structurii sau unui element structural.

Precomprimarea (P) face parte din categoria acțiunilor permanente, dar pentru rațiuni de ordin paractic este tratată de obicei separat.

Acțiunile *indirecte* sunt fie permanente, G_{IND} (de exemplu o tasare de reazeme), fie variabile, Q_{IND} (de exemplu temperatura), și sunt tratate ca atare.

2.5.2 Valori caracteristice ale acțiunilor

Valoarea caracteristică este principala valoare reprezentativă a acțiunii. Dacă poate fi stabilită pe baze statistice, este aleasă astfel încât să nu fie depășită o probabilitate dată în sensul defavorabil, pe o “perioadă de referință”, ținând cont de durata de viață proiectată a construcției și de durata situației de proiectare.

Valoarea caracteristică a *acțiunilor permanente* trebuie determinată după cum urmează:

- dacă variația acțiunii G poate fi considerată mică, poate fi utilizată o singură valoare G_k ;
- dacă variația acțiunii G nu poate fi considerată mică, se utilizează două valori: o valoare superioară $G_{k,sup}$ și o valoare inferioară $G_{k,inf}$.

În majoritatea cazurilor, se poate considera pentru G_k valoarea medie, pentru $G_{k,inf}$ fractilul 0,05 și pentru $G_{k,sup}$ fractilul 0,95. Distribuția lui G este considerată gaussiană.

Greutatea proprie a structurii poate fi reprezentată de o singura valoare caracteristică și calculată pe baza dimensiunilor nominale și a greutăților specifice medii.

Pentru *acțiunile variabile*, valoarea caracteristică (Q_k) corespunde:

- fie unei valori superioare cu o probabilitate de nedepășire dată, sau unei valori inferioare cu o probabilitate de nedepășire în jos dată, pe parcursul unei anumite perioade de referință;
- fie unei valori nominale care este specificată în cazurile când distribuția statistică nu este cunoscută.

În general se consideră o probabilitate de 0,98 și o perioadă de referință de un an.

Pentru *acțiunile accidentale*, valoarea caracteristică A_k corespunde unei valori nominale.

2.5.3 Alte valori reprezentative ale acțiunilor variabile

Alte valori reprezentative ale acțiunilor variabile sunt exprimate în funcție de valorile caracteristice Q_k , afectate cu un factor ψ_i . Aceste valori sunt definite după cum urmează:

- Valoarea de combinație: $\psi_0 Q_k$
- Valoarea frecventă: $\psi_1 Q_k$
- Valoarea cvasipermanentă: $\psi_2 Q_k$

Valoarea de combinație este asociată cu utilizarea grupărilor (combinațiilor) de acțiuni, pentru a ține cont de probabilitatea redusă de realizare simultană a valorilor celor mai defavorabile a mai multor acțiuni variabile independente.

Valoarea frecventă este aleasă (pentru clădiri) astfel încât să nu fie depășită pe o durată mai lungă decât 1% din perioada de referință.

Valoarea cvasipermanentă est determinată astfel încât durata totală pentru care este depășită reprezintă o parte considerabilă din perioada de referință aleasă (de regulă 50%). Ea este utilizată în grupările accidentale și seismice la SLU, și la SLS pentru efectele de lungă durată.

Valorile factorilor ψ date cu titlu indicativ de EN 1990 sunt prezentate în tabelul următor:

Tabel 2-2. Factori ψ pentru clădiri (după EN 1990)

Acțiune	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Încărcări utile pentru clădiri			
categoría A: locuințe	0,7	0,5	0,3
categoría B: birouri	0,7	0,5	0,3
categoría C: zone de adunare	0,7	0,7	0,6
categoría D: spații comerciale	0,7	0,7	0,6
categoría E: depozite	1,0	0,9	0,8
Încărcări datorate traficului în clădiri			
categoría F: greutate vehicul ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
categoría G: 30 kN $<$ gr. vehicul ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
categoría H: acoperișuri	0	0	0
Încărcări datorate zăpezii (alt. $<$ 1000m)	0,5	0,2	0
Încărcări datorate vântului	0,6	0,2	0
Temperatura în clădiri	0,6	0,5	0

2.5.4 Valori de calcul (de proiectare) ale acțiunilor

Valoarea de calcul F_d a unei acțiuni se exprimă în general în felul următor:

$$F_d = \gamma_f F_{rep} = \gamma_f \psi F_k \quad (2.2)$$

unde γ_f sunt coeficienții de securitate parțiali corespunzând acțiunilor considerate și ținând cont de posibilitatea variației defavorabile a acțiunilor, iar ψ poate fi 1, ψ_0 , ψ_1 sau ψ_2 .

2.5.5 Valori de calcul (de proiectare) ale efectelor acțiunilor (solicitărilor)

Solicitările (E) sunt răspunsul structurii la acțiuni (de exemplu eforturile interne, momentele încovoietoare, eforturile unitare, deformațiile). Valorile de calcul ale solicitărilor (E_d) sunt determinate pe baza valorilor de calcul ale acțiunilor, mărimilor geometrice și proprietăților materialelor:

$$E_d = \gamma_{Sd} E(F_{d1}, F_{d2}, \dots, a_{d1}, a_{d2}, \dots, X_{d1}, X_{d2}, \dots) \quad (2.3)$$

În care γ_{Sd} este un coeficient parțial care ține seama de incertitudini în modelarea efectelor acțiunilor.

Dimensiunile (a_{di}) și proprietăților materialelor (X_{di}) vor fi definite mai târziu.

În cazurile curente, proprietățile materialelor pot fi omise din relația de mai sus, iar coeficienții γ_{Sd} și γ_f sunt înlocuiți cu valori $\gamma_F = \gamma_{Sd} \times \gamma_f$.

$$E_d = E(\gamma_{F,i} F_{rep,i}; a_d) \quad i \geq 1 \quad (2.4)$$

Exemple specifice:

$$G_d = \gamma_G G_k \text{ ou } G_k$$

$$\begin{aligned}
 Q_d &= \gamma_Q Q_k, \gamma_Q \psi_0 Q_k, \psi_1 Q_k, \psi_2 Q_k \text{ ou } Q_k \\
 A_d &= \gamma_A A_k \text{ sau } A_d \\
 P_d &= \gamma_P P_k \text{ sau } P_d \\
 A_{Ed} &= A_{Ed}
 \end{aligned}$$

2.6 Proprietățile materialelor

2.6.1 Valori caracteristice

O proprietate de material este reprezentată printr-o valoare caracteristică X_k , care corespunde în general unui fractil al distribuției statistice presupuse a proprietății materialului considerat, pentru rezistențe și prin valoarea medie pentru rigidități.

Rezistența unui material poate avea două valori caracteristice, una superioară și una inferioară. În majoritatea cazurilor nu trebuie luată în calcul decât valoarea inferioară.

2.6.2 Valori de calcul (de proiectare)

Valoarea de calcul X_d a proprietății unui material este în general definită ca:

$$X_d = \eta X_k / \gamma_m \quad (2.5)$$

în care :

- η = valoarea medie a coeficientului de conversie care ține seama de efecte de volum și scară, efecte de umiditate și temperatura și alți parametri relevanți;
- γ_m = coeficientul parțial pentru proprietatea materialului sau produsului care ține seama de posibilitatea de abatere nefavorabilă a proprietății materialului sau produsului de la valoarea ei caracteristică și de partea aleatoare a coeficientului de conversie η .

2.7 Date geometrice

Datele geometrice sunt reprezentate prin valorile lor caracteristice, sau, în cazul imperfecțiunilor, direct prin valorile lor de calcul.

Valorile caracteristice corespund de regulă dimensiunilor specificate în proiect.

Valorile de calcul ale datelor geometrice sunt în general reprezentate prin valorile lor nominale:

$$a_d = a_{nom} \quad (2.6)$$

2.8 Capacități portante

Capacitatea portantă a unei secțiuni sau a unui element se definește în general cu expresia următoare :

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R(X_{d,i}; a_d) = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R(\eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d) \quad i \geq 1 \quad (2.7)$$

Frecvent, factorul de conversie η este inclus în valoarea caracteristică X_k iar coeficientul de securitate parțial pentru material γ_m este înlocuit cu $\gamma_M = \gamma_{Rd} \times \gamma_m$. Relația care definește capacitatea portantă devine în acest caz:

$$R_d = R(\frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d) \quad i \geq 1 \quad (2.8)$$

2.9 Definierea proprietăților materialelor în EN 1992-1-1

2.9.1 Coeficienți parțiali pentru materiale

Coeficienții de securitate parțiali aplicabili rezistențelor materialelor sunt dați în tabelul următor :

Tabelul 2-3. Coeficienți parțiali referitori la materiale, pentru SLU

Situația de proiectare	γ_c (beton)	γ_s (oțel pentru beton armat)
Permanentă, tranzitorii, seismică	1,5	1,15
Accidentale	1,20	1,00

Aceste valori țin cont de diferențele între rezistențele materialelor structurale încercate în laborator și rezistența lor în condiții de exploatare.

2.9.2 Betonul

Rezistența la compresiune a betonului este exprimată prin clasele de rezistență legate de rezistența caracteristică (fractil 5%) măsurată pe cilindru f_{ck} sau pe cub $f_{ck,cube}$, conform cu EN 206-1.

Rezistența de calcul (de proiectare) a betonului la compresiune se obține împărțind rezistența caracteristică pe cilindru la factorul parțial de siguranță:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.9)$$

Rezistența medie la compresiune este:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (2.10)$$

Pe baza rezistenței medii la compresiune se determină rezistența la întindere și modulul de deformație :

$$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \quad \text{clasă} \leq \text{C50/60} \quad (2.11a)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) \quad \text{clasă} > \text{C50/60} \quad (2.11b)$$

$$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm} \quad \text{fracții 5\%} \quad (2.12a)$$

$$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm} \quad \text{fracții 95\%} \quad (2.12b)$$

$$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3} \quad (\text{cu } f_{cm} \text{ în MPa}) \quad (2.13)$$

Valorile rezistențelor pentru betoanele obișnuite sunt date în tabelul următor.

Tabelul 2-4. Caracteristici de rezistență și de deformație ale betonului (EN 1992-1-1)

Clasa	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37

2.9.3 Armăturile

Rezistența de calcul a armăturii se calculează pe baza valorii caracteristice a limitei de curgere f_{yk} cu relația de mai jos :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.14)$$

2.10 Definirea proprietăților materialelor în STAS 10107/0-90

2.10.1 Betonul

Rezistența la compresiune a betonului se determină pe cuburi (STAS 1275-88).

Rezistența caracteristică este definită pentru o probabilitate de depășire de 95%, adică $p(R > R_k) = 0,95$, de unde:

$$R_{bk} = R_b(1 - 1,645c_v) \quad (2.15)$$

în care R_b este rezistența medie pe cuburi cu latura de 14,1 cm.

Trecerea la *rezistența prismatică* se face cu relația:

$$R_{ck} = (0,87 - 0,002 R_{bk})R_{bk} \quad (2.16)$$

Rezistența la întindere este calculată în mod convențional în funcție de rezistența la compresiune cu relația:

$$R_{tk} = 0.22\sqrt[3]{R_{ck}^2} \quad (2.17)$$

Tabel 2-5. Rezistențe de calcul ale betonului în MPa (STAS 10107/0-90)

Tip de rezistență	Clasa de rezistență a betonului											
	3,5	5	7,5	10	15	20	25	30	35	40	50	60
la compresiune	2,2	3,2	4,7	6,5	9,5	12,5	15,0	18,0	20,5	22,5	26,5	31,5
la întindere	-	-	0,50	0,60	0,80	0,95	1,10	1,25	1,35	1,45	1,65	1,85

Rezistențele de calcul de bază sunt calculate împărțind rezistența caracteristică prismatică printr-un coeficient parțial de siguranță:

$$R_c^* = \frac{R_{ck}}{\gamma_{bc}} \quad \text{cu } \gamma_{bc} = 1,35 \quad (2.18)$$

$$R_t^* = \frac{R_{tk}}{\gamma_{bt}} \quad \text{cu } \gamma_{bt} = 1,50 \quad (2.19)$$

Rezistențele de calcul de bază sunt apoi multiplicare cu un coeficient al condițiilor de lucru, pentru a se obține rezistențele de calcul:

$$R_c = m_{bc}R_c^* \quad \text{și} \quad R_t = m_{bt}R_t^*$$

Coeficienții condițiilor de lucru sunt dați în tabelul următor:

Tabel 2-6. Coeficienți ai condițiilor de lucru (STAS 10107/0-90)

Poziția de turnare		Dimensiunea min. a secțiunii (mm)	$m_{bc} = m_{bt}$
Verticală, înălțime de turnare > 1500 mm (stâlpi, grinzi-pereți, pereți)		< 300	0.75
		≥ 300	0.85
Orizontală sau verticală cu înălțime de turnare < 1500 mm	elemente liniare comprimate excentric (stâlpi prefabricați)	< 300	0.85
		≥ 300	1.00
	elemente liniare încovoiate (grinzi)	< 200	0.85
		≥ 200	1.00
plăci	toate	1.00	

2.10.2 Armăturile

Rezistența caracteristică este definită pentru o probabilitate de 97,5%, adică $p(R > R_k) = 0,975$, de unde:

$$R_{ak} = R_{am}(1 - 2c_v) \quad (2.20)$$

în care R_{am} este rezistența medie.

Rezistențele de calcul de bază sunt calculate împărțind rezistența caracteristică printr-un coeficient parțial de siguranță:

$$R_a^* = \frac{R_{ak}}{\gamma_a} \text{ cu } \gamma_a = 1,15 \quad (2.21)$$

Rezistențele de calcul de bază sunt apoi multiplicare cu un coeficient al condițiilor de lucru, pentru a se obține rezistențele de calcul:

$$R_a = m_a R_a^*$$

Ceficientul $m_a = 1$, cu excepția elementelor solicitate la oboseală.

Rezistențele de calcul pentru armăturile utilizate curent sunt date în tabelul 6-7.

Tabel 2-7. Rezistențe de calcul pentru armături

Tip oțel	Diametru nominal (mm)	R_a^* (MPa)
PC 60	6...40	350
PC52	6...28	300
	32...40	290
OB 37	6...40	210
STNB	3...7,1	370
	8...10	325

2.11 Cerințe de calcul

2.11.1 Generalități

Trebuie verificat că nici o stare limită nu este depășită. Trebuie considerate toate situațiile de proiectare și toate cazurile de încărcare corespunzătoare.

2.11.2 Stări - limită ultime

2.11.2.1 Condiții de verificare

La verificarea unei stări limită de echilibru (EQU), trebuie satisfăcută inegalitatea următoare:

$$E_{d,dst} < E_{d,stab} \quad (2.22)$$

în care $E_{d,dst}$ și $E_{d,stab}$ reprezintă efectele de calcul ale acțiunilor destabilizatoare, respectiv stabilizatoare.

La verificarea unei stări limită care implică ruperea unui element sau deformația sa excesivă (STR), trebuie satisfăcută inegalitatea următoare:

$$E_d \leq R_d \quad (2.23)$$

în care:

E_d : valoarea de calcul a efectului acțiunii (solicitare)

R_d : capacitatea portantă de calcul corespunzătoare, determinată cu valorile de calcul ale proprietăților structurale relevante.

2.11.2.2 Grupări de acțiuni

Pentru fiecare caz de încărcare, valorile de calcul E_d ale solicitărilor trebuie determinate ținând cont de regulile de grupare a acțiunilor, și introducând valorile de calcul ale acțiunilor după cum sunt date în tabelul de mai jos.

Tabel 2-8. Valori de calcul ale acțiunilor pentru utilizarea lor în grupări

Situția de proiectare	Acțiuni permanente G_D		Acțiuni variabile Q_D		Acțiuni accidentale
	Defavorabile	Favorabile	Dominantă	Altele	
Permanentă și tranzitorie	$\gamma_{G,sup} G_{k,sup}$	$\gamma_{G,inf} G_{k,inf}$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$	$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$	-
	$\xi \gamma_{G,sup} G_{k,sup}$	$\gamma_{G,inf} G_{k,inf}$	$\gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1}$		
Accidentală	$G_{k,sup}$	$G_{k,inf}$	$\psi_{1,1} Q_{k,1}$	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$	γ_{AA_k} sau A_d
Seismică	$G_{k,sup}$	$G_{k,inf}$		$\psi_{2,i} Q_{k,i}$	γ_{AEd}

Valorile din tabelul 6-8 trebuie combinate cu ajutorul expresiilor următoare (date sub formă simbolică):

– situații de proiect durabile și tranzitorii pentru alte verificări decât cele corespunzătoare la oboseală (grupări fundamentale):

$$\sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.24)$$

sau, alternativ, pentru STR și GEO, cea mai defavorabilă din următoarele două :

$$\sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.24a)$$

$$\sum \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.24b)$$

cu $\xi = 0,85$

– situații de proiect accidentale:

$$\sum G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ sau } \psi_{2,1}) Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.25)$$

– situații de proiect seismice:

$$\sum G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.26)$$

2.11.2.3 Coeficienți parțiali pentru acțiuni

Pentru structurile clădirilor, factorii parțiali pentru starea limită ultimă în situațiile de proiect durabile, tranzitorii și accidentale sunt date în tabelul 2-9. Valorile sunt bazate pe considerente teoretice, experiență și verificări ale proiectelor existente.

Tabel 2-9. Coeficienți parțiali pentru acțiuni (EN 1990)

Caz	Acțiune	Simbol	Situații	
			D/T	A
Setul A				
Pierdere de stabilitate statică (EQU)	Acțiuni permanente			
	- defavorabilă	γ_{Gsup}	1,10	1,00
	- favorabilă	γ_{Ginf}	0,90	1,00
	Acțiuni variabile			
- defavorabilă	γ_Q	1,30	1,00	
	Acțiuni accidentale	γ_A		1,00
Setul B				
Ecuția (2.24)				
Cedarea structurii sau a elementelor structurale guvernate de rezistența materialului (STR)	Acțiuni permanente			
	- defavorabilă	γ_{Gsup}	1,35	1,00
	- favorabilă	γ_{Ginf}	1,00	1,00
	Acțiuni variabile			
- defavorabilă	γ_Q	1,50	1,00	
	Acțiuni accidentale	γ_A		1,00
Ecuțiile (2.24a) și (2.24b)				
Cedarea structurii sau a elementelor structurale guvernate de rezistența materialului (STR)	Acțiuni permanente			
	Ec. (2.24a)			
	- defavorabilă	γ_{Gsup}	1,35	1,00
	- favorabilă	γ_{Ginf}	1,00	1,00
	Ec. (2.24b)			
- defavorabilă	$\xi\gamma_{Gsup}$	1,15	1,00	
- favorabilă	γ_{Ginf}	1,00	1,00	
Ecuțiile (2.24) sau (2.24a) și (2.24b)				
Acțiuni variabile	- defavorabilă	γ_Q	1,50	1,00
	Acțiuni accidentale	γ_A		1,00
Setul C				
Cedarea terenului (GEO)	Acțiuni permanente			
	- defavorabilă	γ_{Gsup}	1,00	1,00
	- favorabilă	γ_{Ginf}	1,10	1,00
	Acțiuni variabile			
- defavorabilă	γ_Q	1,30	1,00	
	Acțiuni accidentale	γ_A		1,00

2.11.3 Stări limită de serviciu

2.11.3.1 Condiții de verificare

Trebuie verificată condiția:

$$E_d \leq C_d \quad (2.27)$$

cu:

C_d : valoare nominală sau funcție de anumite proprietăți de calcul pentru materiale, relativ la efectele de calcul ale acțiunilor considerate;

E_d : efect de calcul ale acțiunilor, determinat în funcție de una din combinațiile definite mai jos.

2.11.3.2 Grupări de acțiuni

Grupările de acțiuni de luat în calcul pentru stările limită de serviciu depind de natura efectului acțiunilor de verificat (de exemplu ireversibilă, reversibilă sau de durată).

Gruparea caracteristică este utilizată de obicei pentru stări limită ireversibile. Gruparea frecventă este utilizată de obicei pentru stări limită reversibile. Gruparea cvasipermanentă este utilizată de obicei pentru efecte de lungă durată și aspectul structurii. Cele trei grupări, diferențiate prin valoarea reprezentativă a acțiunii dominante sunt date mai jos.

Tabel 2-10. Valori de calcul ale acțiunilor pentru folosirea lor în grupări

Grupare	Acțiuni permanente G_d		Acțiuni variabile Q_d	
	Defavorabile	Favorabile	Dominantă	Altele
Caracteristică (rară)	$G_{k,sup}$	$G_{k,inf}$	Q_{k1}	$\psi_{0,i}Q_{k,i}$
Frecventă	$G_{k,sup}$	$G_{k,inf}$	$\psi_{1,1}Q_{k,1}$	$\psi_{2,i}Q_{k,i}$
Cvasipermanentă	$G_{k,sup}$	$G_{k,inf}$	$\psi_{2,1}Q_{k,1}$	$\psi_{2,i}Q_{k,i}$

- gruparea caracteristică :

$$\Sigma G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \Sigma \psi_{0,i}Q_{k,i} \quad (2.28)$$

- gruparea frecventă :

$$\Sigma G_{k,j} + P + \psi_{1,1}Q_{k,1} + \Sigma \psi_{0,i}Q_{k,i} \quad (2.29)$$

- gruparea cvasipermanentă :

$$\Sigma G_{k,j} + P + \psi_{2,1}Q_{k,1} + \Sigma \psi_{0,i}Q_{k,i} \quad (2.30)$$

2.11.3.3 Coeficienți parțiali

Coeficienții parțiali pentru stările limită de serviciu sunt egali cu 1,00, în afara cazului în care alte valori sunt specificate în norme.

2.12 Grupări de acțiuni după normele românești (CR0/2004)

2.12.1 Factorii ψ

Coeficienții pentru determinarea valorii frecvente a unei acțiuni variabile sunt dați în tabelul următor :

Tabel 2-11. Coeficienți ψ_1

Tipul acțiunii	$\psi_{1,1}$
Acțiuni din vânt	0,2
Acțiuni din zăpadă și acțiuni din variații de temperatură	0,5
Acțiuni datorate exploatării cu valoarea $\leq 3 \text{ kN/m}^2$	0,5
Acțiuni datorate exploatării cu valoarea $> 3 \text{ kN/m}^2$	0,7
Încărcări în depozite	0,9

Coeficienții pentru determinarea valorii cvasipermanente a unei acțiuni variabile sunt dați în tabelul următor :

Tabel 2-12. Coeficienți ψ_2

Tipul acțiunii	$\psi_{2,1}$
Acțiuni din vânt și acțiuni din variații de temperatură	0
Acțiuni din zăpadă și acțiuni datorate exploatării	0,4
Încărcări în depozite	0,8

Coeficientul de simultaneitate este $\psi_{0,i} = 0,7$ cu excepția acțiunilor provenind din împingerea pământului, a materialelor pulverulente și a fluidelor, pentru care $\psi_{0,i} = 1,0$.

2.12.2 Grupări pentru verificarea la SLU

Pentru situațiile de proiectare permanente și tranzitorii, gruparea încărcărilor se face conform relațiilor simbolice următoare :

- dacă efectul încărcărilor permanente este defavorabil :

$$1,35 \sum G_{k,j} + 1,5 Q_{k,1} + \sum 1,5 \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.31)$$

- dacă efectul încărcărilor permanente este favorabil :

$$0,9 \sum G_{k,j} + 1,5 Q_{k,1} + \sum 1,5 \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.32)$$

Pentru situația de proiectare seismică :

$$\Sigma G_{k,j} + \gamma A_{EK} + \Sigma \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.33)$$

În relația de mai sus, γ este coeficientul de importanță al construcției, definit în tabelul 2-13.

Tabel 2-13. Coeficientul de importanță a construcției

Clasa de importanță a construcției	Tipul funcțiunii construcției	γ
1	Construcții esențiale pentru societate	1,4
2	Construcții care pot provoca în caz de avariere un pericol major pentru viața oamenilor	1,2
3	Toate construcțiile care nu se încadrează în clasele 1, 2 și 4	1,0
4	Construcții temporare	0,8

2.12.3 Grupări pentru verificarea la SLS

Sunt definite, ca și în EN 1990, trei grupări de încărcări :

- gruparea caracteristică :

$$\Sigma G_{k,j} + Q_{k,1} + \Sigma \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.34)$$

- gruparea frecventă :

$$\Sigma G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \Sigma \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.35)$$

- gruparea cvasipermanentă :

$$\Sigma G_{k,j} + \Sigma \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.36)$$

$$\Sigma G_{k,j} + 0,6 \gamma A_{EK} + \Sigma \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.37)$$

De notat ultima relație, care corespunde verificării deplasării relative de nivel pentru "cutremurul de serviciu".

Întrebări

1. Care este diferența între metoda rezistențelor admisibile și metoda probabilistă ?
2. Care este diferența dintre abordarea probabilistă și cea semiprobabilistă ?
3. Care sunt exigențele de performanță pe care trebuie să le satisfacă o structură ?
4. Care este diferența între stările limită ultime (SLU) și stările limită de serviciu (SLS) ?
5. Care expresia generală a unei verificări la SLU și ce semnificație au termenii din expresie n ?
6. Care expresia generală a unei verificări la SLS și ce semnificație au termenii din expresie n ?
7. Definiți tipurile de situații de proiectare considerate la proiectarea unei structuri.
8. Definiți acțiunile permanente, variabile și accidentale. Dați exemple.
9. Care sunt valorile reprezentative ale unei acțiuni variabile ?
10. Cum se definește valoarea de proiectare (de calcul) a efectului unei acțiuni ?
11. Cum se definește valoarea de proiectare (de calcul) a unei proprietăți de material ?
12. Cum se definește valoarea de proiectare (de calcul) a capacității portante a unui element ?
13. Care sunt grupările de încărcări considerate în calculul la SL de rezistență ?
14. Care sunt grupările de încărcări considerate în calculul la SLS ?
15. Ce înseamnă durata de viață proiectată a unei construcții ?

3. Proprietățile betonului

3.1 Compoziția și structura betonului

3.1.1 Definiția betonului

Betonul este un material compozit format dintr-un **liant** (matrice) în care sunt incluse particulele de **agregat** (incluziuni).

La betoanele hidraulice liantul este un amestec de **ciment hidraulic** și **apă**.

Se distinge **agregatul fin** (până la 5 mm diametru) și **agregatul mare** (între 5 și 70 mm).

În afară de componenții menționați mai sus, betonul poate să mai conțină **aditivi**, al căror rol va fi prezentat ulterior.

Compoziția tipică a unui beton este dată în tabelul de mai jos:

Tabelul 3-1. Compoziția tipică a unui beton de rezistență medie

	kg/m ³	m ³ /m ³
Ciment	350	0,11
Apă	175	0,18
Nisip	850	0,32
Pietriș	1030	0,39
Proporția de pastă de ciment (%)		
- masică		21,8
- volumică		28,6
Raport a/c (masic)		0,50
Rezistența la compresiune (MPa)		30

Proporțiile amestecului pot varia în limite destul de largi: dozajul de ciment între 250...600 kg/m³, raportul a/c între 0,3...0,7.

3.1.2 Componentele betonului

3.1.2.1 Cimentul

Cimenturile Portland, care sunt cele mai utilizate, se obțin dintr-un amestec de calcar (care conține Ca) și argile (care conțin Si, Al și Fe). Acest amestec calcinat la 1500 °C dă **clincherul** și, acesta din urmă, măcinat fin, **cimentul**.

În urma calcinării se formează compuși mineralogici conținând oxizi de calciu, siliciu, aluminiu și fier*:

- C₃S - alit
- C₂S - belit
- C₃A - celit
- C₄AF - brownmillerit

* Notații: C = CaO, S = SiO₂, A = Al₂O₃, H = OH, \bar{S} = SO₄

Cimenturile Portland sunt numite hidraulice nu numai pentru că se întăresc în reacție cu apa, dar și pentru că în urma acestei reacții formează un produs rezistent și stabil în contact cu apa.

Hidratarea alumiinaților (C_3A , C_4AF)

Hidratarea alumiinaților este foarte rapidă și puternic exotermă, ducând la priza rapidă a cimentului și, în consecință, împiedicând punerea sa în operă. Pentru a preveni acest fenomen se adaugă gips în cantități mici, deoarece el întârzie priza. Gipsul trebuie dozat corect, pentru că existența unui surplus va conduce ulterior la reacții expansive.

Compușii formați sunt cristale aciculare de **etringită** și cristale hexagonale de **monosulfati**.

Contribuția alumiinaților la rezistența finală a pietrei de ciment este redusă.

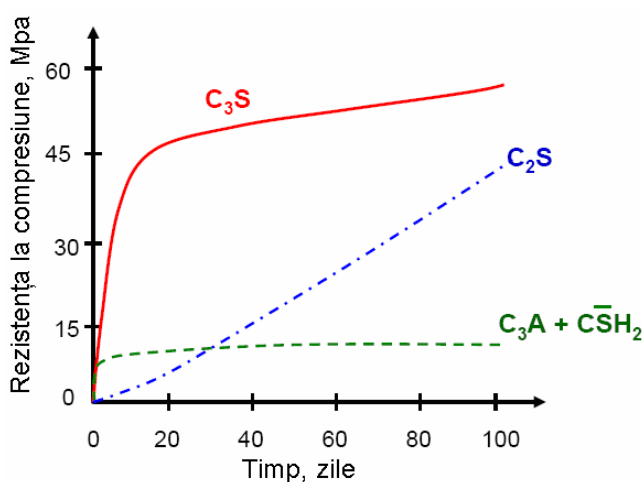


Fig. 3-1: Creșterea rezistenței compuşilor hidratați în timp (Mehta&Monteiro, 2003)

Hidratarea silicaților (C_3S , C_2S)

Hidratarea silicaților dă silicați de calciu hidratați (C-S-H) și hidroxid de calciu (CH).

C-S-H formează un gel rigid. Structura acestui gel nu este complet cunoscută, dar se admite în general că este format din mici cristale fibroase care se aglomerează în lamele. Aceste lamele, separate prin spații de circa 20 Å, au o suprafață specifică foarte mare. Rezistența și adhezivitatea gelurilor este dată de legături Van der Waals.

Hidroxidul de calciu formează cristale hexagonale mari. Contribuția sa la rezistența pietrei de ciment este mică. În plus, solubilitatea CH în soluții acide este mare, ceea ce dăunează durabilității pietrei de ciment.

Hidratarea C_3S produce circa 60% C-S-H și 40% CH, în timp ce hidratarea C_2S produce circa 80% C-S-H și 20% CH. În consecință rezistența finală a cimenturilor belitice este mai mare decât cea a cimenturilor alitice. De asemenea, rezistența la atacul acizilor este mai mare pentru cimenturile belitice. În schimb, viteza de creștere a rezistenței și căldura degajată la hidratare este mai mare pentru cimenturile alitice. Astfel, la 28 de zile, rezistența este dată de C_3S , în timp ce la 1 an contribuția C_3S și C_2S este egală (fig. 3-1).

3.1.2.2 Agregatele

Deși ocupă între 60 și 80% din volumul betonului, agregatul este deseori considerat ca un filler inert și influența sa este neglijată. El are totuși o influență mare asupra rezistenței, stabilității dimensionale, rigidității și durabilității betonului.

3.1.2.3 Aditivi și adaosuri

Orice alt material, în afară de apă, agregat și ciment, utilizat în compoziția betonului și adăugat imediat înainte sau în timpul amestecării, se numește **aditiv**.

De regulă sunt denumite **aditivi** substanțele care se adaugă în cantități mici (de ordinul a cel mult 1-2% din masa cimentului) și au efecte importante asupra proprietăților betonului proaspăt sau întărit.

Adaosurile sunt substanțe minerale care se adaugă în cantități relativ mari (20-80% din masa cimentului) și înlocuiesc o parte din acesta.

Aditivi tensio-activi

Sunt utilizați fie ca **antrenori de aer**, fie ca **plastifianți**.

Antrenorii de aer sunt utilizați pentru a îmbunătăți rezistența la îngheț. În plus, îmbunătățesc lucrabilitatea betonului proaspăt. Pe de altă parte, produc o ușoară scădere a rezistenței betonului întărit.

Plastifianții au ca efect creșterea lucrabilității betonului proaspăt. Se poate obține simultan o creștere a lucrabilității și o scădere a raportului a/c.

Controlori de priză

Aceștia sunt fie **întârziatori de priză** (de exemplu gipsul) fie **acceleratori de priză** (de exemplu CaCl_2).

Adaosuri minerale

Aceste substanțe pot fi de origine naturală sau artificială (de regulă deșeuri industriale). Utilizarea unor deșeuri industriale ca adaosuri în beton prezintă un interes ecologic ridicat.

Adaosurile pot fi **cimentoide**, ca zgura de furnal, sau **puzzolanice**, ca cenușa de termocentrală, silicea ultrafină sau anumite roci vulcanice.

Adaosurile cimentoide conțin săruri de calciu și de siliciu și au o reacție de hidratare asemănătoare cu cea a cimentului Portland, dar mai lentă.

Adaosurile puzzolanice conțin doar oxizi de siliciu și dau, prin reacții lente cu CH conținut în pasta de ciment, C-S-H.

3.1.3 Structura

3.1.3.1 Observații generale

Macrostructura betonului întărit (fig. 3-2) pune în evidență existența a două faze: **agregatul și piatra de ciment**.

Dacă sunt încercate la compresiune separat, atât agregatul cât și piatra de ciment au o comportare cvasi-liniară, în timp ce betonul are o comportare puternic neliniară (fig. 3-3). Aceste rezultate experimentale arată că proprietățile betonului nu sunt influențate numai de cele două faze, ci și de interacțiunea dintre ele, care are loc în zona de contact dintre agregate și piatra de ciment, numită **zonă de tranziție**, pe o adâncime de 10-50 μm .



Fig. 3-2. Macrostructura betonului

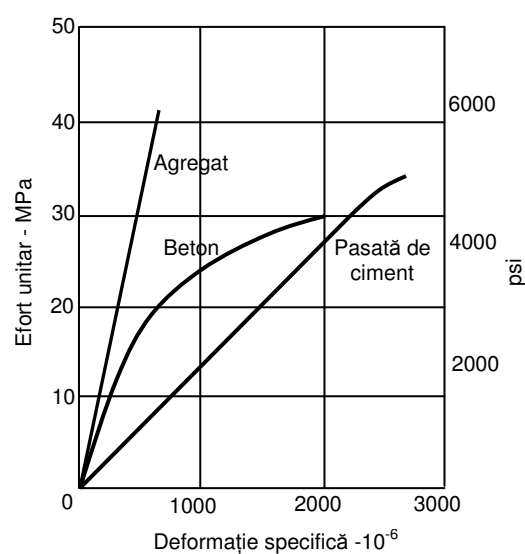


Fig. 3-3. Comportarea la compresiune a betonului și a celor 2 faze componente (Mehta&Monteiro, 2003)

3.1.3.2 Agregatele

Agregatele influențează în special greutatea specifică, modulul de elasticitate și stabilitatea dimensională a betonului.

Forma și dimensiunea maximă, precum și rugozitatea agregatelor pot influența rezistența betonului în mod indirect. Cu cât agregatele sunt mai mari, sau dacă sunt plate sau alungite, cu atât crește tendința de a se forma un film de apă sub granula de agregat și este slăbită zona de tranziție. De asemenea, agregatele rugoase aderă mai bine la piatra de ciment, și în consecință betoanele cu agregate concasate au o rezistență mai mare decât cele cu agregate de râu.

Granulometria joacă de asemenea un rol important, urmărindu-se obținerea unui amestec cu compactitate maximă. Cum nu există o teorie recunoscută, granulometria optimă se stabilește empiric, utilizând curbe granulometrice recomandate în norme.

3.1.3.3 Pasta de ciment hidratată (*pch*)

Pasta de ciment hidratată este compusă din gelul de C-S-H, cristale de CH și CASH, pori și apă în diverse forme.

Silicații de calciu hidratați

C-S-H reprezintă 50-60% din volumul solid al *pch*. Ei formează un gel, sau cristale fibroase de talie mică care se aglomerează în lamele (fig. 3-4). Acestea au o suprafață specifică foarte mare și sunt legate puternic prin legături Van der Waals.

C-S-H dă rezistența și aderența *pch*.

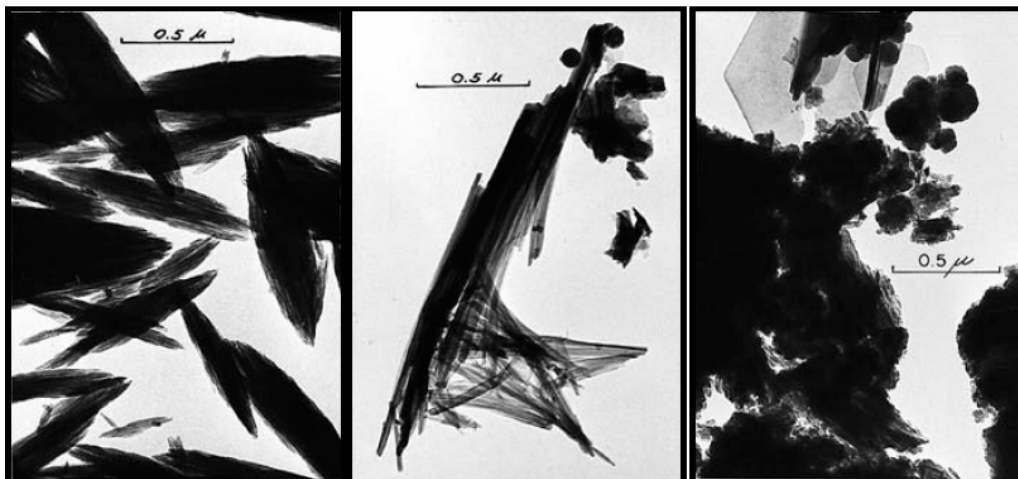


Fig. 3-4. Formarea lamelilor de C-S-H (Neithalath, 2005)

Hidroxidul de calciu

CH reprezintă circa 20-25% din volumul solid al *pch*. El se prezintă sub formă de cristale mari hexagonale (fig. 3-5).

Contribuția sa la rezistența *pch* este relativ mică. Este ușor solubil în soluții acide, micșorând durabilitatea betonului. Pe de altă parte este principalul responsabil de pH bazic al betonului, care protejează armăturile contra coroziunii.

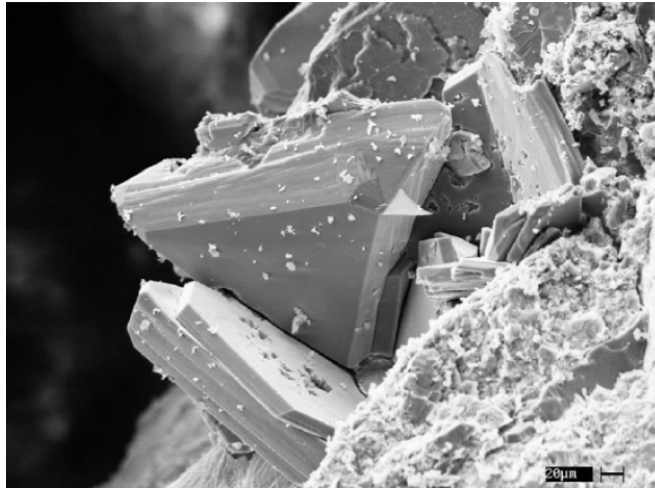


Fig. 3-5. Cristale de CH (Neithalath, 2005)

Sulfo-aluminații de calciu hidratați

Ocupă 15-20% din volumul solid al *pch* și joacă un rol minor în rezistența pietrei de ciment. În primele momente al hidratării se formează trisulfat (etringită, fig. 3-6), care apoi se poate descompune în monosulfat.

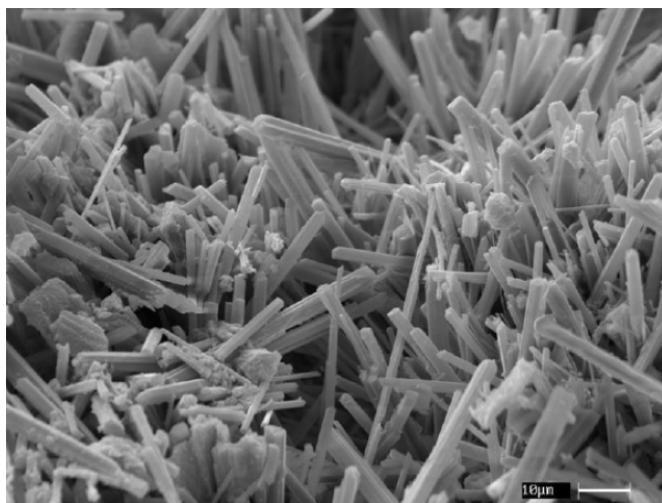


Fig. 3-6. Cristale de etringită (Neithalath, 2005)

Granule de ciment nehidratate

Granulele de ciment rămân mult timp nehidratate după începerea prizei și întăririi betonului. Se consideră în general că granulele de ciment nu trebuie să depășească 50 nm pentru ca hidratarea granulei să poată fi completă.

Prođușii de hidratare se aglomerează în jurul granulei, îngreunând accesul apei către miezul acesteia.

Porii din pasta de ciment hidratată

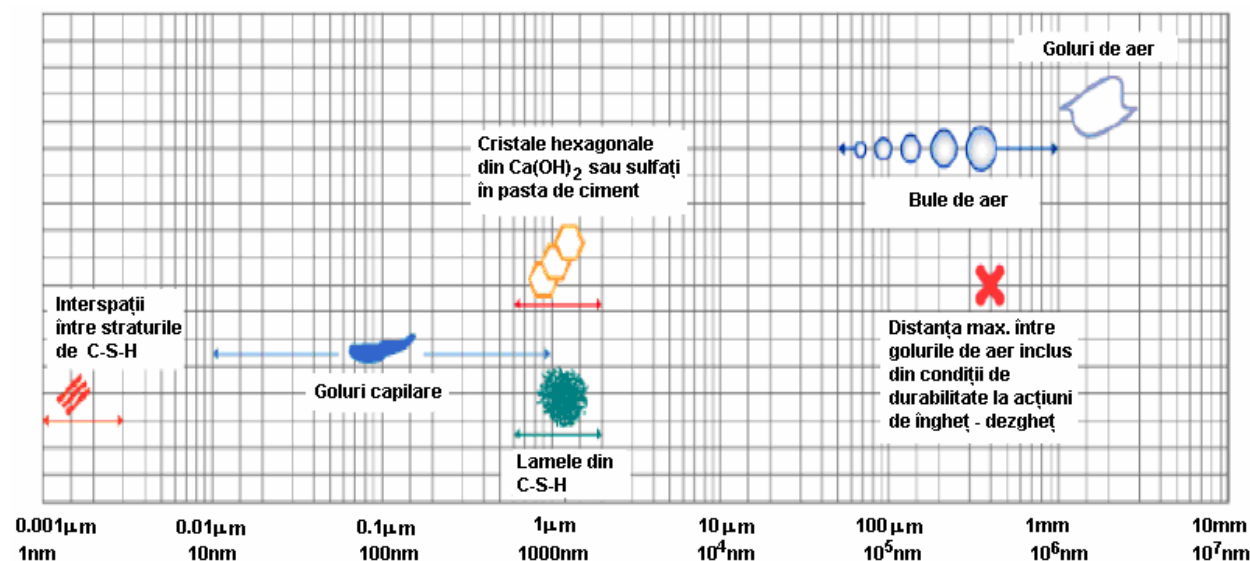


Fig. 3-7. Dimensiunile solidelor și porilor din *pch* (Mehta&Monteiro, 2003)]

Produșii de hidratare nu ocupă complet volumul inițial de apă și de ciment (contractia Le Chatelier). De asemenea, o parte din apă este în exces, față de necesarul pentru hidratare. În consecință rămân spații neocupate de pasta de ciment hidratată, care sunt numite **pori**.

Porii pot fi clasificați după dimensiunile lor :

- **Spații interlamelare în C-S-H:** Sunt de ordinul a 5-25 Å. Sunt prea mici pentru a avea un efect defavorabil asupra rezistenței și permeabilității *pch*. Totuși, migrația apei care există în aceste spații produce contracție de uscare și fluaj.
- **Porii capilari:** sunt spații rămase neocupate după formarea produșilor de hidratare. Dacă cimentul este bine hidratat și raportul a/c nu a fost mare, porii au dimensiuni între 10 și 50 nm. În piatra de ciment cu raport a/c ridicat porii pot avea 3-5 mm. Porii mai mari de 50 μm se numesc **macropori**, și au un efect defavorabil asupra rezistenței și permeabilității. Porii mai mici de 50 μm se numesc **micropori** și influențează contracția de uscare și fluajul.
- **Bule de aer:** sunt sferice, spre diferență de porii capilari care au o formă neregulată. Bulele produse de aditivii antrenori de aer au 50-200 μm. Aerul inclus în amestec în timpul malaxării dă bule de dimensiuni mari, până la 3 mm. De fapt antrenorii de aer “dispersează” aerul antrenat în timpul malaxării, formând bule mici. Bulele de aer au un efect defavorabil asupra rezistenței.

Apa în pasta de ciment hidratată

Pasta de ciment hidratată, în funcție de porozitatea sa și de umiditatea mediului, poate să conțină o cantitate importantă de apă. Clasificarea următoare are drept criteriu dificultatea cu care apa poate fi extrasă din piatra de ciment:

- **Apa capilară:** Este prezentă în porii capilari și este liberă de atracția forțelor exercitate la suprafața solidului. Se disting:

- **apa liberă**, care nu produce schimbări de volum când este eliminată (se găsește în macropori);
- **apa reținută prin tensiune capilară**, a cărei eliminare produce contracția *pch* (se află în micropori).
- **Apa adsorbită**: Este adsorbită fizic pe suprafața solidelor din *pch*. Există până la 6 straturi moleculare. Apa din straturile mai îndepărtate poate fi eliminată prin uscare la o umiditate relativă de 30%. Este principala responsabilă de contracția de uscare.
- **Apa interlamelară**: Este un strat monomolecular, legat puternic prin legături de hidrogen de lamelele de C-S-H. Nu poate fi eliminată decât printr-o uscare foarte puternică (umiditate < 11%) și dă atunci o contracție puternică a pastei de ciment.
- **Apa combinată chimic**: Face parte din structura hidraților. Nu poate fi eliminată prin uscare, ci numai prin descompunerea hidraților prin încălzire.

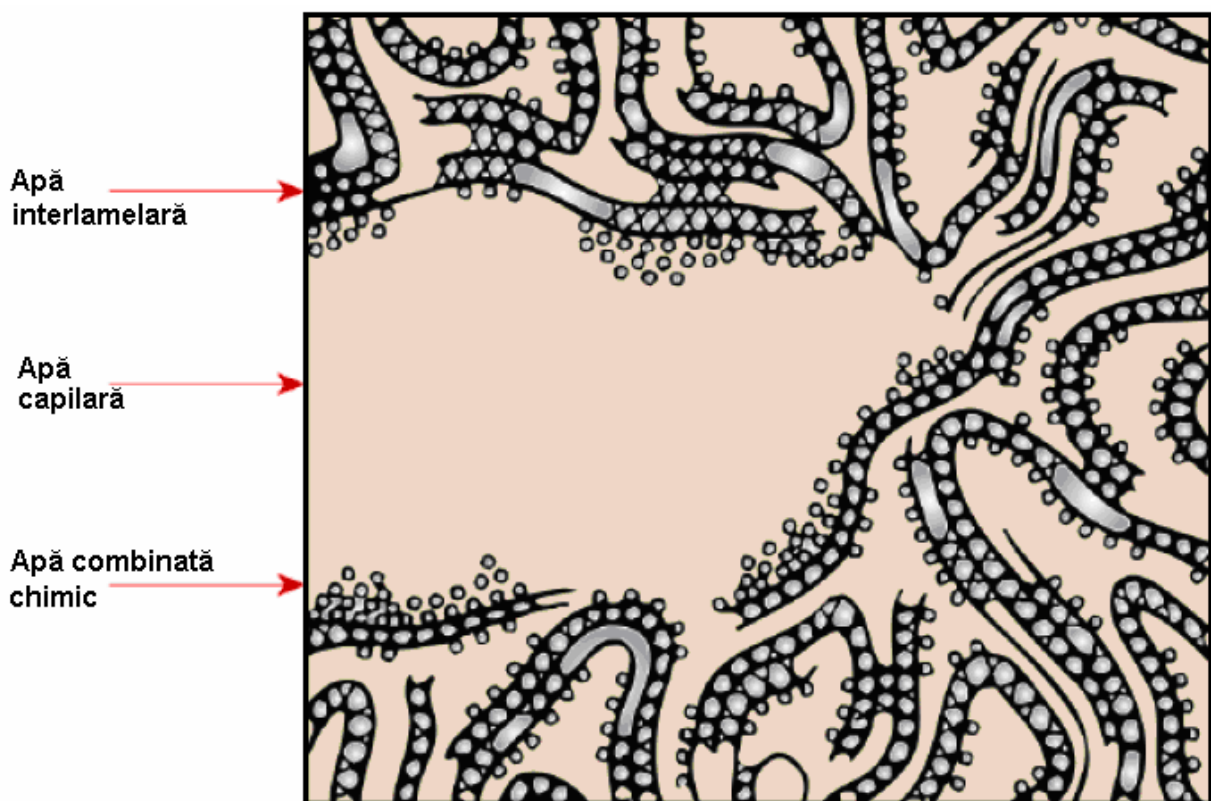


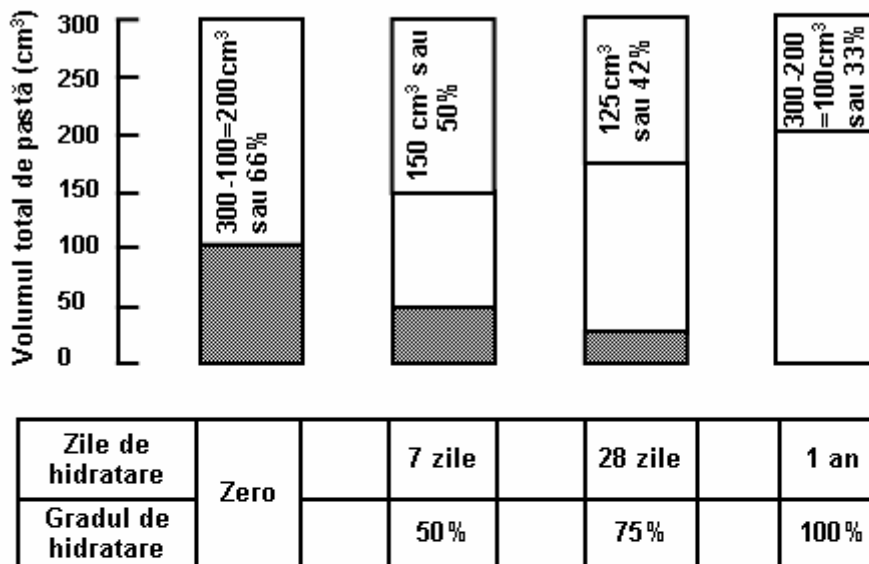
Fig. 3-8. Apa în pasta de ciment hidratată (Mehta&Monteiro, 2003)

Proprietățile structurale ale pastei de ciment hidratate

- **Rezistența**: Principala sursă de rezistență din *pch* sunt forțele de atracție Van der Waals. Datorită suprafeței specifice mari, hidrații au o bună aderență. Rezistența solidelor este invers proporțională cu porozitatea lor. Porozitate depinde în cazul *pch* de raportul *a/c* și de gradul de hidratare. Exemplul din figura 2-9, unde s-a considerat ca 1 cm³ de ciment dă 2 cm³ de produși de hidratare, ilustrează influența celor doi factori asupra porozității.
- **Stabilitatea dimensională**: Pasta de ciment saturată nu este stabilă. Atâta vreme cât umiditatea relativă rămâne 100%, nu sunt variații de volum. Când *pch* este expusă umidității naturale a mediului (de obicei 50-60%), ea pierde apă și se contractă. Legătura între pierderea de apă și contracție a fost descrisă de l'Hermite

(fig. 2-10). De îndată ce umiditatea scade sub 100%, apa liberă conținută în cavitățile mari (>50 nm) începe să fie eliminată. Aceasta nu produce contracție (A-B). Când majoritatea apei libere a fost eliminată începe eliminarea apei adsorbite (B-C) care produce contracția *pch*.

Cazul A: 100cm³ de ciment, raport constant A/C=0.63 și diverse grade de hidratare



Cazul B: 100cm³ de ciment, 100% hidratare și diverse rapoarte A/C

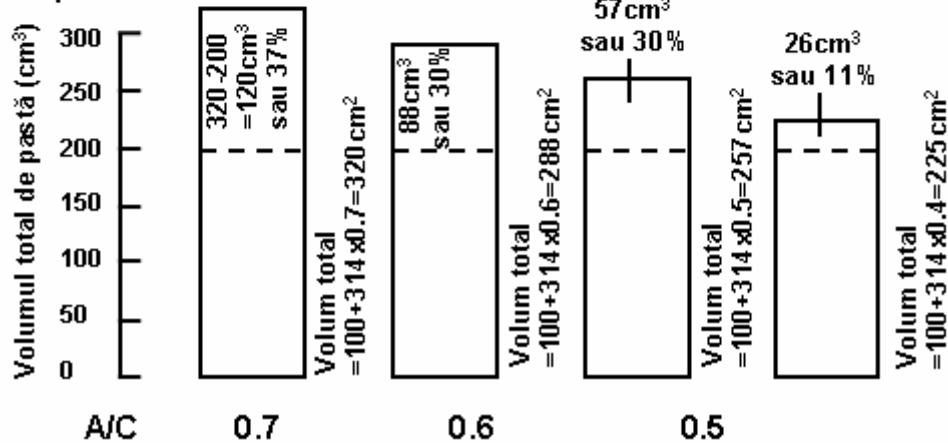


Fig. 3-9. Influența gradului de hidratare și a raportului a/c asupra porozității (Mehta&Monteiro, 2003)

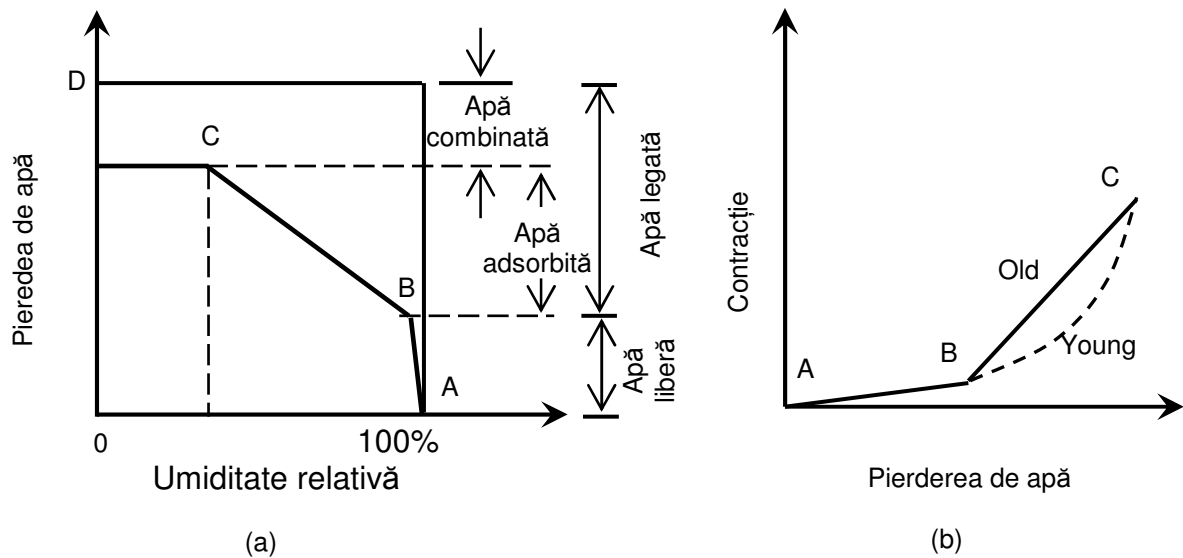


Fig. 3-10. a) Pierderea de apă în funcție de umiditatea mediului. b) Contractia în funcție de pierderea de apă. (Mehta&Monteiro, 2003)

Zona de tranziție

Existența și caracteristicile zonei de tranziție (zt) explică multe din comportarea specifică a betonului. Zona de tranziție (fig. 3-11) a fost studiată și descrisă de Maso.

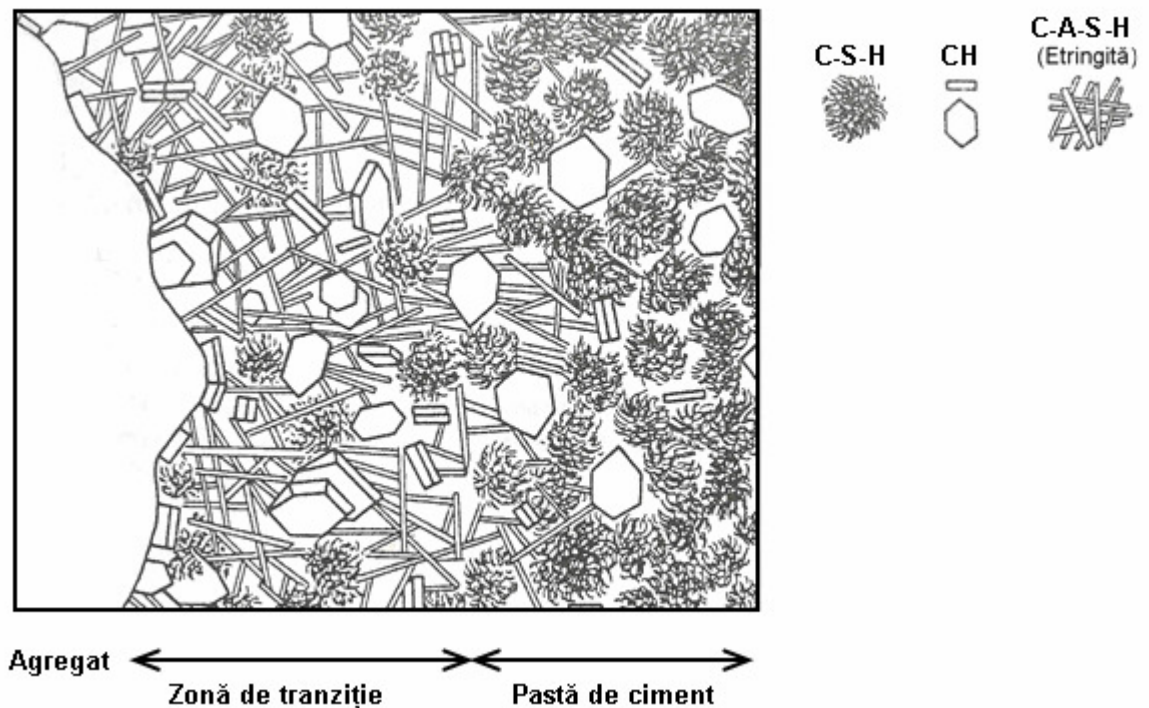


Fig. 2-11. Structura zonei de tranziție (Mehta&Monteiro, 2003)

Structura zonei de tranziție

În betonul proaspăt, în jurul agregatelor mari se formează o peliculă de apă. În consecință raportul a/c este local mai ridicat, și de aici tendința de formare a unor cristale mai mari (în special CH, aglomerate în lamele perpendiculare la suprafața agregatului) și structura *pch* este mai poroasă decât în masa matricei. Ulterior cristale de etringită și de C-S-H măresc densitatea solidelor din această zonă.

Rezistența zonei de tranziție

În afara volumului de pori mai mare și a cristalelor mai numeroase de CH, care diminuează rezistența zonei de tranziție, în această regiune există și **microfisuri**.

Rezistența mai mică face ca *zt* să fie vulnerabilă la eforturile de întindere induse de variațiile volumice diferite ale agregatului și respectiv *pch*, provocate de contracția termică și de cea de uscare. Astfel, la interfața agregat - *pch* apar microfisuri chiar înainte ca betonul să fie supus la încărcări exterioare.

Influența zonei de tranziție asupra proprietăților betonului

Zona de tranziție, de regulă cel mai slab element din sistem, este cea care **limitează rezistența betonului**. Excepție fac betoanele de înaltă rezistență (BIR) și betoanele cu agregate ușoare, la care elementul cel mai slab poate să fie granula de agregat - în primul caz datorită rezistenței sporite a *pch* și a *zt*, în cel de-al doilea, datorită rezistenței mai scăzute a agregatelor.

Din cauza *zt* betonul are o rezistență mai scăzută decât cele două componente (*pch* și agregatul). Aceasta explică și neliniaritatea curbei caracteristice a betonului: dezvoltarea microfisurilor din *zt* nu necesită un nivel energetic prea ridicat.

Zona de tranziție are de asemenea influență asupra **rigidității** (modulului de deformație) betonului. Ea face legătura între granulele de agregat și piatra de ciment și distrugerea acestor "punți" prin microfisurare împiedică transmiterea eforturilor și mărește deformațiile.

În sfârșit, *zt* are influență asupra **durabilității** betonului, căci existența microfisurilor mărește porozitatea betonului. Din această cauză permeabilitatea betonului este cu un ordin de mărime mai mare decât cea a *pch*. Ori permeabilitatea ridicată favorizează degradarea betonului și coroziunea armăturilor.

Întrebări

1. Care sunt principalii constituenți ai unui beton ? Care sunt proporțiile acestora într-un amestec tipic?
2. Care sunt principalii compuși mineralogici din ciment și ce produși de hidratare dau? Care este contribuția produșilor de hidratare la rezistența finală a cimentului hidratat?
3. Care sunt principalele tipuri de aditivi și care este rolul lor?
4. Care sunt principalele tipuri de adaosuri minerale și care este rolul lor?
5. Care sunt fazele componente ale betonului și de ce comportarea betonului diferă de cea a fiecărei faze luată separat?
6. Discutați caracteristicile fizico-chimice ale C-S-H, CH și CASH prezenți în pasta de ciment hidratată.
7. Câte tipuri de pori sunt prezente în pasta de ciment hidratată? Care sunt dimensiunile lor tipice? Discutați semnificația spațiilor interlamelare de C-S-H în raport cu proprietățile pastei de ciment hidratate.
8. Câte tipuri de apă sunt asociate cu o pastă de ciment hidratată? Discutați semnificația fiecăreia. De ce este de dorit să facem distincție între apa liberă din capilarele mari și apa din capilarele mici?
9. Care ar fi volumul de pori capilari într-o pastă de ciment cu raportul a/c=0,2 hidratată 50%? Calculați de asemenea raportul a/c necesar pentru a obține porozitate zero într-o pastă de ciment complet hidratată.

10. Când o pastă de ciment saturată este uscată, pierderea de apă nu este proporțională cu contracția de uscare. Explicați de ce.
11. Desenați o schiță tipică arătând cum diferă structura produșilor de hidratare în zona de tranziție între agregat și pasta de ciment față de masa pastei de ciment
12. Discutați de ce rezistența zonei de tranziție este în general mai mică decât a pastei de ciment hidratate. Explicați de ce betonul cedează fragil la întindere, dar nu la compresiune.
13. Păstrând toți ceilalți parametri constanți, rezistența și impermeabilitatea unui beton vor scădea dacă se mărește dimensiunea agregatului mare. Explicați de ce.

3.2 Rezistențele

3.2.1 Compresiune

3.2.1.1 Mecanismul ruperii

Betonul are o structură neomogenă. Macroporii și microfisurile sunt defecte structurale care deviază direcțiile eforturilor principale, producând concentrări de eforturi de compresiune după direcția solicitării și de întindere pe direcția perpendiculară. O reprezentare schematică a acestui fenomen este dată în figura 3-9.

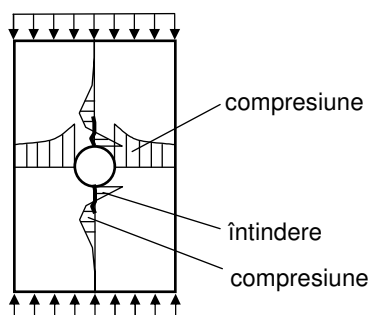


Figura 3-9. Starea de eforturi în jurul unui gol

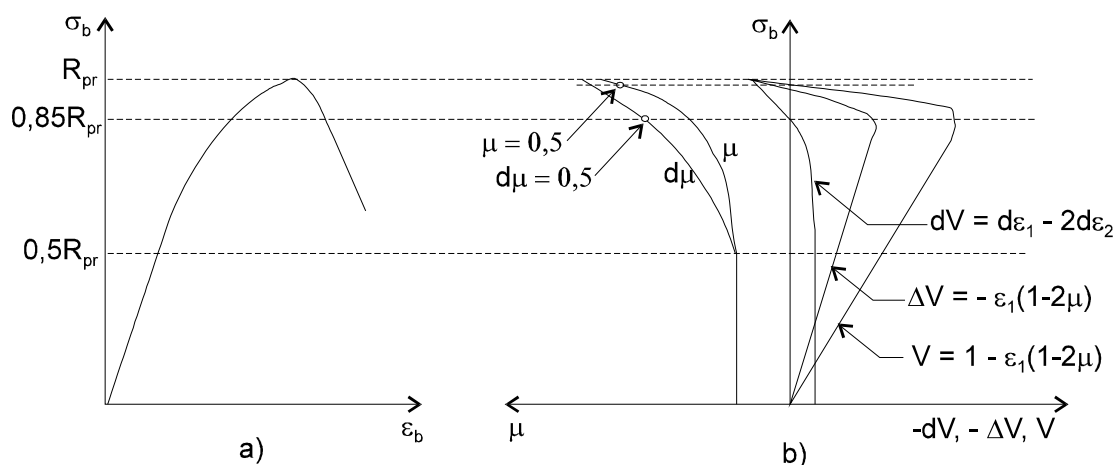


Figura 3-10. a) Relații $\sigma - \epsilon$ b) Relații $\sigma - \Delta V$, $\sigma - \Delta(\Delta V)$, $\sigma - \mu$

În timpul încercării de compresiune distingem mai multe faze de comportare (Metha) :

1. **Până la circa $0.3...0.5R_b$** betonul are o comportare liniar elastică. Microfisurile din zona de tranziție rămân neperturbate. Variația de volum este liniară, iar coeficientul lui Poisson este constant ($\approx 0,2$).

$$\Delta V/V = \epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_1(1-2\mu)$$

2. **De la $0,5$ la $0,75...0,9R_b$** curbura relației $\sigma - \epsilon$ crește treptat (comportare neliniară). Între 30 și 50% din R_b fisurile din zona de tranziție încep să se dezvolte, dar nu sunt încă fisuri în *pch*. Fisurarea este *stabilă*, adică dezvoltarea fisurilor încetează cand

încărcarea este menținută constantă. Pentru eforturi între 50 și 75% din R_b sistemul de fisuri devine din ce în ce mai instabil. Apar fisuri în *pch*. Volumul scade, dar nu liniar, și $\Delta(\Delta V)$ tinde către 0 iar coeficientul Poisson aparent crește.

3. **Dincolo de 0,75 R_b** neliniariatatea relației $\sigma-\epsilon$ se accentuează. Microfisurile se dezvoltă rapid și fisurile din zona de tranziție se unesc cu cele din *pch*. Fisurarea devine *instabilă*: sub încărcare constantă, fisurile continuă să se dezvolte. Volumul aparent crește și chiar depășește volumul inițial, iar coeficientul Poisson aparent depășește 0,5.

3.2.1.2 Factori care influențează rezistența la compresiune

S-a demonstrat experimental că rezistența și porozitatea unui material sunt în relație inversă :

$$R = R_o e^{-kp}$$

unde R_o este rezistența teoretică la porozitate 0, p este porozitatea și k o constantă a materialului.

Este dificil de stabilit o relație care să prezică rezistența betonului, din cauza numeroșilor factori care intervin ; totuși, de-a lungul timpului, au fost propuse mai multe relații empirice, care permit o evaluare suficient de precisă.

Astfel, Abrams propune încă din 1918 relația $R_b = \frac{k_1}{k_2^{a/c}}$, unde k_1 și k_2 sunt constante empirice, iar Powers propune relația $R_b = ax^3$, unde x este raportul gel/spațiu (adică $1-p$). O altă relație cunoscută este cea a lui Féret : $R_b = K \left(\frac{V_c}{V_c + V_a + V_{aer}} \right)^2$, unde V_c , V_a și V_{aer} sunt respectiv volumul de ciment, de apă și de aer.

Rezistența la compresiune a betonului depinde de numeroși factori, care interacționează într-un mod complex. Pentru simplificarea prezentării, ei vor fi grupați în 3 categorii (după Metha & Monteiro, 2003) : a) caracteristicile și proporția constituenților, b) condițiile de păstrare și c) condițiile de încercare.

a) Caracteristicile și proporția constituenților

Raportul apă-ciment. La un grad egal de hidratare al cimentului, porozitatea pastei de ciment hidratate este proporțională cu raportul a/c. Cu cât raportul a/c va fi mai mic, porozitatea va fi mai mică și rezistența betonului mai mare.

Aerul antrenat. Deși raportul a/c determină în cea mai mare parte porozitatea pastei de ciment hidratate, prezența aerului antrenat (la malaxare sau datorită folosirii unui aditiv antrenor de aer) duce la creșterea porozității și are drept consecință o scădere a rezistenței.

Tipul de ciment. Influențează rezistența la vârste mici, datorită vitezei de hidratare diferite. În final, diferențele sunt minore.

Dozajul de ciment. Pentru un beton cu lucrabilitate dată, deci cantitate de apă fixată, creșterea dozajului de ciment înseamnă o scădere a raportului a/c și, în mod indirect, o creștere a rezistenței.

Agregatele. Agregatele influențează rezistența betonului prin rezistența, mărimea, forma, textura suprafeței, granulometria și natura lor mineralogică.

Rezistența agregatelor este în general mai mare decât cea a betonului (betoane obișnuite), deci nu influențează direct rezistența acestora.

Dimensiunea maximă a agregatului poate avea două efecte opuse : pe de o parte, la același dozaj de ciment și aceeași consistență, amestecul cu agregate mari are nevoie de mai puțină apă. Pe de altă parte, agregatele mari tind să formeze lentile de apă sub ele, deci o zonă de tranziție mai slabă.

Forma alungită sau aplatizată a agregatelor influențează negativ proprietățile betonului, inclusiv rezistența.

Agregatele rugoase (de carieră) au o aderență mai bună la pasta de ciment hidratată decât agregatele rotunjite, de râu. Pe de altă parte necesită mai multă apă pentru realizarea aceleiași lucrabilități.

Granulometria influențează lucrabilitatea și segregabilitatea betonului și, în mod indirect rezistența sa. Nu există însă o teorie unanim acceptată care să prescrie granulometria optimă. Pe de altă parte, exigențe exagerate privind granulometria pot duce la creșterea costurilor. În practică, folosirea curbelor granulometrice date în norme, care rezultă din experiență, se relevă suficientă pentru obținerea unui beton cu proprietăți satisfăcătoare.

S-a constatat (experimental) că utilizarea agregatelor silicioase în locul celor calcaroase duce la o creștere a rezistenței betonului.

b) Condițiile de punere în operă și de păstrare (tratament)

Oricare ar fi eforturile depuse pentru a găsi compoziția optimă a betonului, ele sunt vane dacă se neglijează punerea în operă și păstrarea în primele zile.

Punerea în operă trebuie să asigure o compactitate și omogenitate maximă a betonului. Prin vibrare se poate elimina aerul inclus la malaxare. Totuși, o vibrare prelungită exagerat produce segregarea betonului. În timpul turnării betonului trebuie evitată segregarea. De exemplu, prin limitarea înălțimii de turnare (în general sub 1,50 m).

Prin “tratament” (în limba engleză “curing”, în franceză “cure”), înțelegem procedurile care au ca scop favorizarea hidratării cimentului (prin controlul temperaturii și umidității), aplicate după turnarea betonului în cofraj. Hidratarea cimentului se produce în condiții satisfăcătoare în condiții de saturație. Scăderea sub 80% a umidității din capilare duce la încetinirea puternică a procesului de hidratare. Creșterea temperaturii accelerează reacția de hidratare. Se recomandă o perioadă de tratament de minim 7 zile pentru betoane cu ciment Portland și o perioadă mai lungă pentru betoanele conținând cimenturi cu adaosuri.

Metodele utilizate pot fi clasificate în două categorii: cele care aduc umiditate suplimentară betonului, precum stropirea, acoperirea cu țesături imbibate cu apă, tratamentul cu vapori de apă, și cele care previn pierderea de umiditate a betonului, impermeabilizând suprafața (reținerea apei prin acoperirea betonului cu folii impermeabile sau produși impermeabilizanți care astupă porii betonului).

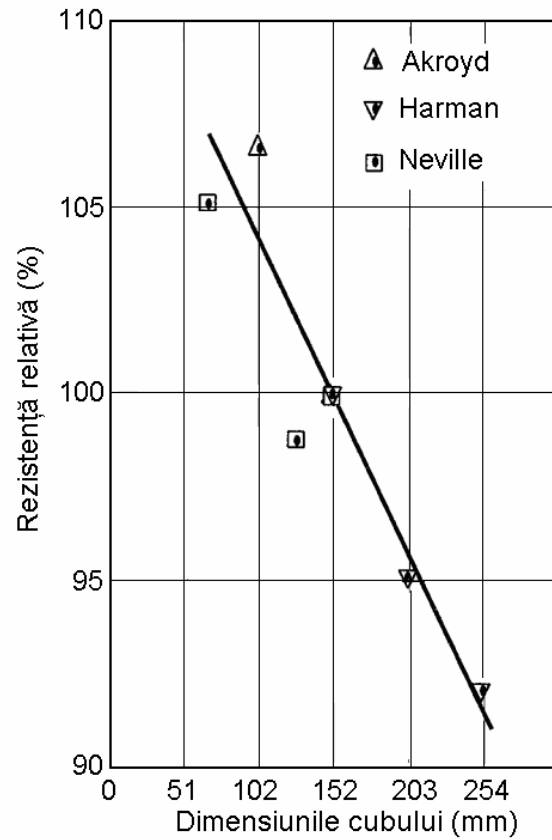


Fig. 3-11. Influența dimensiunilor epruvei asupra rezistenței la compresiune (Neville, 2000)

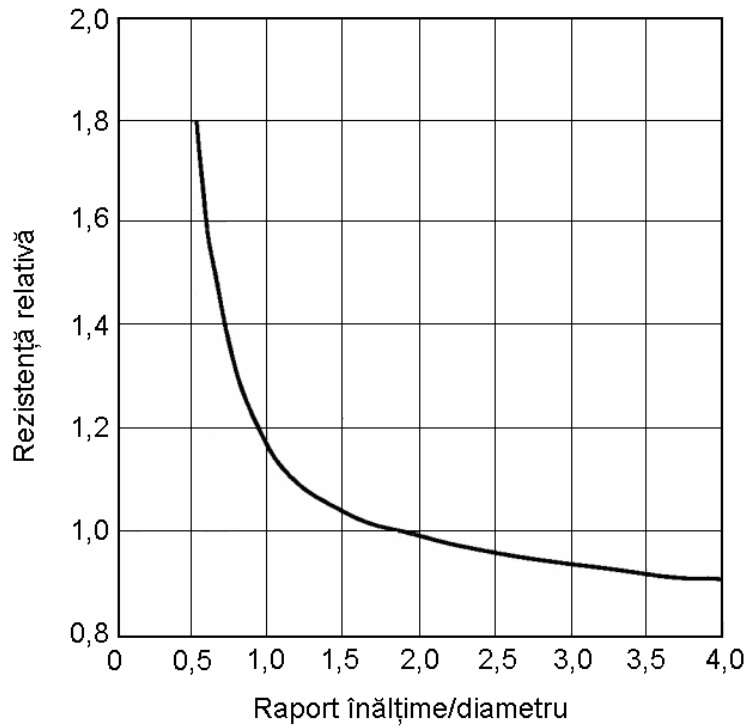


Fig. 3-12. Influența raportului dimensiunilor cilindrului asupra rezistenței la compresiune (după Gonnermann, citat de Neville)

c) Condițiile de încercare

Condițiile în care se efectuează încercarea de compresiune afectează rezultatul. În continuare sunt enumerați și discutați principalii parametri care pot interveni.

Dimensiunile epruvetei. Când acestea cresc, rezistența scade (vezi fig. 3-11)

Forma epruvetei. Datorită acțiunii platanelor preseii, care împiedică prin frecare umflarea liberă a epruvetei, epruvetele “scurte” (cuburi) au o rezistență mai bună decât cele “lungi” (prisme, cilindri) – vezi figura 3-12.

Umiditatea probei în momentul încercării. La un grad de hidratare egal, o epruvetă saturată va avea rezistența mai mică decât epruveta “uscată” (probabil din cauza presiunii apei în capilare).

Viteza de încărcare. Rezistența crește cu viteza de încărcare (figura 3-13). Totuși, în domeniul uzual de viteze (corespunzător încărcărilor obișnuite în construcții, inclusiv acțiunii seismice) creșterea rezistenței este mică. Această creștere este importantă în problemele de impact sau de explozie.

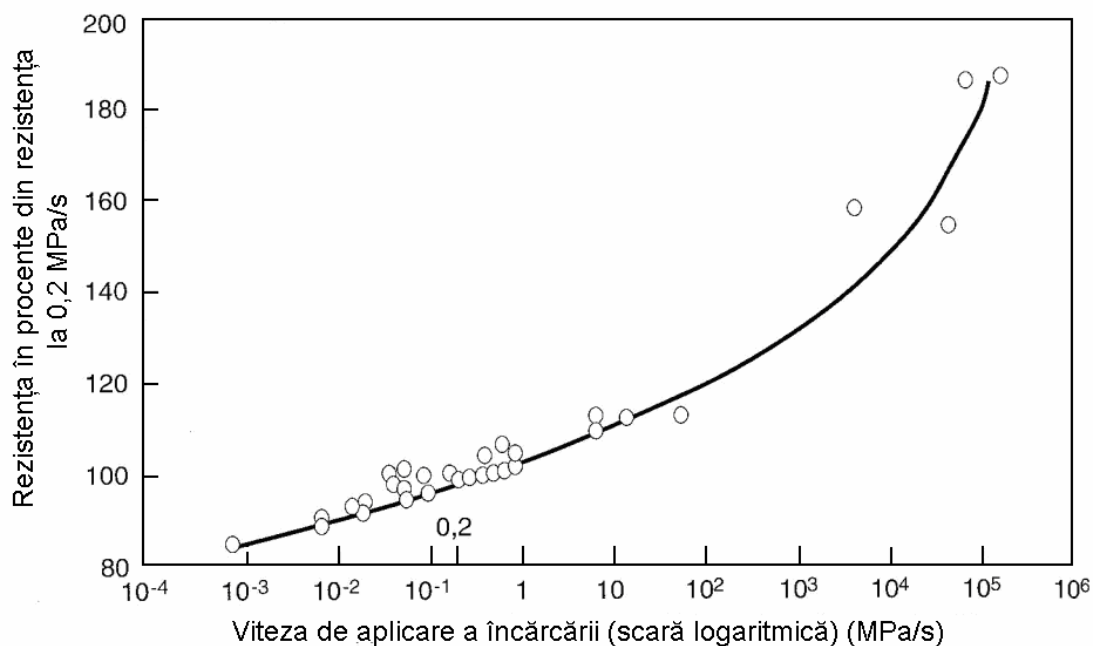


Fig. 3-13. Influența vitezei de încărcare (după McHenry & Schideler, citat de Neville)

3.2.1.3 Determinarea experimentală

Determinarea experimentală a rezistenței betonului este necesară în una din următoarele situații :

- încercări preliminare pentru stabilirea compoziției betonului ce urmează a fi folosit la execuția lucrării ;

- încercări de control pe faze, care au ca scop determinarea rezistenței betonului în diferite faze ale execuției (decofrare, transfer, manipulare), pentru comparare cu valorile prescrise ;
- încercări de verificare a rezistenței la compresiune (clasei de rezistență).

În continuare vor fi discutate încercările din ultima categorie.

Încercările pe beton la compresiune se fac pe epruvete normalizate, cuburi sau cilindri (în România, Germania, Marea Britanie pe cuburi cu latura de 15 cm, în Franța și Statele unite pe cilindri cu $h/D = 2$ et $D = 16$ cm). Deoarece condițiile de punere în operă, de păstrare și de încercare influențează rezistența, acestea sunt standardizate. În continuare sunt date exemplificativ principalele prevederi din STAS 1275-88 :

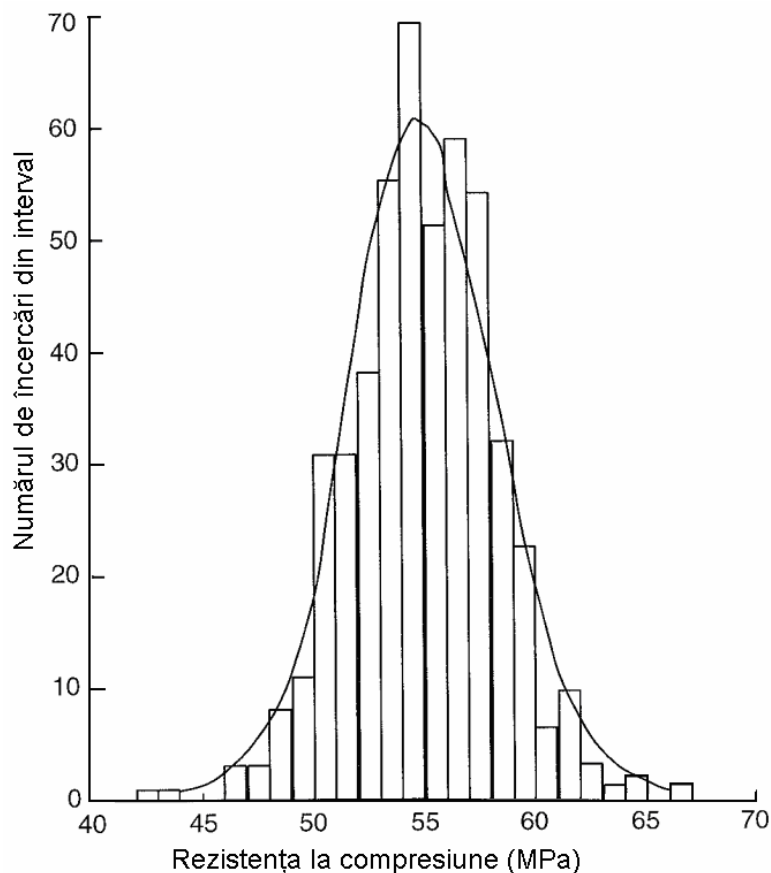


Fig. 3-14. Distribuția statistică a rezistențelor (după Moksner citat de Neville)

Betonul se compactează prin vibrare sau manual, prin împingere cu o vergea ; după aceea se nivelează suprafața liberă și apoi se acoperă cu o folie de polietilenă pentru a împiedica evaporarea apei. Epruveta este păstrată 24 de ore în tipar, la 20° ; după decofrare este păstrată 7 zile la 20° și la o umiditate relativă de 100%, apoi la 65% umiditate relativă și 20° până la data încercării. Încercarea se face de regulă la 28 de zile, dar, în unele cazuri, și la 3 sau 7 zile. Suprafața de contact cu platanele preseii trebuie să fie plană, netedă și perpendiculară pe axa elementului, altminteri rezistența va fi diminuată. Pentru cuburi, realizarea acestor condiții se face ușor dacă încercarea se face perpendicular pe direcția de

turnare. Pentru cilindri este necesară pregătirea suprafețelor, fie printr-un “capac” de sulf, fie prin polizare.

Viteza de încărcare este de asemenea reglementată, de exemplu STAS 1275-88 prevede o creștere constantă de $0,6 \pm 0,4$ MPa/s, dar astfel încât încercarea să dureze minimum 30 de secunde.

În concluzie, putem obține un *indice de rezistență la compresiune* reglementând toți parametrii încercării.

Un alt aspect important privind determinarea rezistenței este *variabilitatea statistică a rezultatelor experimentale*: în condiții identice, mai multe epruvete din același material dau rezultate diferite, ale căror valori urmează o distribuție normală (Fig. 2-14).

Se pot defini două valori ale rezistenței:

R_m = rezistența medie, care este media valorilor obținute, și

R_k = rezistența caracteristică, definită prin $p(R > R_k) = 0.95$ (valorile obținute depășesc această valoare în 95% din cazuri).

În concluzie, pentru a caracteriza un beton din punct de vedere al rezistenței, se definește **clasa de rezistență a betonului**.

Clasa betonului este rezistența caracteristică a cuburilor de beton de 15 cm latură, a căror păstrare și încercare s-a efectuat în condiții standard, la 28 de zile.

Clasa este exprimată în MPa: de exemplu, după STAS 10107/0-90, Bc30 este un beton de clasă 30, adică un beton care are o rezistență caracteristică de 30 MPa pe cuburi de 15 cm. În Eurocode 2, ca și în norma românească NE-012/99, definiția este dată atât pe cuburi, cât și pe cilindri: C20/25 este un beton cu rezistența caracteristică de 20 MPa pe cilindru sau 25 MPa pe cub.

3.2.2 Întindere

3.2.2.1 Mecanismul ruperii

Ruperea la întindere este de asemenea legată de prezența microfisurilor (Fig. 3-15). Însă dezvoltarea fisurilor este mai rapidă, datorită efectului concentrării de eforturi de la capetele fisurii. În plus, secțiunea utilă scade progresiv odată cu dezvoltarea fisurii. În consecință, rezistența la întindere este mult mai mică decât cea la compresiune și ruperea este bruscă (nu progresivă ca la compresiune).

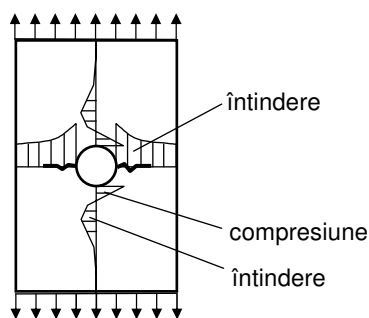


Fig. 3-15. Mecanismul ruperii la întindere

3.2.2.2 Factorii care influențează rezistența la întindere

Rezistența la întindere este influențată practic de aceiași factori ca și rezistența la compresiune.

3.2.2.3 Determinarea experimentală

Încercarea de **întindere directă** (Fig. 3-16a) este dificil de realizat, pentru că centrarea încărcării este delicată. Această încercare este efectuată de obicei numai în scopuri de cercetare.

Încercarea de **întindere prin despicare**, sau "braziliană" (Fig. 3-16b), este foarte răspândită pentru că prezintă mai multe avantaje: este ușor de realizat, dispersia rezultatelor este mai mică ca la alte tipuri de încercări și epruvetele sunt identice cu cele utilizate la încercarea de compresiune (în țările unde se folosesc cilindri la compresiune). Valorile obținute sunt cu circa 10% mai mari decât cele de la întindere directă. Încercarea se bazează pe observația că un disc elastic comprimat pe direcția diametrului are o distribuție de eforturi transversale de întindere aproape uniformă. Cilindrul este așezat orizontal între platanele presei și încărcat prin intermediul a 2 șipci de placaj pe două generatoare diametral opuse. Rezistența se calculează cu formula :

$$R_{t,d} = \frac{2P}{\pi dL}$$

unde P este forța aplicată, d este diametrul cilindrului și L este lungimea sa.

În general, între rezistența la întindere centrică și cea la întindere prin despicare există relația :

$$R_t = 0,9R_{t,d}$$

Încercarea de **întindere prin încovoiere** este de asemenea larg răspândită. O prismă de beton de 10x10x55 cm așezată pe două reazeme distanțate la 30 cm este solicitată la încovoiere prin aplicarea unei forțe în mijlocul deschiderii (Fig. 3-16c). Această încercare este preferată pentru betoanele folosite la drumuri sau platforme, pentru că se apropie cel mai mult de condițiile de solicitare din exploatare. Dacă se calculează după formula clasică din Rezistența materialelor, pentru materiale liniar-elastice ($R = M/W = M/(bh^2/6)$), se obține rezistența la încovoiere $R_{t,i}$, care este de circa 1.75 ori mai mare decât rezistența la întindere obținută prin întindere directă. Această diferență se datorează distribuției neliniare a eforturilor în zona întinsă (vezi Fig. 3-16c). Efectul neliniarității este luat în calcul prin introducerea unui modul elasto-plastic $W_{ep} = bh^2/3.5$ în locul modulului elastic $W = bh^2/6$, și în final $R_t = M/(bh^2/3.5)$. O relație mai generală între rezistența la întindere prin încovoiere și rezistența la întindere centrică, care arată dependența rezistenței la întindere prin încovoiere de dimensiunile elementului este cea dată în EN 1992-1-1 :

$$R_{t,i} = \max \{ (1,6 - h/1000)R_t; R_t \}$$

în care h este înălțimea grinzii în mm.

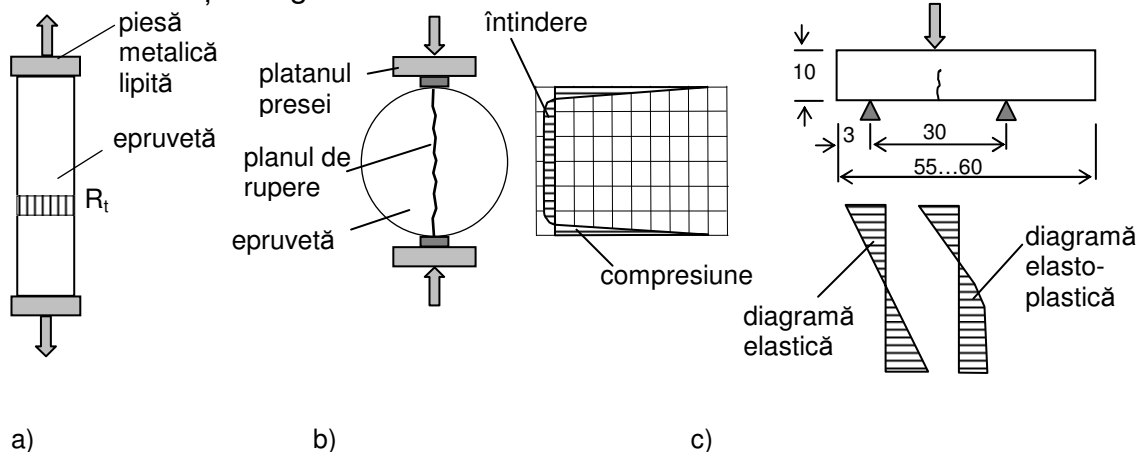


Fig. 3-16. Încercări de întindere a) întindere directă b) întindere prin despicare c) întindere prin încovoiere

3.2.3 Relația între rezistențele la compresiune și la întindere

Există cu certitudine o relație între rezistența la compresiune și cea la întindere (Fig. 3-17). Dacă rezistența la compresiune crește, crește și rezistența la întindere, dar mai încet. Au fost propuse mai multe formule empirice, în general de tipul $R_t = k(R_c)^n$, cu n cuprins între $\frac{1}{4}$ și $\frac{3}{4}$. Expresia matematică utilizată în normele românești (STAS 10107/0-90), ca și în norma europeană (EN 1992-1) este:

$$R_{tk} = 0.21(R_{ck})^{2/3} \quad [\text{MPa}]$$

unde R_{ck} și R_{tk} sunt rezistențele caracteristice la compresiune și respectiv la întindere.

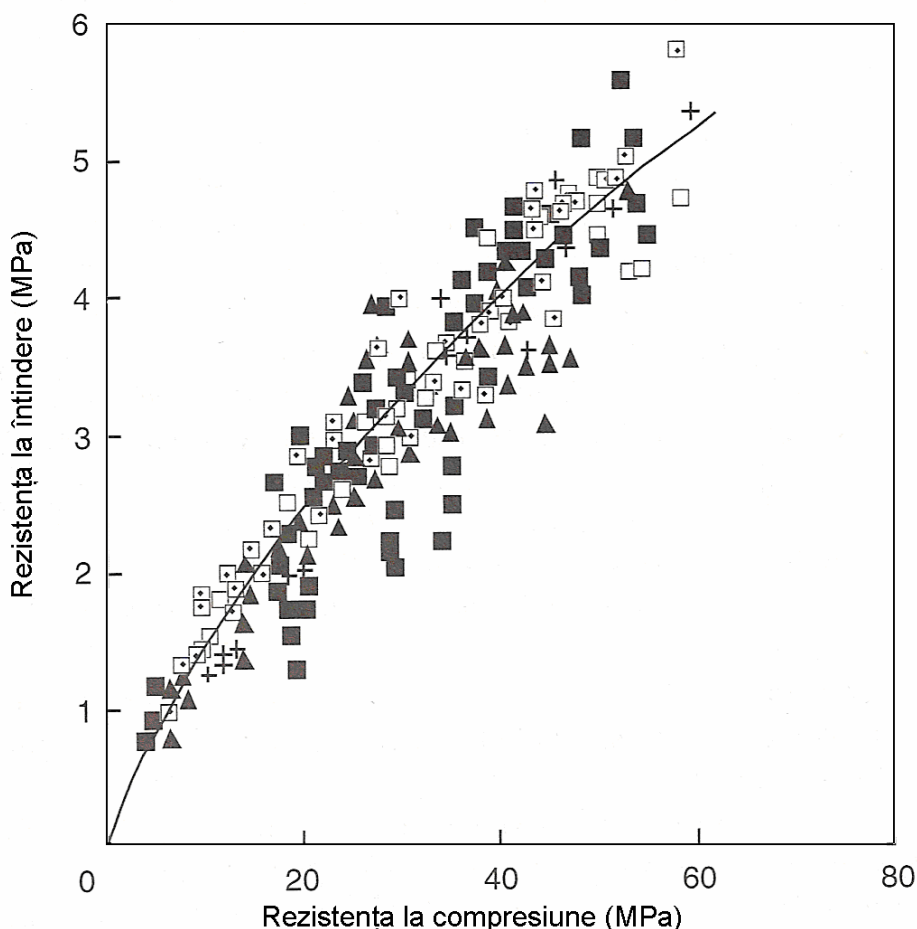


Fig. 3-17. Relația între rezistențele la întindere și la compresiune (Olokoun citat de Neville)

Întrebări

1. De ce este rezistența la compresiune proprietatea cea mai apreciată de inginerii proiectanți ?
2. Explicați care este legătura dintre porozitate și rezistență.
3. Explicați cum influențează raportul apă/ciment rezistența pastei de ciment hidratate și a zonei de tranziție din beton.
4. Pentru un ciment tip I sau tip IR, la un raport apă/ciment identic, vor fi rezistențele finale diferite ? Dar rezistențele inițiale ? Argumentați răspunsul.
5. Ce înțelegeți prin *tratamentul (cura) betonului*?

6. Rezistența betonului este influențată de mulți factori. Explicați pe scurt care din cele două opțiuni listate mai jos va duce la un beton cu rezistență mai mare la 28 de zile:

- (a) Raport apă/ciment de 0.5 sau 0.4.
- (b) Tratare în mediu saturat la 25 °C sau 10 °C.
- (c) Folosirea de cuburi cu latura de 100 mm sau de 200 mm.
- (d) Încercarea la compresiune cu o viteză de 2 N/mm².s sau 0,4 N/mm².s.
- (e) Încercarea epruvetelor în stare saturată sau uscate în aer.

7. Care este relația dintre rezistența la compresiune și cea la întindere ?

8. Ce este clasa betonului ? Cât este, conform EN 1992-1-1, rezistența de calcul la compresiune a unui beton de clasă C 25/30 ? Dar rezistența de calcul la întindere ?

3.3 Deformațiile

3.3.1 Considerații generale

Betonul este, ca toate materialele reale, deformabil. Comportarea sa este însă complexă și nu poate fi simulată prin modelele idealizate utilizate curent în mecanica structurilor (Fig 3-19a, b). Într-adevăr, sub încărcări de scurtă durată relația efort – deformație este neliniară, nesimetrică și există deformații remanente la descărcare (Fig. 3-19c).

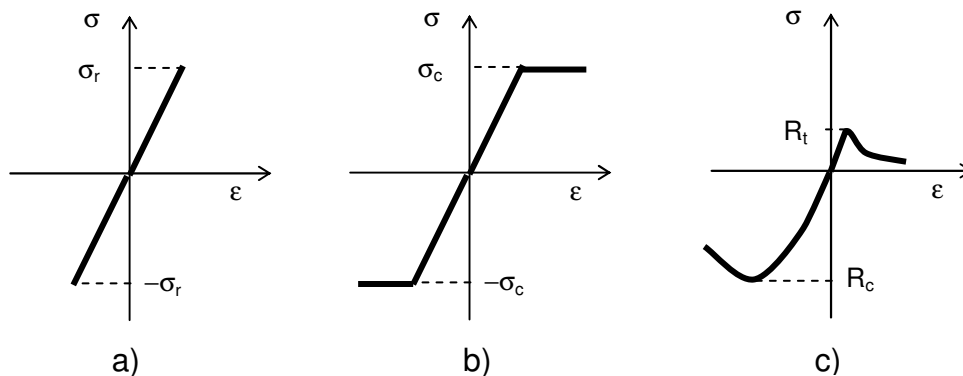


Fig. 3-19. Relații efort unitar – deformație specifică pentru : a) materialul liniar-elastic b) materialul elasto-plastic c) beton

În plus, sub încărcări de lungă durată betonul are o comportare vâsco-elasto-plastică : eforturile scad sub deformație constantă (relaxare) și deformațiile cresc sub efort constant (fluaj), iar aceste fenomene sunt doar parțial reversibile.

În sfârșit, betonul poate avea variații dimensionale chiar în absența forțelor exterioare aplicate, fie din cauza unei variații de umiditate (contractie sau umflare) fie din cauza unei variații de temperatură (dilatare sau contractie termică).

Într-o construcție, betonul este în general împiedicat să se deformeze liber din contractia de uscare sau din variații de temperatură și aceasta induce eforturi interne care pot duce la fisurare. Relaxarea are, din acest punct de vedere, efecte favorabile, după cum se vede și în Fig. 3-20.

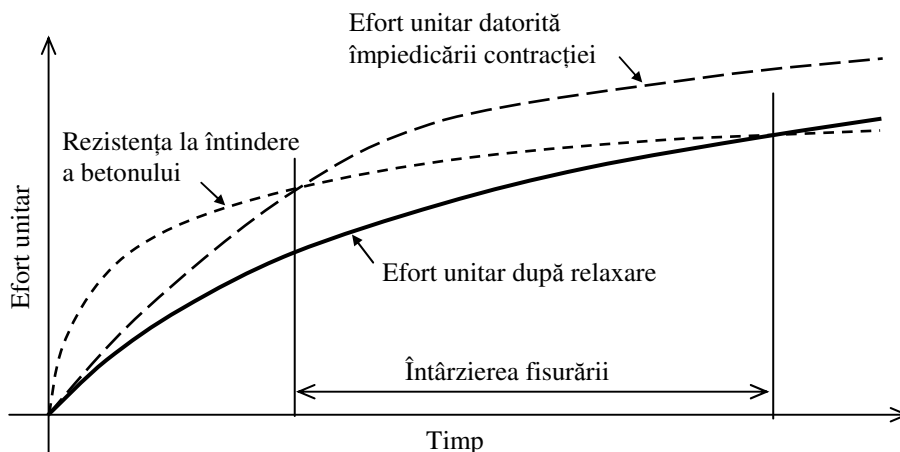


Fig. 3-20. Efectul relaxării și contractiei – reprezentare de principiu (Mehta&Monteiro, 2003)

Dimpotrivă, fluajul (curgerea lentă) poate avea efecte negative, prin amplificarea efectelor de ordinul 2 în cazul elementelor zvelte, sau prin scăderea efectului precomprimării, în cazul elementelor din beton precomprimat.

3.3.2 Deformații sub încărcări de scurtă durată

Este dificilă disocierea deformațiilor instantanee de cele de fluaj. Cu excepția impactului și a exploziei, aplicarea încărcărilor durează destul pentru ca fluajul să se manifeste într-o anumită măsură. În ceea ce privește încercările, vom considera, de o manieră destul de arbitrară, ca acțiuni de scurtă durată acțiunile la care viteza de încărcare este mai mare decât 10 MPa/min.

3.3.2.1 Compresiune monotonă

Curba caracteristică

Forma tipică a curbei caracteristice, pentru betoane de diverse rezistențe, este dată în Fig. 3-21 :

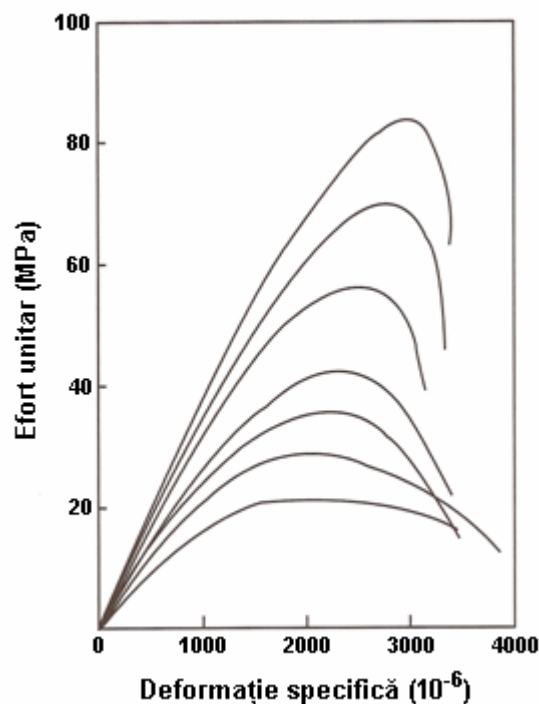


Fig. 3-21. Relația efort unitar – deformație specifică pentru betonul comprimat (Neville, 2000)

Deformații caracteristice

Deformația betonului comprimat corespunzătoare rezistenței (vârful curbei caracteristice) este relativ constantă și are valoare de circa $\epsilon_{c1} = 0.002$ pentru betoanele

obișnuite. Pentru betoanele de rezistențe mai mari, această valoare crește, după cum se poate observa în Fig. 3-21.

În EN 1992-1-1, valoarea ei variază în funcție de rezistența medie a betonului la compresiune f_{cm} conform relației următoare :

$$\varepsilon_{c1} (\%) = 0,7 f_{cm}^{0,31} < 2.8$$

Dacă se ține seamă de comportarea postcritică, deformația ultimă ε_{c1u} este definită în mod convențional ca deformația corespunzătoare unei valori a efortului unitar egale cu 0.85 din rezistență. Ea variază în funcție de :

- Rezistența betonului (Figura 3-22a): ε_{c1u} scade cu creșterea rezistenței;
- gradientul de deformație pe secțiune (Figura 3-22b): 0.002 la compresiune centrică față de 0.003 - 0.004 la încovoiere;
- forma zonei comprimate (Figure 3-22c).

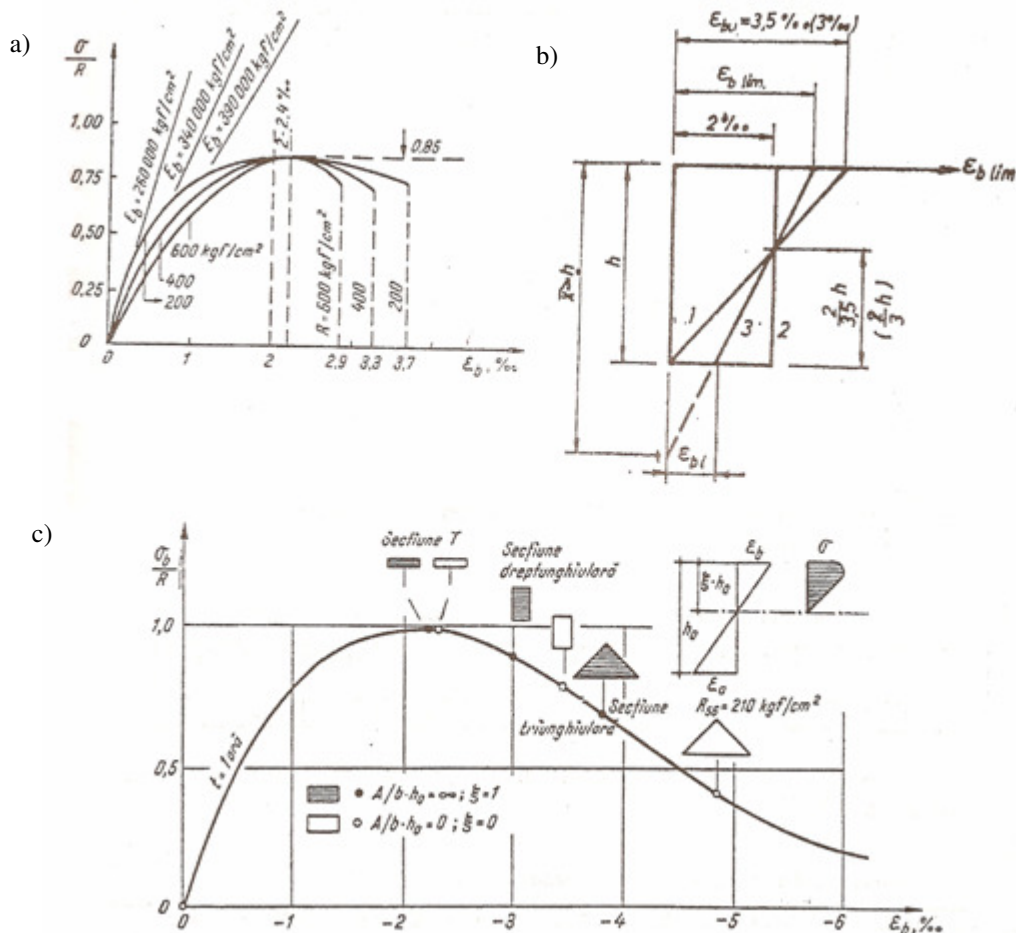


Fig. 3-22. Deformația ultimă a betonului în funcție de a) rezistența sa b) gradientul de deformație pe secțiune c) forma zonei comprimate (Avram et al., 1971)

Modulul de deformație

Rigiditatea unui material este dată de panta curbei caracteristice. Dacă pentru un material liniar-elastic aceasta are o valoare unică, modulul de elasticitate $E = \sigma/\varepsilon = d\sigma/d\varepsilon$, pentru beton se pot defini mai multe module de deformație (Figura 3-23):

- modulul **dinamic** (E_d), reprezentat de panta în origine, este cel care caracterizează răspunsul la o încărcare foarte rapidă (impact, explozie);
- modulul **tangent** (E_t) este panta tangentei la curba caracteristică într-un punct de coordonate (σ, ϵ) și este definit prin $E_t = d\sigma/d\epsilon$;
- modulul **secant** (E_s) este panta corzii care pleacă din origine până la punctul de coordonate (σ, ϵ) ;
- modulul **static** (E_b), dat de majoritatea normelor naționale, este un modul secant măsurat între un punct apropiat de origine ($\sigma \cong 0.5 \text{ MPa}$) și un alt punct situat la aproximativ 40% din rezistență.

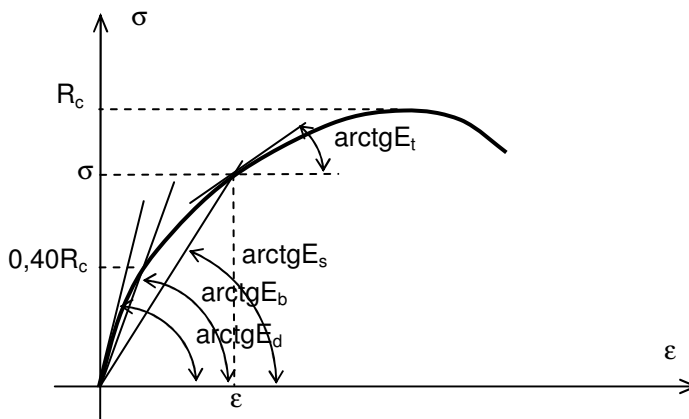


Fig. 3-23. Module de deformație ale betonului

Multe norme naționale dau modulul E_b în funcție de rezistența la compresiune, printr-o relație în care $E_b = f(f_{cm}^{1/2})$.

Normele românești (STAS 10107/0-90) dau direct valorile E_b în funcție de clasa betonului.

Tabelul 3-1. Modulul de deformație al betonului în funcție de clasa sa (STAS 10107/0-90)

Clasa du betonului	Bc 7,5	Bc 10	Bc 15	Bc 20	Bc 25	Bc 30	Bc 35	Bc 40	Bc 50	Bc 60
E_b (GPa)	14	21	24	27	30	32,5	34,5	36	38	40

Norma europeană EN 1992-1-1 utilizează relația: $E_{cm} = 9.5(f_{ck}+8)^{1/3}$, unde f_{ck} este rezistența caracteristică în MPa.

Tabelul 3-2. Modulul de deformație al betonului în funcție de clasa sa (EN 1992-1-1)

Clasa du betonului	C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/40	C 40/50	C 45/55	C 50/60
E_{cm} (GPa)	26	27.5	29	30.5	32	33.5	35	36	37

Modulul de elasticitate al betonului depinde de modulul de elasticitate al constituenților săi. În tabelul 3-2 se indică valori aproximative ale modulului secant E_{cm} , pentru σ_c între 0 și $0,4f_{cm}$, pentru betoane conținând agregate cuarțoase. Pentru agregate calcaroase și agregate din gresie se reduc valorile cu 10 % și respectiv 30 %, în timp ce pentru agregate bazaltice se măresc valorile cu 20 %.

Trebuie remarcat că, în ambele norme, este vorba despre valorile medii ale modulului la 28 de zile.

Expresia matematică a curbei caracteristice

În literatură au fost propuse numeroase expresii matematice. Una din cele mai frecvent utilizate, adoptată și în normele românești, este o parabolă de gradul 2, continuată cu o linie orizontală în cazul încovoierii (Figura 3-24) :

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad \text{pentru } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{pentru } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

în care:

ε_{c2} este deformația atinsă la efortul maxim (în mod curent 0,002);
 ε_{cu2} este deformația ultimă (în mod curent 0,0035).

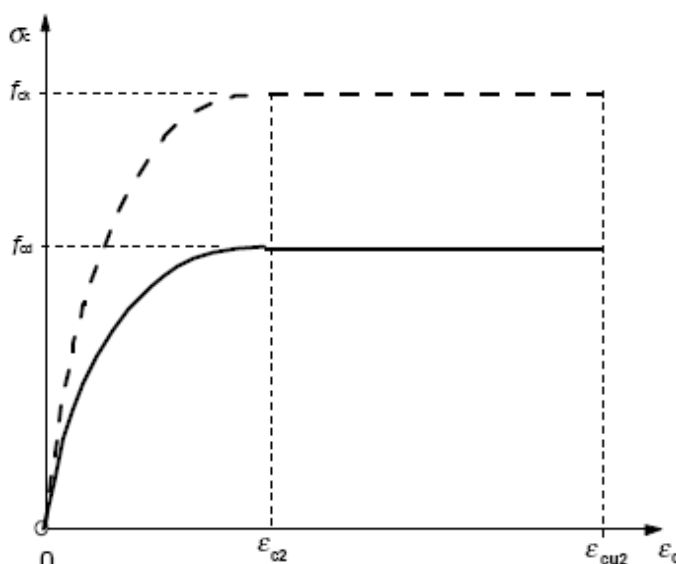


Fig. 3-24. Diagrama efort unitar-deformație specifică a betonului pentru calculul la SLU (STAS 10107/0-90, EN 1992-1-1).

Această relație este ușor de utilizat și dă rezultate foarte bune în calculul la starea limită de rezistență. Totuși, dacă dorim să evaluăm deformațiile structurii, trebuie să ținem cont de faptul că această relație impune $E_c = 1000f_c$, ceea ce subestimează valoarea reală a lui E_c .

Eurocodul (EC 2) face distincție între diagrama pentru analiza structurală și cea utilizată pentru verificarea secțiunilor transversale la SLU. În cea de-al doilea caz se recomandă diagrama din figura 3-24. Pentru analiza structurală, EC 2 dă diagrama din figura 3-25.

Relația propusă pentru diagrama efort unitar – deformație specifică este:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

în care :

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$\varepsilon_{c1} = -0.0022$$

$$k = (1.1 E_{c, \text{nom}}) \varepsilon_{c1} / f_c$$

Valorile ε_{cu} variază între -0.0036 (C 12/15) și -0.0028 (C 50/60).

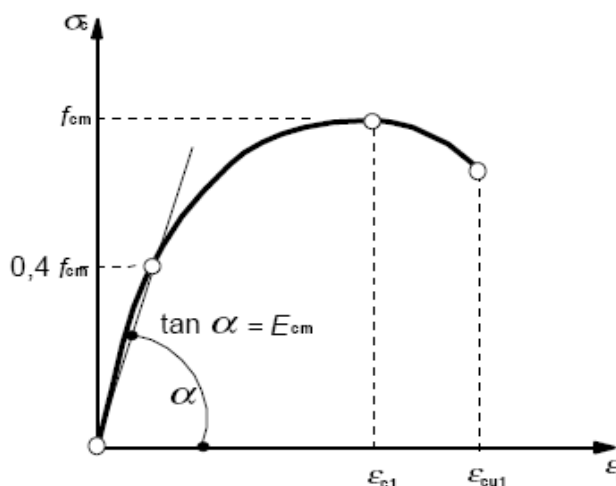


Fig. 3-25. Diagrama efort unitar-deformație a betonului pentru analiza structurală (EN 1992-1-1).

Pot fi utilizate și diagrame biliniare, cu condiția să fie echivalente celor descrise mai sus.

3.3.2.2 Compresiune ciclică

Până aici a fost prezentată comportarea betonului supus la o încărcare monoton crescătoare. Totuși, în multe cazuri încărcarea se aplică repetat (de exemplu la poduri).

Dacă un material ajunge la rupere sub acțiunea încărcărilor repetate, care produc eforturi inferioare rezistenței materialului, fenomenul se numește **oboseală**.

Dacă se consideră o epruvetă de beton sollicitată la compresiune, la eforturi unitare variind între σ_{\min} și σ_{\max} , relația efort - deformație (Figura 3-26) își schimbă forma în funcție de numărul de cicluri, trecând de la o formă convexă la o dreaptă și în final la o formă concavă. Intervalul $\sigma_{\min} - \sigma_{\max}$ la care betonul poate rezista la un număr dat de cicluri de încărcare este dat de diagrama Goodman modificată (Figura 3-27).

Cauza probabilă a ruperii la oboseală este acumularea degradărilor în zona de tranziție.

Un caz particular foarte interesant este cel al acțiunilor seismice, care produc un număr redus de cicluri de încărcare de intensitate mare. Ruperea se produce în acest caz după un număr redus de cicluri (Figura 3-28) și se numește oboseală oligo - ciclică ("low cycle fatigue").

Înfășurătoarea drumurilor de încărcare este identică cu curba caracteristică pentru încărcarea monotonă, proprietate numită de "unicitate". Se remarcă de asemenea o degradare rapidă a rigidității.

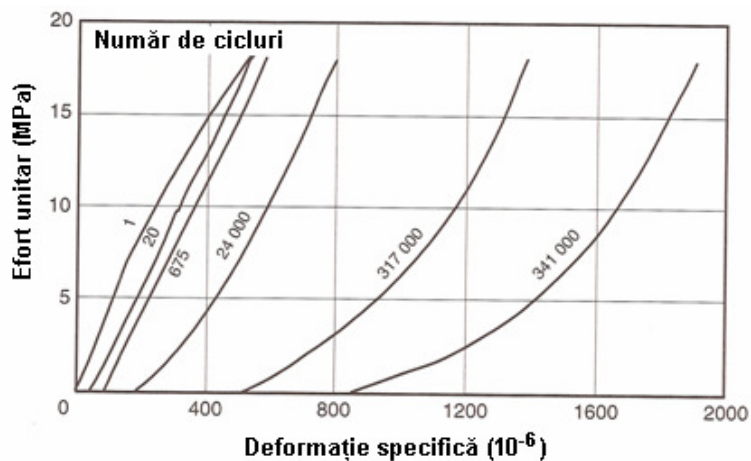


Fig. 3-26. Curbe efort unitar-deformație specifică pentru solicitări repetate (Neville, 2000)

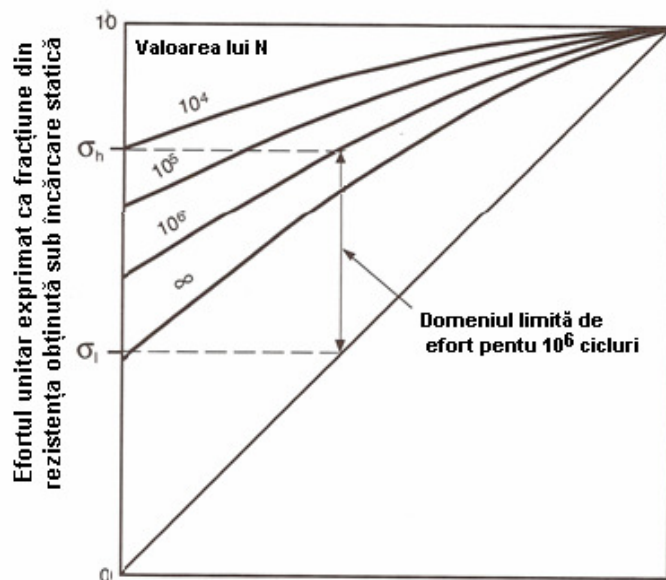


Fig. 3-27. Diagrama Goodman modificată pentru beton (Neville, 2000)

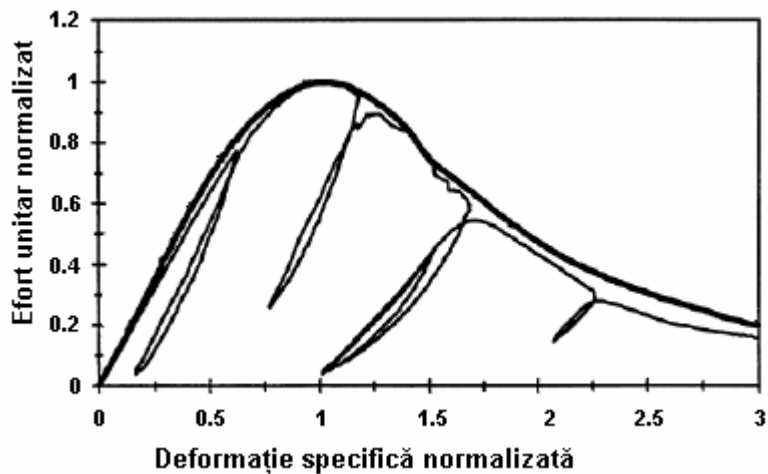


Fig. 3-28. Curbe efort unitar-deformație specifică ale betonului sub solicitări ciclice de mare intensitate (Bahn&Hsu, 1998)

3.3.2.3 Întindere

Deformația betonului la întindere este circa 0.00008 - 0.0001. Relația σ - ε este practic liniară până la valoarea maximă a efortului unitar. Dacă încercarea este controlată în deplasări, se poate pune în evidență o ramură descendentă după vârf (Figura 3-29a).

Normele românești (Figura 3-29b) recomandă o relație matematică similară cu cea utilizată la compresiune (o parabolă de gradul 2).

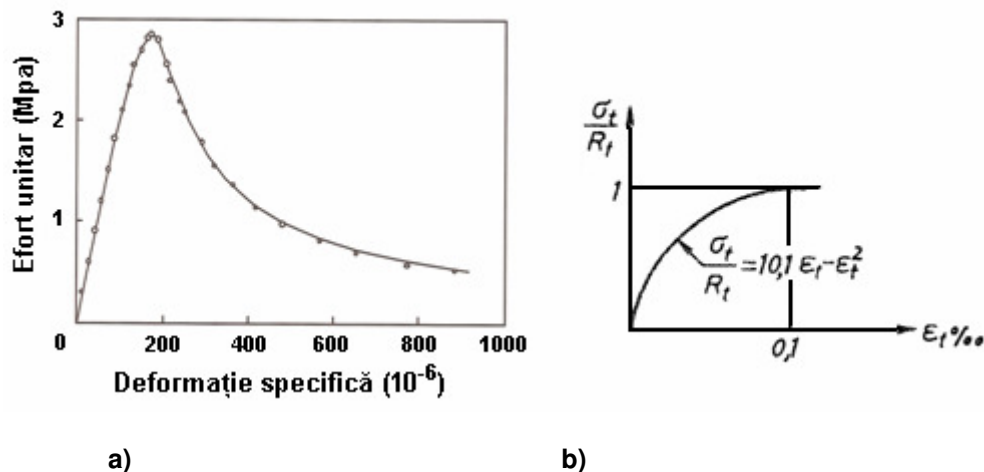


Fig. 3-29. Relații σ - ε pentru betonul întins : a) experimentală (Neville, 2000), b) conform STAS 10107/0-90

3.3.2.4 Stări multiaxiale de eforturi

Stare biaxială de eforturi

Principala dificultate întâmpinată de cercetători este realizarea unui câmp omogen de deformații și de eforturi în cursul încercărilor. O soluție adecvată a fost găsită de Kupfer, Hilsdorf și Rüşch, care au utilizat platane de presă în "perie", care nu împiedicau deformațiile transversale ale epruvetei. Rezultatele lor sunt principala referință în acest domeniu, și aceste rezultate sunt rezumate și comentate mai jos.

- Compresiune - compresiune.** Rezistența crește cu 27% pentru $\sigma_1/\sigma_2 = 0.5$ și cu 16% pentru $\sigma_1/\sigma_2 = 1$ (Figura 3-30a). Planul de fisurare este paralel cu planul în care acționează eforturile. Scurtarea specifică poate atinge 0.003 și alungirea 0.002 (Figura 3-30b).
- Compresiune - întindere.** Rezistența la compresiune scade când efortul de întindere crește (Figura 3-30a). Deseori se consideră, în mod simplificat, o relație liniară. Deformațiile maxime, atât la compresiune cât și la întindere, scad când efortul de întindere crește (Figura 3-30c).
- Întindere - întindere.** Rezistența la întindere rămâne practic egală cu cea de la întindere monoaxială. La fel pentru deformații (Figura 3-30d).

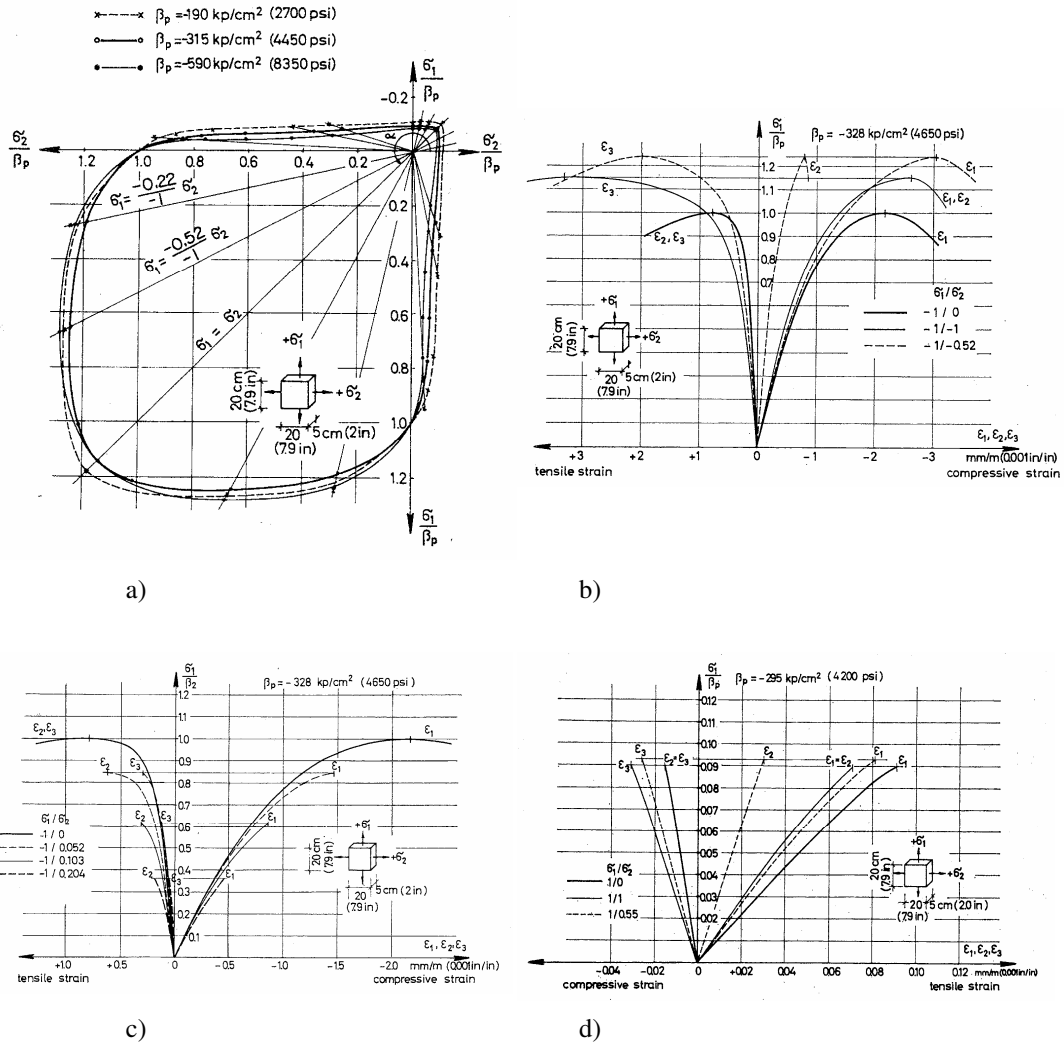


Fig. 3-30. Starea biaxială de eforturi a) curba limită de interacțiune b) compresiune biaxială c) compresiune-întindere d) întindere biaxială (Kupfer et al., 1969)

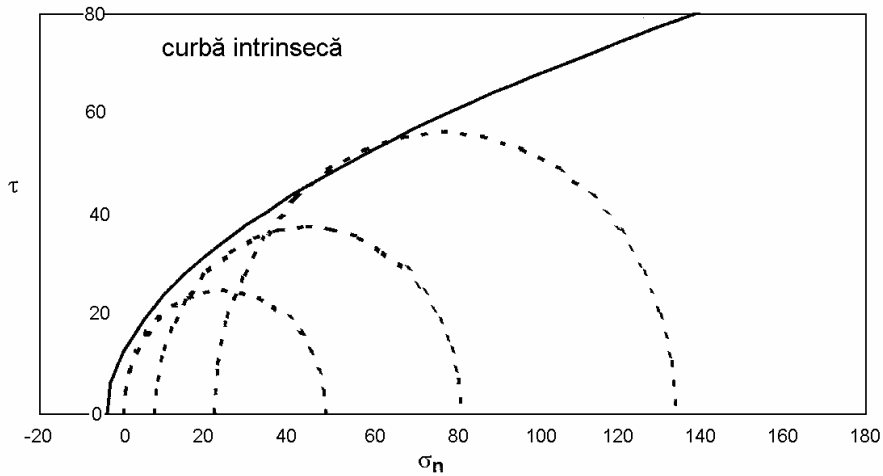


Fig. 3-31. Criteriul Mohr-Coulomb (Lahlou et al., 1997)

O reprezentare curentă a stării plane de eforturi este dată de cercul lui Mohr. Înfășurătoarea cercurilor lui Mohr pentru diverse stări limită dă criteriul Mohr - Coulomb

(Figura 3-31). Această reprezentare permite determinarea directă a combinației de eforturi σ și τ la rupere.

Starea triaxială de eforturi

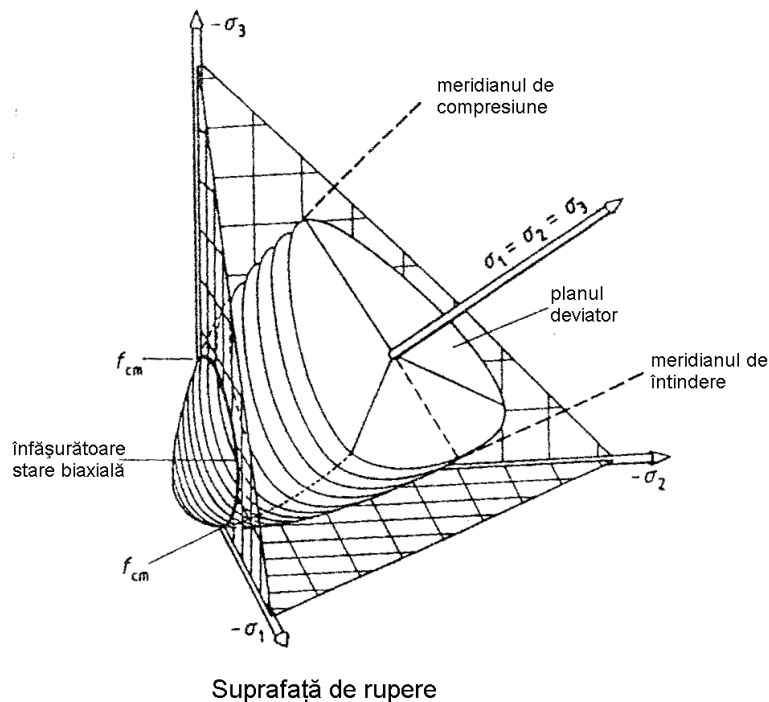


Fig. 3-32. Suprafața de cedare pentru beton sollicitat triaxial

Rezistența betonului supus la o stare de sollicitare multiaxială poate fi reprezentată prin suprafața de cedare în coordonate σ_1 - σ_2 - σ_3 (Figura 3-32). Cazuri particulare semnificative sunt planurile care dau curba limită pentru starea biaxială de eforturi, de exemplu planul σ_1 - σ_3 (vezi Figura 3-30a), sau planul vertical care conține meridianul de compresiune ($|\sigma_1| = |\sigma_2| < |\sigma_3|$). Această suprafață este descrisă matematic de o ecuație în care intră invariantii tensorului tensiunilor, rezistența la compresiune (deoarece rezistența la întindere poate fi considerată ca o fracțiune din rezistența la compresiune), și câțiva parametri determinați experimental. De exemplu, Codul Model CEB 1990 recomandă relația următoare, bazată pe cercetările lui Ottosen :

$$\alpha \cdot \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \cdot \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \cdot \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0$$

în care :

- I, J invariantii ai tensorului tensiunilor, respectiv ai deviatorului,
- f_{cm} rezistența medie la compresiune
- α, β, λ coeficienți empirici

Deosebit de interesantă este comportarea în cazul sollicitării $|\sigma_1| = |\sigma_2| < |\sigma_3|$, care pune în evidență efectul de confinare a betonului.

Încercarea se realizează de obicei pe un cilindru de beton supus la o presiune hidrostatică la care se adaugă o compresiune suplimentară după direcția axei cilindrului (Figura 3-33a). Atât rezistența cât și deformația ultimă cresc cu presiunea laterală (Figura 3-33b).

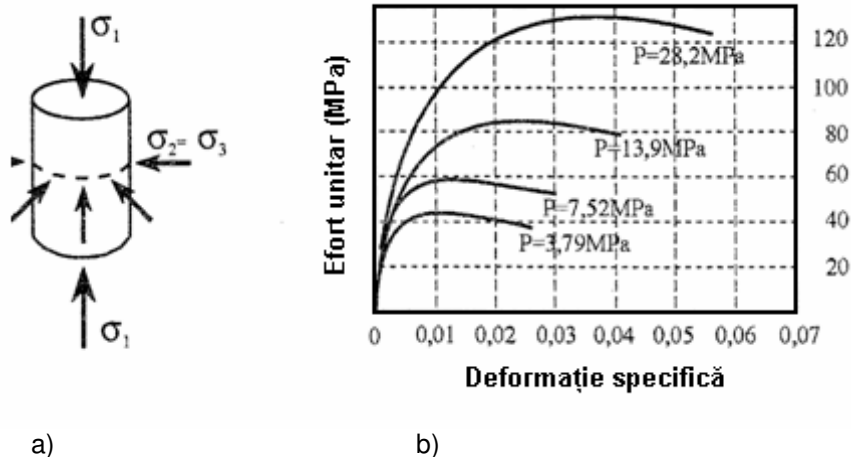


Fig. 3-33. Stare triaxială de eforturi a) aplicarea solicitării b) relații σ - ϵ

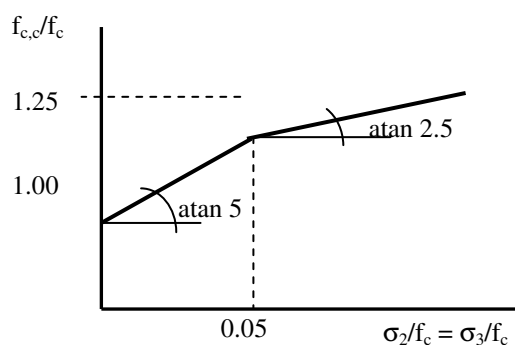


Figure 3-34. Aproximarea liniară a rezistenței la compresiune în condiții de încărcare triaxială de revoluție $|\sigma_1| = |\sigma_2| < |\sigma_3|$ (EN 1992-1)

Relațiile propuse pentru rezistența și deformațiile betonului sunt (EN 1992-1):

$$f_{c,c} = f_c (1,000 + 5,0 \sigma_2/f_c) \text{ pentru } \sigma_2 \leq 0,05 f_c$$

$$f_{c,c} = f_c (1,125 + 2,50 \sigma_2/f_c) \text{ pentru } \sigma_2 > 0,05 f_c$$

$$\epsilon_{c2,c} = \epsilon_{c2} (f_{c,c}/f_c)^2$$

$$\epsilon_{cu2,c} = \epsilon_{cu2} + 0,2 \sigma_2/f_c$$

În care $\sigma_2 (= \sigma_3)$ este efortul efectiv de compresiune laterală la SLU datorat confinării, ϵ_{c2} și ϵ_{cu2} sunt indicate în Figura 3-24. Rezultă curba limită din Figura 3-34.

3.3.2.5 Confinarea betonului

Confinarea poate fi obținută prin aplicarea unei presiuni transversale (ca la încercările descrise în paragraful precedent), sau prin intermediul unor etrieri corect închiși sau prin armături transversale, care se opun umflării laterale a betonului și

crează astfel o presiune transversală. În primul caz este vorba despre confinare activă, iar în al doilea despre confinare pasivă.

Un caz tipic de utilizare a efectului de confinare este realizarea stâlpilor din țevă umplută cu beton (CFT = concrete filled tubes). Eficiența sistemului este demonstrată, de exemplu, în figura următoare.

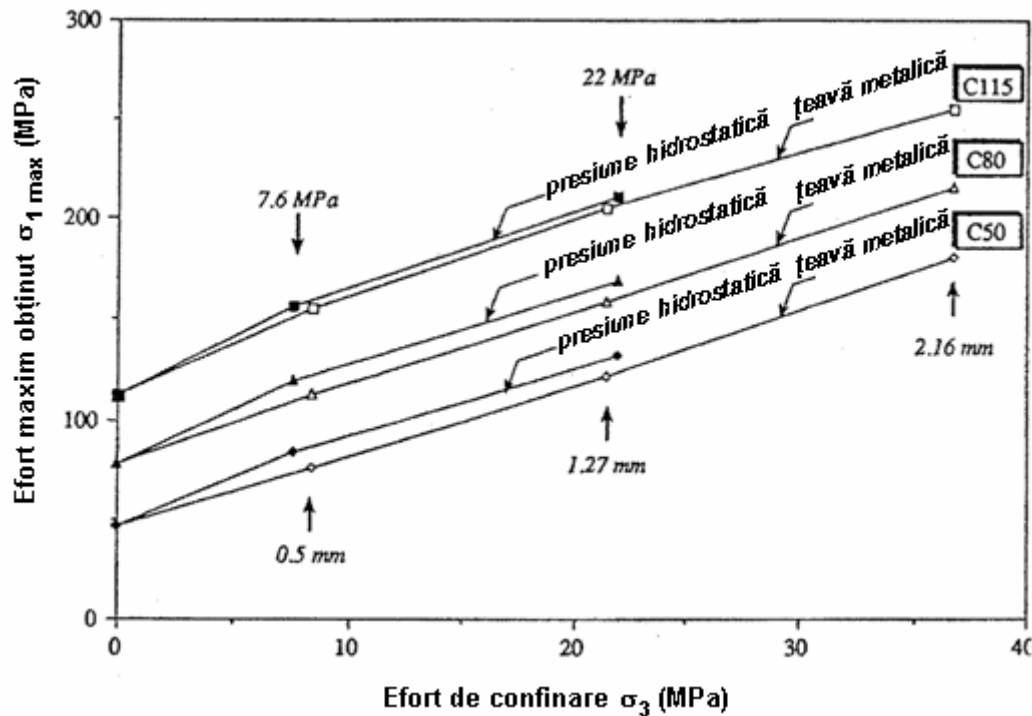


Figure 3-35. Comparație între confinarea cu țevă de oțel și confinarea prin presiune exterioară (Lahalou et al., 1997)

O fretă circulară confinează tot miezul de beton. Etrierul dreptunghiular asigură confinarea printr-un mecanism de arc cu tirant, și nu confinează decât o parte a miezului de beton. În direcție longitudinală, mecanismul este similar celui pentru etrieri (Figura 3.36).

EC 2 nu dă nici o metodă de determinare a efortului de confinare, dar se poate folosi metoda prezentată în Manualul FIB [10]. Conform acestei metode, efortul de confinare poate fi calculat din condiția de echilibru atunci când armătura de confinare ajunge la curgere (Figura 3.37).

$$\sigma_2 b s = 2A_s f_{yw} (1 + \sqrt{2}/2)$$

sau

$$\sigma_2 / f_c = 0.5 \omega_w$$

în care:

$$\omega_w = \frac{V_{sw}}{V_c} \cdot \frac{f_{yw}}{f_c}$$

V_{sw} este volumul de armătură transversală

V_c este volumul de beton

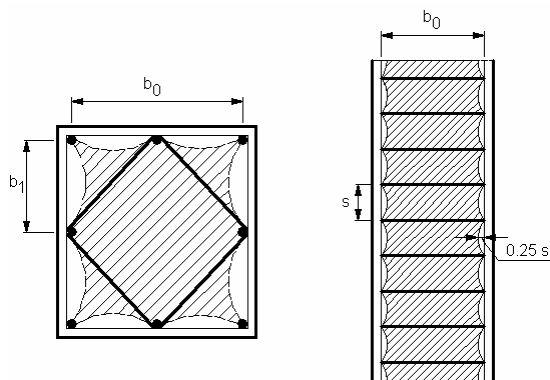


Figura 3-36. Zona de beton efectiv confinată a) în plan b) în elevație

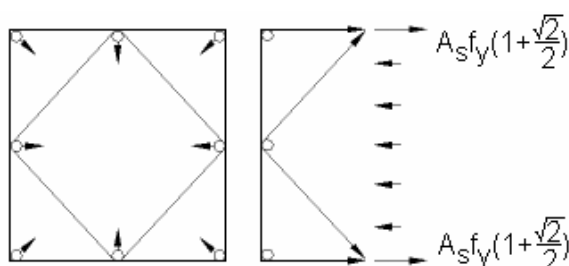


Figure 3-37. Determinarea efortului de confinare pentru o secțiune de beton dreptunghiulară

Deoarece doar o parte a secțiunii este confinată, valoarea lui σ_2 trebuie corectată:

$$\sigma_{2eff} / f_c = 0.5 \alpha_n \alpha_s \omega_w$$

Presupunând ca secțiunea neconfinată între două bare, fie în plan, fie în elevație are o formă parabolică (Figura 2.38), factorii de eficiență, reprezentând raportul între aria cuprinsă de etrieri și aria confinată, se pot calcula cu relațiile:

$$\alpha_n = 1 - \Sigma b_i^2 / (6b_0h_0)$$

$$\alpha_s = (1 - s / (2b_0)) (1 - s / (2h_0))$$

Factorii de care depinde efectul de confinare sunt:

- forma armăturilor transversale;
- coeficientul de armare transversală;
- rezistența armăturilor transversale;
- distanța între etrieri (respectiv pasul fretei).

3.3.3 Con tracția de uscare

3.3.3.1 Rezultate experimentale

Păstrat în aer liber (umiditate relativă $RH < 100\%$), betonul are o micșorare de volum (con tracție). Reintrodus într-un mediu saturat ($RH\% = 100\%$), prezintă fenomenul opus (umflare) (Fig. 3-38).

Con tracția de uscare este un fenomen de lungă durată, mai rapid la început și atenuat progresiv în timp. Încercările lui Troxell au arătat că la 28 de zile con tracția este circa 40% din cea la 20 de ani, iar 1 an, circa 80% din aceasta (Fig 3-39).

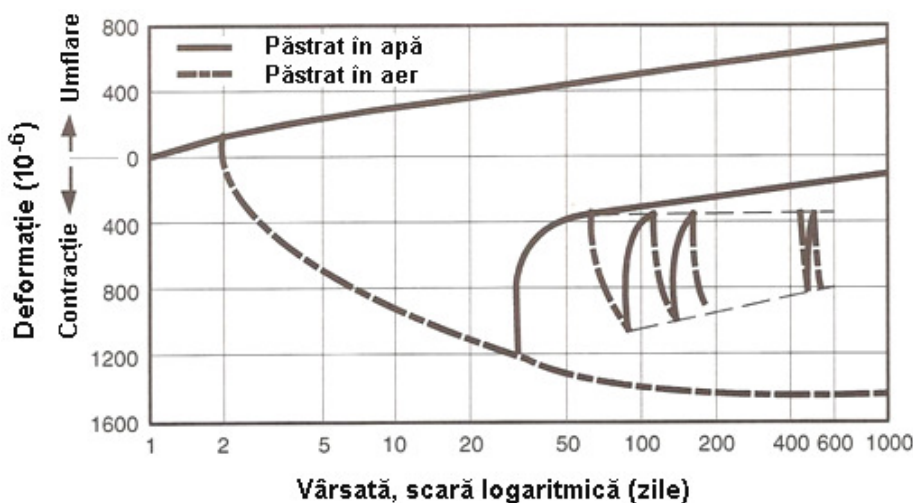


Fig. 3-38. Con tracția și umflarea betonului (Neville, 2000)

Principala cauză a con tracției este pierderea de apă adsorbită din pori, care are drept consecință reducerea distanței dintre părțile solide. Fenomenul nu este decât parțial reversibil, probabil datorită consolidării gelurilor de C-S-H.

3.3.3.2 Factori care influențează con tracția

Din explicația fenomenului, dată în paragraful precedent, rezultă că acesta are loc în pasta de ciment hidratată și este strâns legat de porozitatea acesteia.

Con tracția este de asemenea influențată de viteza de migrare a apei către exterior.

Agregatul nu are în general con tracție, dar împiedică prin prezența sa con tracția p.c.h. În consecință, con tracția măsurată depinde de modulul de elasticitate al agregatelor.

În concluzie principalii factori de influență sunt următorii:

- *Conținutul de ciment și de apă*: acționează mai mult în mod indirect. Cu cât dozajul de ciment sau raportul a/c sunt mai mari, cu atât scade proporția de agregat, care este inert din punct de vedere al con tracției, pe de o parte, și se opune variațiilor dimensionale, pe de altă parte.
- *Tipul de ciment*: prezența adaosurilor minerale tinde să mărească proporția de pori fini în p.c.h. Ori pierderea de apă care se găsește în porii fini este principala cauză a con tracției.

- *Umiditatea mediului*: contracția crește când umiditatea scade, pentru că migrația apei către exterior este accelerată.
- *Geometria elementului*: viteza de uscare depinde de lungimea drumului pe care apa trebuie să-l parcurgă până la exterior. Raportul între aria secțiunii de beton și perimetrul elementului în contact cu mediul, numit "grosime fictivă", este un bun indice.
- *Modulul de elasticitate al agregatului*: cu cât agregatele sunt mai rigide, cu atât mai mult împiedică deformația betonului. Contracția va fi mai mică, în schimb crește riscul de microfisurare în zona de tranziție.

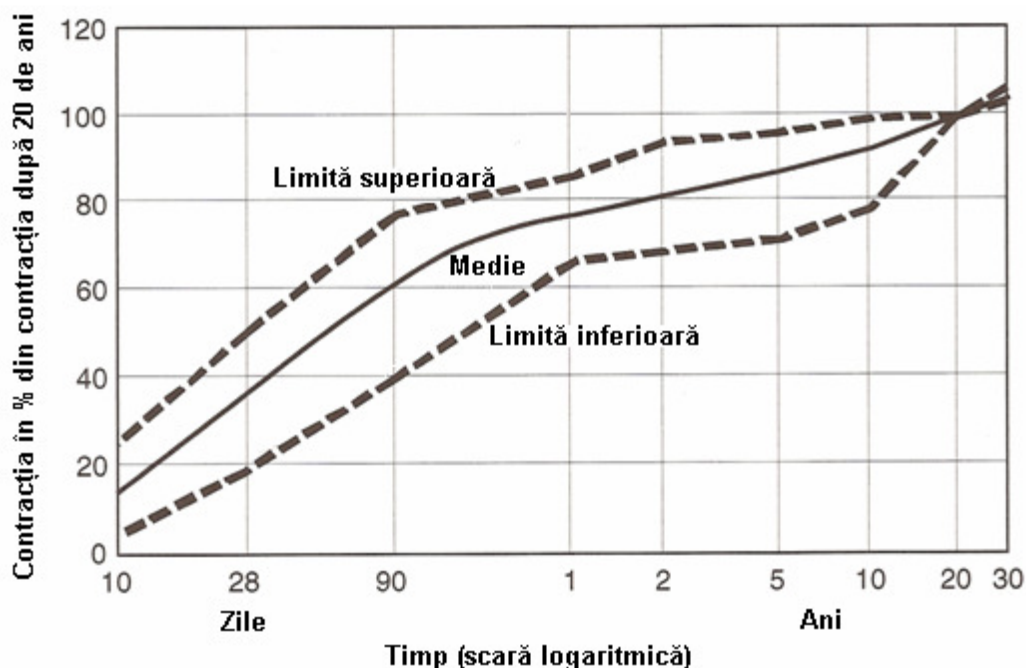


Fig. 3-39. Evoluția în timp a contracției (după Troxell, citat de Neville)

3.3.3.3 Calculul deformației din contracție după normele românești (STAS 10107/0-90)

În normele românești sunt date două metode de calcul ale contracției: metoda simplificată (anexa E) și o metodă mai complexă (anexa F). În continuare se prezintă numai metoda simplificată.

Contracția totală se calculează cu formula următoare:

$$\bar{\varepsilon}_c = k_3 k_4 k_c \varepsilon_c$$

unde:

k_3 = coeficient care depinde de umiditatea relativă a mediului;

k_4 = coeficient care ține cont de dimensiunile elementului:

$$k_4 = 1 \quad \text{dacă } b \geq 300 \text{ mm}$$

$$k_4 = 1.3 - 0.001b \quad \text{dacă } b < 300 \text{ mm}$$

RH%	k_3
40	1.3
60	1.0
100	0.5

k_c = coeficient care ține cont de modul de realizare a elementului:

- $k_c = 1$ pentru beton armat
 $k_c = 0,8$ pentru beton precomprimat cu armătură preîntinsă
 $k_c = 0,6$ pentru beton precomprimat cu armătură postîntinsă

ε_c = valoare de bază a contracției, cu valorile din tabelul următor:

Betoane obișnuite în condiții normale de întărire	$0,25 \cdot 10^{-3}$
Betoane obișnuite, tratate termic	$0,20 \cdot 10^{-3}$
Betoane cu agregate ușoare în condiții normale de întărire	$0,50 \cdot 10^{-3}$
Betoane cu agregate ușoare, tratate termic	$0,40 \cdot 10^{-3}$

3.3.3.4 Calculul deformației din contracție după normele europene (EC 2)

Pentru betoane cu agregate obișnuite și cimenturi cu viteză normală de hidratare, EC 2 dă valorile finale ale contracției de uscare $\varepsilon_{cd,0}$ (‰), în funcție de umiditatea și clasa de rezistență a betonului, în tabelul următor:

Clasa betonului	Umiditate relativă RH (%)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Deformația de contracție la timpul t se calculează cu relația :

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

unde :

t este vârsta betonului la momentul considerat (în zile)

t_s este vârsta betonului la începutul contracției (sau umflării) ; de obicei corespunde cu sfârșitul tratamentului

h_0 este raza medie (mm) a secțiunii transversale = $2A_c/u$
cu :

A_c aria secțiunii de beton

u perimetrul părții secțiunii expuse uscării

k_h coeficient care ține seama de raza medie a secțiunii (vezi tabelul următor)

h_0	k_h
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

$\beta_{ds}(t, t_s)$ funcția de timp a contracției, dată de relația de mai jos :

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) - 0,04\sqrt{h_0^3}}$$

EC 2 prevede și calcularea contracției endogene, care se adaugă la cea de uscare, dând contracția totală. Contracția endogenă este produsă de absorbția apei din porii capilari pentru hidratarea cimentului încă nehidratat și este semnificativă numai la betoane de înaltă rezistență. Deformația datorată contracției endogene este dată de:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

în care:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6}$$

și

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5})$$

t este timpul exprimat în zile.

3.3.4 Deformații sub încărcări de lungă durată (curgere lentă sau fluaj)

3.3.4.1 Definiția și natura curgerii lente

Dacă un element de beton este menținut sub sarcină, deformația betonului crește progresiv și, după înlăturarea încărcării, ea nu este decât parțial reversibilă (Fig. 3-40). Se observă o descărcare elastică instantanee, o descărcare ce se manifestă în timp (elasticitate întârziată) și o deformație reziduală.

Fenomenul “complementar” este relaxarea eforturilor sub deformație constantă (Fig. 3-41). Relaxarea are în general un rol favorabil în structurile de beton, ducând la o scădere a concentrărilor de eforturi. â

Natura curgerii lente nu este complet cunoscută. Se acceptă în general că principala sa cauză este migrația apei din porii capilari sub acțiunea efortului aplicat, ceea ce o apropie de contracția de uscare. Există totuși curgere lentă și în condiții de echilibru higrometric cu mediul, probabil datorită migrației interne a apei și lunecării vîscoase între lamelele de gel.

Există deci o curgere lentă de bază (care se manifestă în condiții de echilibru higrometric cu mediul) și o curgere lentă “de uscare”.

Curgerea lentă are loc în același timp cu contracția de uscare, și cele două fenomene nu pot fi dissociate. Totuși, din motive practice, ipoteza aditivității curgerii lente și contracției este în general admisă.

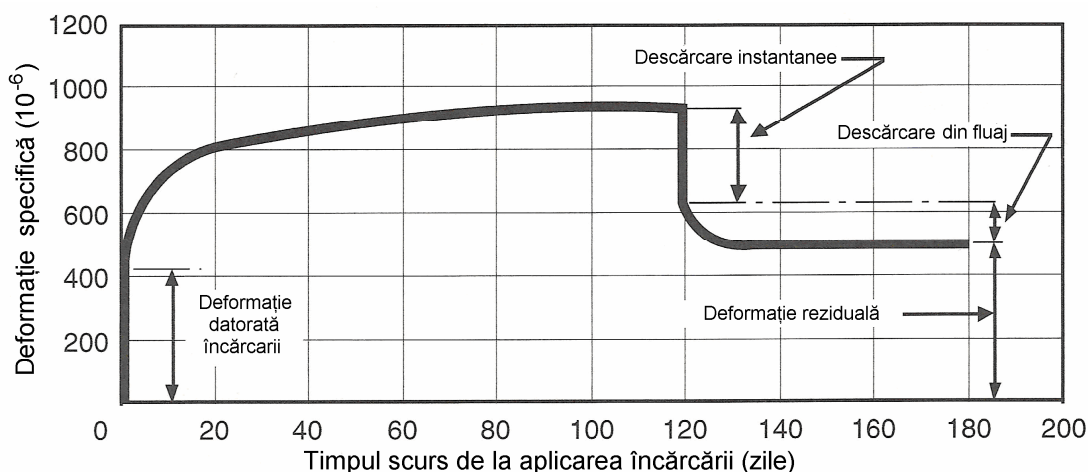


Fig. 3-40. Deformația sub o încărcare de lungă durată (Neville, 2000)

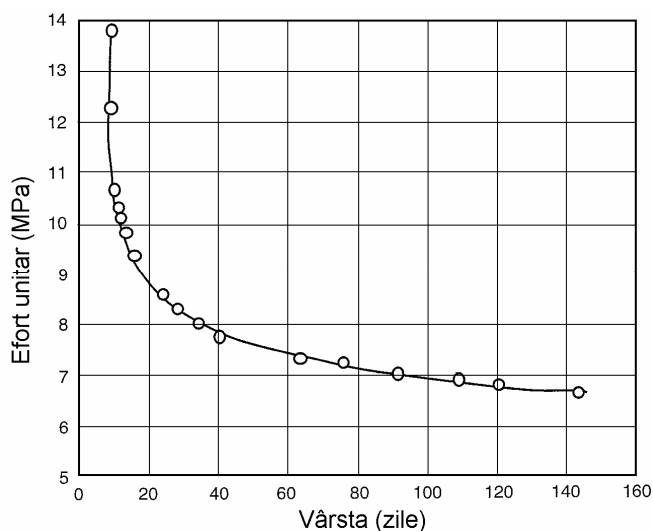


Fig. 3-41. Relaxarea eforturilor sub deformare constantă de 0.36×10^{-3} (Neville, 2000)

3.3.4.2 Factori care influențează curgerea lentă

Mecanismul fizic al curgerii lente fiind apropiat de cel al contracției, aceiași factori care influențează contracția influențează și curgerea lentă și în același sens.

Materialele și proporțiile amestecului

Sursa curegerii lente este în piatra de ciment, deci ea va fi a priori proporțională cu fracțiunea reprezentată de piatra de ciment în beton.

Agregatul are mai ales rolul de a împiedica contracția pietrei de ciment, deci ponderea sa în beton și modulul său de elasticitate sunt principalii parametri.

Este însă dificilă studiarea rolului fiecărei componente a betonului, căci modificarea unei dintre ele duce la modificări în celelalte.

S-a observat că fluajul este invers proporțional cu rezistența betonului. Acest parametru rămâne cel mai bun, din punct de vedere practic, pentru a caracteriza influența compoziției betonului asupra curgerii lente.

Curgerea lentă și timpul

Curgerea lentă se manifestă pe o perioadă foarte lungă de timp, dar viteza de deformare scade foarte mult în timp. Cercetările lui Troxell au arătat că 25% din deformația de curgere lentă la 20 de ani se produce în prima lună, 50% în timpul primelor 3 luni și 75% în cursul primului an (Figura 3-42).

Este în general acceptat că, pentru un timp suficient de lung, deformația de curgere lentă tinde către o valoare limită $\bar{\epsilon}_{b\varphi}$.

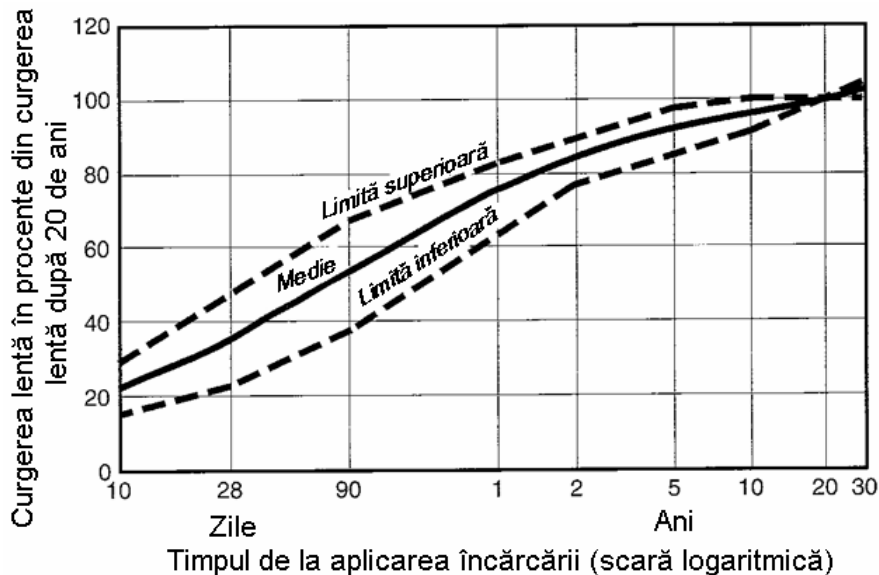


Fig. 3-42. Evoluția deformației de curgere lentă în timp (Troxell citat de Neville)

Evoluția în timp a deformației de curgere lentă poate fi aproximată (Ross și Lorman) cu o funcție de tipul:

$$c = \frac{t}{a + bt}$$

EN 1992-1 dă în anexa B, funcția următoare:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0.3}$$

În care:

- t vârsta betonului pentru care se calculează deformația de fluaj,
- t_0 vârsta betonului în momentul aplicării încărcării.

Vârsta betonul în momentul încărcării

Cu cât vârsta betonului în momentul încărcării este mai mare, cu atât mai mult scade deformația finală de curgere lentă. Efectul vârstei betonului se introduce în calculul deformației de curgere lentă printr-un coeficient de corecție ca, de exemplu, cel recomandat în EN 1992-1:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})}$$

Umiditatea mediului și geometria elementului

Umiditatea mediului este unul din factorii cei mai importanți care influențează deformația de curgere lentă. Curgerea lentă este cu atât mai mare cu cât umiditatea mediului este mai mică, pentru că uscarea betonului este mai rapidă (Figura 3-43).

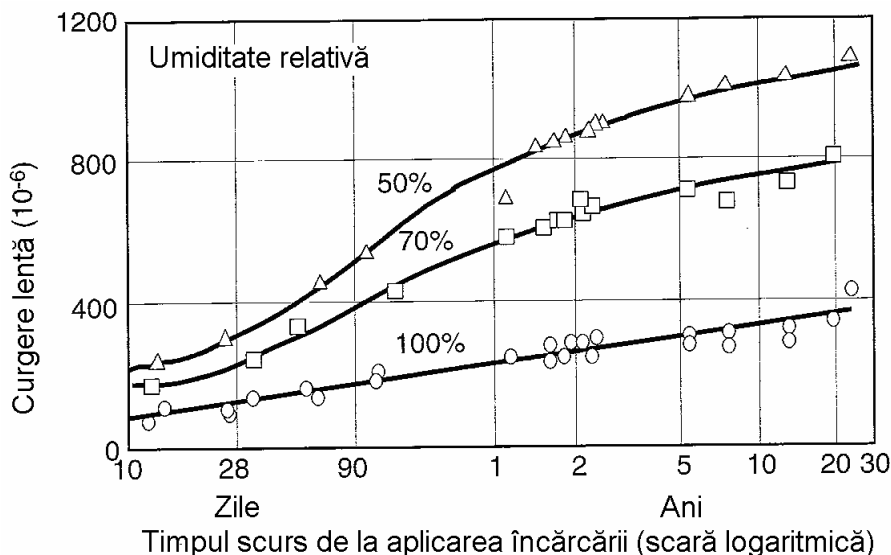


Fig. 3-43. Curgerea lentă a betonului ținut la umiditate 100% în primele 28 de zile și la umidități diferite după aceea (Neville, 2000)

Geometria elementului influențează de asemenea viteza de uscare, care este cu atât mai mare cu cât grosimea elementului este mai mică. Influența este însă mai mică decât în cazul contracției. Timpul scurs de la aplicarea încărcării (scară logaritmică)

Intensitatea solicitării

Pentru solicitări inferioare pragului de microfisurare (circa $0.5f_c$) curgerea lentă este proporțională cu deformația elastică, deci și cu efortul unitar aplicat:

$$\varepsilon_{b\varphi}(t) = \varphi(t)\varepsilon_b = \varphi(t)\sigma_b/E_b$$

în care $\varphi(t)$ este *caracteristica de deformație* a curgeri lente.

Este așa-numita "curgere lentă liniară", denumită astfel pentru că deformația de curgere lentă este direct proporțională cu efortul aplicat.

Dacă solicitările aplicate depășesc acest prag, deformația de curgere lentă crește mai repede decât solicitarea aplicată.

Temperatura

Influența temperaturii este importantă în cazul unor structuri – cum ar fi anvelopele din beton precomprimat ale reactoarelor nucleare.

Curgerea lentă crește în general cu temperatura (cel puțin pentru temperaturi între 20 și 100 °C).

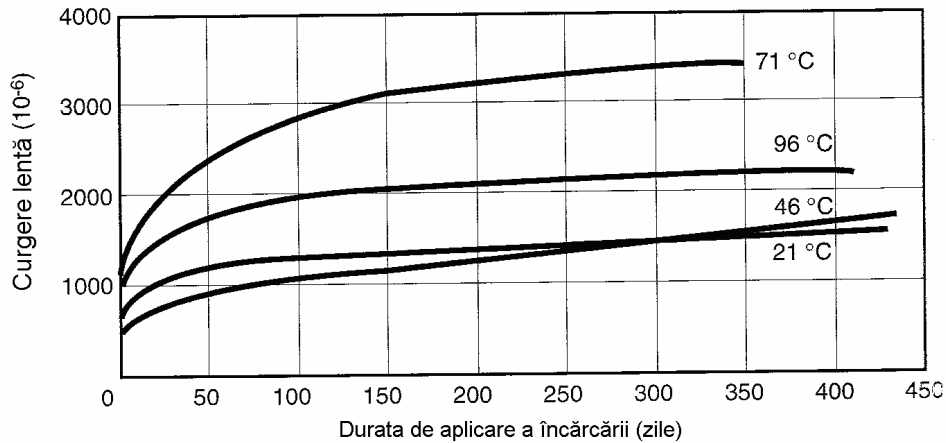


Fig. 3-44. Variația în timp a deformației de curgere lentă pentru betoane menținute la diferite temperaturi (Neville, 2000)

3.3.4.3 Principiul superpoziției

Principiul superpoziției, enunțat de McHenry, spune că efectul unei încărcări aplicate la un moment dat nu este influențat de alte încărcări aplicate înainte sau după aceasta. Diferențele între valorile calculate conform acestui principiu și cele măsurate experimental nu diferă mult, mai ales când fluajul de uscare nu are o pondere mare.

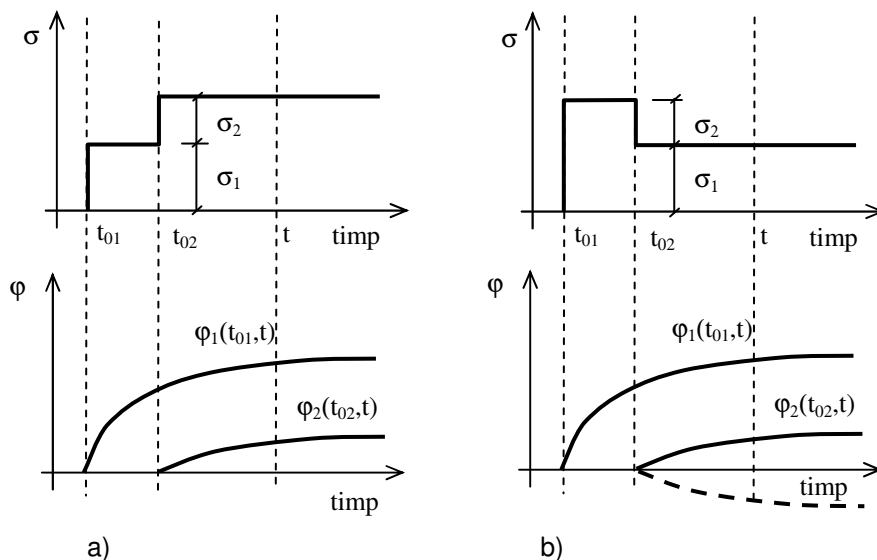


Fig. 3-45. a) Încărcări succesive b) Încarcare-descărcare

Aplicarea sa facilitează mult calculul deformației de curgere lentă pentru încărcări aplicate în mai multe etape sau pentru încărcări și descărcări succesive.

Astfel, pentru situația din Figura 3-45a deformația finală de curgere lentă este:

$$\varepsilon_{b\varphi}(t) = \frac{\varphi_1(t_{01}, t)\sigma_1}{E_b} + \frac{\varphi_2(t_{02}, t)\sigma_2}{E_b}$$

Pentru cazul din Figura 3-45b, descărcarea poate fi considerată ca o încărcare negativă, și deformația de curgere lentă este:

$$\varepsilon_{b\varphi}(t) = \frac{\varphi_1(t_{01}, t)\sigma_1}{E_b} - \frac{\varphi_2(t_{02}, t)\sigma_2}{E_b}$$

3.3.4.4 Calculul simplificat al deformației de curgere lentă (STAS 10107/0-90)

STAS 10107/0-90 dă două metode de calcul a deformațiilor de durată ale betonului (contractie și curgere lentă): calculul simplificat pentru cazurile curente (Anexa E) și un calcul mai detaliat pentru situațiile în care este necesară o evaluare mai exactă a acestor deformații (Anexa F). În continuare este prezentat numai calculul simplificat.

Deformația totală de curgere lentă este:

$$\bar{\varepsilon}_{b\varphi} = \bar{\varphi}\varepsilon_b$$

în care

- ε_b este deformația instantanee și
- $\bar{\varphi}$ caracteristica deformației în timp a betonului.

Calculul revine la a determina coeficientul $\bar{\varphi}$.

Conform STAS 10107/0-90, Anexa E, coeficientul de curgere lentă este dat de produsul:

$$\bar{\varphi} = k_1 k_2 k_3 \varphi_0$$

în care:

- φ_0 valoarea de bază a caracteristicii deformației în timp a betonului, care depinde de clasa de rezistență (între 3.7 pentru Bc 10 și 2.45 pentru Bc60);
- k_1 = coeficient care depinde de vârsta betonului în momentul aplicării unei încărcări de durată ($k_1 > 1$ la mai puțin de 28 zile, = 1 la 28 zile și < 1 la mai mult de 28 zile);
- k_2 coeficient care depinde de intensitatea solicitării (pentru $\sigma < 0.5R_b$, $k_2 = 1$, este fluajul liniar, altminteri $k_2 = 2\sigma_b/R_b$);
- k_3 coeficient care depinde de umiditatea relativă (vezi §3.2.3.3).

Deoarece contractia și curgerea lentă sunt simultane, Anexa E recomandă calcularea celor două deformații și considerarea celei mai mari ca deformație de durată. În Anexa F, deformația totală de durată se obține prin însumarea valorilor calculate pentru deformația de curgere lentă și pentru contractie, dar modul de calcul este diferit de cel din Anexa E.

3.3.4.5 Calculul deformației de curgere lentă după EN 1992-1-1

Coeficientul de fluaj/curgere lentă $\varphi(t, t_0)$ este o funcție de E_c , modulul tangent, care poate fi luat egal cu $1,05 E_{cm}$. În cazul în care nu se cere o mare exactitate, valoarea obținută cu ajutorul figurii 3-46 poate fi considerată drept coeficient de fluaj, cu rezerva ca betonul să nu fie supus la un efort de compresiune mai mare de $0,45 f_{ck}(t_0)$ la vârsta t_0 , în care t_0 este vârsta betonului în momentul încărcării.

Valorile din figura 3-46 sunt valabile pentru temperaturi ambiante cuprinse între -40°C și $+40^\circ\text{C}$ și o umiditate relativă cuprinsă între $RH = 40\%$ și $RH = 100\%$.

Simbolurile utilizate sunt următoarele:

- $\varphi(\infty, t_0)$ valoarea finală a coeficientului de fluaj
- t_0 vârsta betonului în momentul încărcării, în zile
- h_0 grosimea fictivă = $2A_c / u$, unde A_c este aria secțiunii transversale și u perimetrul părții expuse uscării
- S notarea cimenturilor de clasa S (cu întărire lentă)
- N notarea cimenturilor de clasa N (cu întărire normală)
- R notarea cimenturilor de clasa R (cu întărire rapidă)

Pentru un calcul mai detaliat, inclusiv pentru determinarea variației în timp a deformațiilor de durată, EN 1992-1 conține informații suplimentare în Anexa B.

Deformația de fluaj/curgere lentă la momentul $t = \infty$, $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$ sub un efort de compresiune constant σ_c aplicat la vârsta t_0 a betonului este:

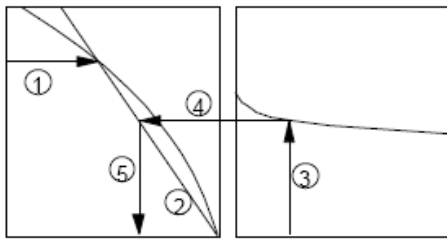
$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c)$$

Atunci când efortul de compresiune în beton la vârsta t_0 depășește valoarea $0,45f_{ck}(t_0)$, se recomandă să se țină seama de neliniaritatea fluajului/curgerii lente. Un efort atât de ridicat poate rezulta, de exemplu, din precomprimarea cu armături preîntinse pentru elementele prefabricate, la nivelul armăturii pretensionate. În aceste cazuri se recomandă să se determine coeficientul teoretic al fluajului neliniar/curgerii lente neliniare în modul următor:

$$\varphi_k(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp(1,5(k_\sigma - 0,45))$$

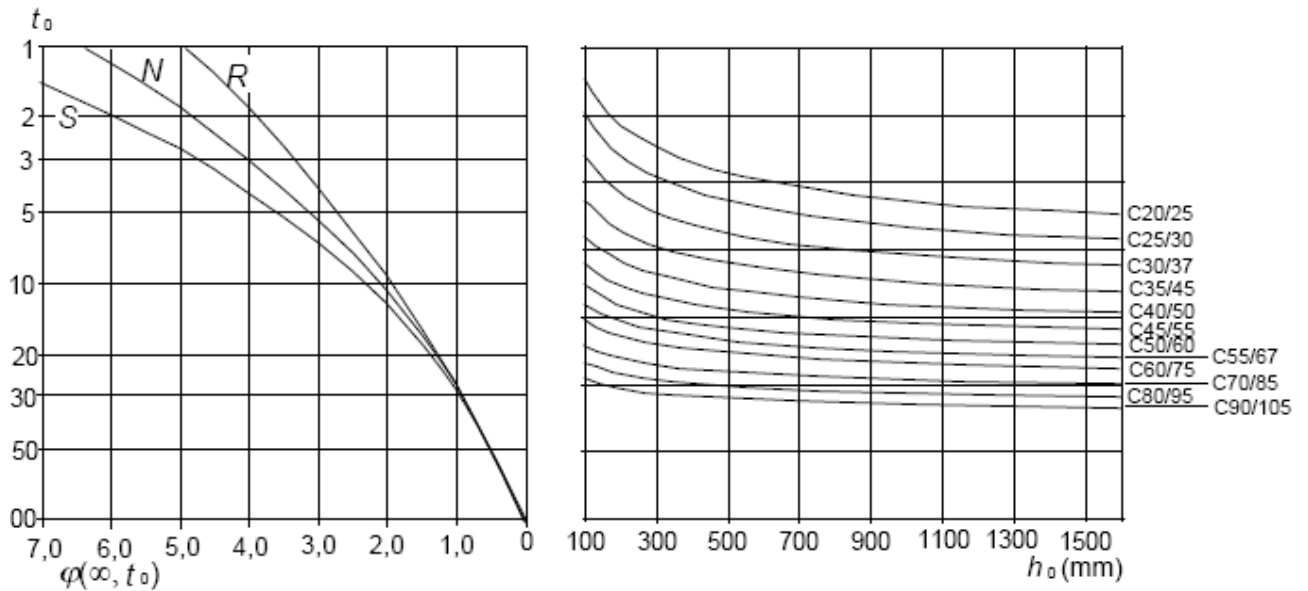
în care:

- $\varphi_k(\infty, t_0)$ este coeficientul teoretic al fluajului neliniar, care înlocuiește coeficientul $\varphi(\infty, t_0)$
- k_σ este raportul $\sigma_c / f_{cm}(t_0)$, în care σ_c este efortul de compresiune și $f_{cm}(t_0)$ rezistența medie la compresiune a betonului la data încărcării.

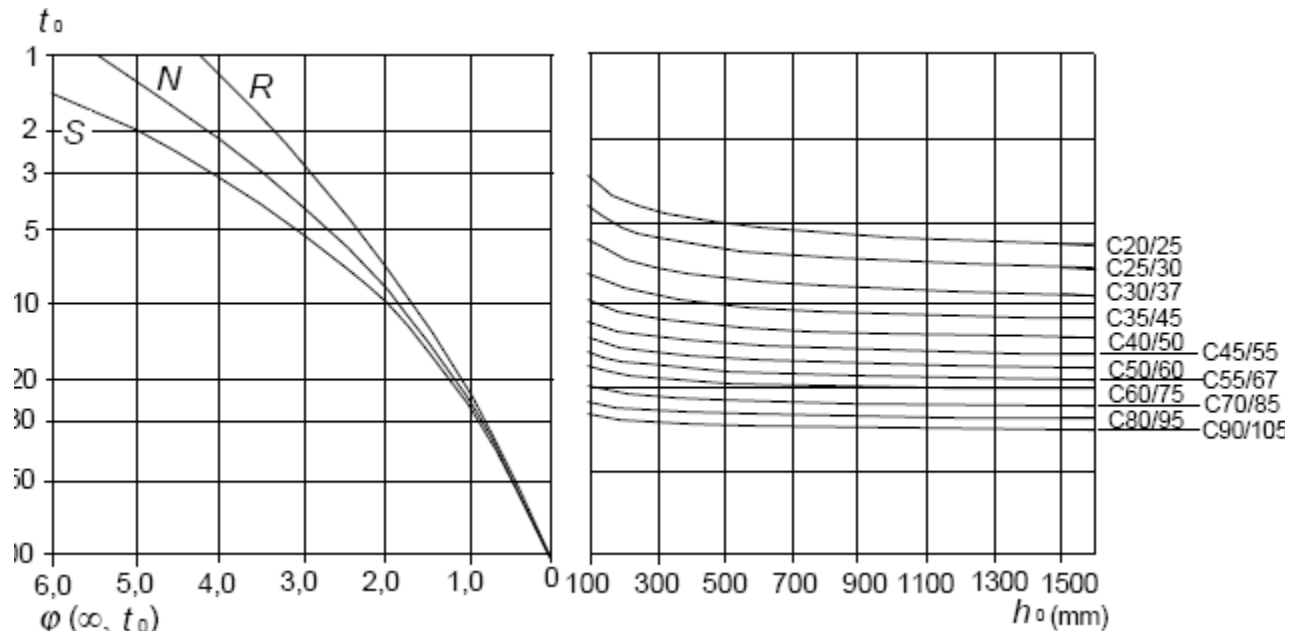


NOTE :

- punctul de intersecție dintre liniile 4 și 5 poate fi și deasupra punctului 1
- pentru $t_0 > 100$ se poate considera ca fiind suficient de exactă aproximarea $t_0 = 100$ (și se poate utiliza linia tangentă)



a) Mediu înconjurător - interior - RH = 50%



b) Mediu înconjurător - exterior - RH = 80%

Fig. 3.46 - Metoda de determinare a coeficientului de fluaj/curgere lentă $\varphi(\infty, t_0)$ pentru beton în condiții normale de mediu (EN 1992-1-1)

3.3.5 Deformații termice

Sub acțiunea unei variații de temperatură $\Delta\theta$, alungirea lineară a betonului este:

$$\Delta L = \alpha \Delta\theta L$$

și deformația specifică:

$$\varepsilon_{\theta} = \Delta L / L = \alpha \Delta\theta$$

unde $\alpha = 10^{-5} \text{grad}^{-1}$ este coeficientul de dilatare termică a betonului (valoarea coeficientului variază în special în funcție de agregatele folosite, între $0,6$ și $1,2 \times 10^{-5}$, dar se acceptă în general valoarea de 1×10^{-5}).

La construcțiile din beton, unde deformațiile termice sunt parțial împiedicate, variațiile de temperatură pot produce eforturi importante. Problema se pune fie la elementele masive (de exemplu radiere) fie la elementele de suprastructură supuse însoririi sau temperaturilor scăzute. În primul caz, căldura de hidratare a cimentului se disipează lent, producând încălzirea betonului, care poate atinge $65 \text{ }^{\circ}\text{C}$, și care apoi, la racire, are tendința de a se contracta (contractie termică). Pentru limitarea acestui fenomen se utilizează cimenturi lente, cu căldură de hidratare redusă. În cel de-al doilea caz, se prevăd rosturi de dilatare (la circa 30 m pentru construcțiile monolite, dacă nu se face un calcul mai precis). Variația dimensională a elementelor este proporțională cu distanța dintre rosturi, și, în consecință, eforturile induse în structură vor fi cu atât mai mari cu cât această distanță este mai mare și cu cât structura este mai rigidă.

Întrebări

1. Cât este valoare tipică a deformației specifice a betonului la atingerea efortului maxim de compresiune (ε_{c1}) ? Dar valoare deformației ultime (ε_{c1u}) ?
2. Desenați o curbă tipică $\sigma-\varepsilon$ pentru beton comprimat. Cum puteți determina pe această curbă modulul dinamic al betonului și diverși modulii statici ? Care este valoarea tipică a modulului de deformație pentru un beton de rezistență medie?
3. Care este expresia curbei caracteristice a betonului comprimat adoptată în calculul la SLU ?
4. Ce este oboseala și ce este oboseala o;ligo-ciclică ?
5. Care este valoare tipică a deformației la care fisurează betonul întins ?
6. Ce efect are solicitarea de compresiune biaxială asupra rezistențelor betonului ? Dar solicitarea de compresiune-întindere ? Dar întinderea biaxială ?
7. Ce se înțelege prin confinarea betonului ? Ce efecte are confinarea asupra rezistenței la compresiune ? Dar asupra deformațiilor betonului ?
9. Care sunt domeniile de valori tipice ale deformațiilor de contracție și de curgere lentă ale betonului ? Prin ce sunt similare aceste două fenomene ?
10. Ce înțelegeți prin *curgere lentă de bază*, *curgere lentă de uscare*, și *coeficient de curgere lentă* ?
11. Enumerați cei mai importanți factori care influențează contracția și curgere lentă, și discutați când efectele lor sunt similare sau opuse.
12. Ce factori influențează numai curgere lentă și de ce?
13. Care este valoarea tipică a coeficientului de dilatare termică al betonului?
14. Ce efecte pot avea într-o structură de beton deformațiile produse de variațiile de temperatură?

3.4 Durabilitatea betonului

3.4.1 Generalități

La proiectarea unei structuri, durabilitatea materialelor trebuie evaluată cu tot atâta grijă ca și caracteristicile mecanice și costul inițial, deoarece cheltuielile pentru reparații și întreținere sunt ridicate (circa 40% din volumul total de cheltuieli în construcții, după Mehta Monteiro, 2003). Costul total, calculat pe întregul ciclu de viață al construcției, este acum indicele preferat în locul costului inițial.

Betonul este un solid poros, și pentru solidele porose apa joacă un rol important în majoritatea proceselor fizice de degradare și, prin ionii agresivi pe care îi transportă, în procesele chimice. Toate aceste fenomene fizico-chimice asociate cu mișcarea apei sunt controlate de permeabilitatea materialului.

Agenții agresivi acționează rar în mod izolat. De obicei, degradarea betonului este rezultatul acțiunii simultane a mai multor agenți agresivi. De exemplu, fisurarea produsă de îngheț-dezghet repetat permite pătrunderea aerului și a apei către armături, care ruginesc.

Mecanismele care produc degradarea betonului sunt diverse și numeroase. Ele pot fi clasificate în atacuri chimice (când degradarea este rezultatul unei reacții chimice între agentul exterior și beton – de exemplu reacția alcali-agregat, atacul acizilor, atacul sulfatic) și atacuri fizice (când degradarea este rezultatul unui fenomen fizic – îngheț, abraziune, eroziune, cavitație). O mențiune specială trebuie făcută pentru coroziunea armăturilor, care este una din cele mai frecvente degradări întâlnite la structurile de beton armat. Pe lângă afectarea directă a performanțelor structurale, prin reducerea secțiunii de armătură datorită coroziunii, este distrus și betonul de acoperire, deoarece produșii de coroziune rezultați au un volum mult mai mare decât elementele din care au provenit.

3.4.2 Coroziunea armăturilor

În circumstanțe normale, alcalinitatea ridicată a betonului protejează armăturile acoperite cu beton. Protecția este asigurată de formarea unui strat subțire de oxid de fier pe suprafața barei.

Cu excepția cazurilor care vor fi discutate mai jos, pH-ul soluției care se găsește în porii betonului are valori între 12 și 14. Oțelul nu este în general corodat atâta vreme cât pH-ul nu coboară sub 10.

Două mecanisme pot conduce la distrugerea acestei protecții: carbonatarea betonului și acțiunea clorurilor.

3.4.2.1 Carbonatarea betonului

Carbonatarea este reacția dintre bioxidul de carbon din aer și hidroxidul de calciu din piatra de ciment, cu producere de carbonat de calciu. Datorită acestei reacții scade pH-ul betonului, ceea ce duce la distrugerea protecției armăturilor. Datorită carbonatării apare de obicei coroziunea generalizată a armăturii, adică armătura este acoperită cu un strat relativ uniform de rugină.

Procesul de carbonatare începe de la suprafața betonului și pătrunde lent înspre interior. Viteza de penetrare depinde de mediu și de calitatea betonului.

Viteza este maximă când umiditatea relativă este între 40 și 70% ; pentru umidități mai mari, viteza de carbonatare scade, fiind practic zero pentru umiditate relativă de 100%. De asemenea, viteza de carbonatare crește cu concentrația de CO₂ din aer ; diferența devine nesemnificativă pentru betoane cu rezistența mai mare decât 50 Mpa.

Carbonatarea avansează mai rapid în betoanele mai poroase. Cum porozitatea este strâns legată de rezistență, betoanele de rezistență mare se vor carbonata mai lent. S-a constatat și o interdependență între perioada de tratament la care este supus betonul și viteza de carbonatare. Un tratament mai îndelungat duce la o compactitate mai bună a betonului (nu apar fisuri din contracție), în special în zona de acoperire.

3.4.2.2 Acțiunea clorurilor

Clorurile au capacitatea de a distruge stratul protector care protejează armătura, chiar atunci când pH-ul betonului rămâne ridicat. De obicei ele produc o coroziune localizată.

Clorurile pot proveni din diverse surse, cele mai comune fiind apa de mare (în zona litorală), sarea pentru topirea poleiului pe străzi și la construcțiile învecinate sau clorul din beton (prezent în anumite adaosuri sau aditivi).

Viteza de penetrare a clorurilor în beton depinde de concentrația de cloruri în mediul înconjurător precum și de calitatea betonului.

3.4.2.3 Coroziunea activă

Odată pasivitatea oțelului distrusă, coroziunea poate avansa dacă există suficientă umiditate și suficient oxigen. În consecință, riscul cel mai ridicat îl prezintă construcțiile supuse la cicluri de umidizare/uscare.

3.4.2.4 Măsuri de protecție

Calea normală de asigurare a protecției armăturilor contra coroziunii este prevederea unei acoperiri adecvate a armăturilor cu un beton de bună calitate (clasă de rezistență ridicată, compactare și tratament).

Totuși, în medii foarte agresive, se pot lua și alte măsuri, mai costisitoare, cum ar fi :

- utilizarea armăturilor "vopsite" cu un strat de rășină epoxidică ;
- utilizarea oțelului inoxidabil sau galvanizat;
- utilizarea armăturilor din polimeri armați cu fibre (de carbon, aramidă, etc.);
- aplicarea de tratamente de suprafață pe beton pentru a împiedica pătrunderea clorurilor sau a CO₂;
- aplicarea unei protecții catodice.

Un factor major pentru a evita problemele de coroziune este forma structurii: zonele de beton expuse unde apa poate stagna sau peste care este drenată apa prezintă un risc deosebit de ridicat.

3.4.3 Atacuri fizice

3.4.3.1 Îngheț-dezgeț

Dacă betonul umed este supus frecvent la îngheț-dezgeț, efectul expansiv al gheții va distruge betonul. Degradarea datorită înghețului se manifestă de obicei prin sfărâmarea betonului la suprafață sau prin fisuri de suprafață foarte apropiate. Aceste fisuri sunt precursori sfărâmării betonului.

Betonul care nu este saturat nu riscă să fie degradat prin îngheț, pentru că expansiunea care are loc în momentul înghețului poate fi preluată prin porii nesaturați.

Degradarea prin îngheț-dezgeț poate fi evitată prin:

- protejarea betonului împotriva saturării cu apă;
- utilizarea unui aditiv antrenor de aer la preparare;
- utilizarea unui beton de înaltă rezistență (un beton cu rezistență mai mare decât 45 MPa este insensibil la îngheț).

3.4.3.2 Abraziune

Abraziunea poate fi cauzată de traficul auto. Rezistența la abraziune poate fi obținută prin utilizarea unui beton de înaltă rezistență și a agregatelor rezistente la uzură. Rezistența la abraziune este de asemenea îmbunătățită dacă se face un tratament îngrijit al suprafețelor ce pot fi supuse abraziunii (se recomandă dublarea duratei de tratament). Se pot folosi de asemenea materiale dure în stratul superficial (de exemplu corindon).

3.4.4 Atacuri chimice

3.4.4.1 Atacul sulfatic

Sulfații solubili (prezenți de exemplu în apele freactice) reacționează cu hidroxidul de calciu, rezultând sulfat de calciu care, la rândul său, formează cu C_3A etringită "întârziată". Formarea etringitei este însoțită de o expansiune de volum care distruge structura betonului.

În consecință, realizarea unui beton rezistent la sulfați implică reducerea cantității de C_3A sau/și a cantității de hidroxid de calciu. Prima condiție se realizează prin utilizarea unui ciment rezistent la sulfați (cu conținut de C_3A limitat), iar cea de-a doua prin utilizarea de adaosuri (zgură de furnal, puzzolane), care consumă o parte din $Ca(OH)_2$ disponibil. Cum reacția are loc în soluție, împiedicarea pătrunderii apei, prin realizarea unui beton cu permeabilitate redusă, îmbunătățește rezistența betonului la sulfați. Această cerință este asigurată dacă se limitează raportul a/c. Implicit va rezulta un beton de rezistență mare.

3.4.4.2 *Atacul acizilor*

Acizii atacă compușii conținând calciu din beton (în special $\text{Ca}(\text{OH})_2$), rezultând compuși solubili care sunt apoi spălați. Efectul acizilor este de a face slabă și permeabilă suprafața betonului.

Reacția are loc în soluție, și atacul devine grav când pH-ul soluției este sub 5,5. De exemplu, apele stagnante conținând CO_2 pot avea un pH mai mic decât 4,4 iar ploile acide au un pH între 4,0 și 4,5.

În cazurile în care betonul este supus la concentrații mari de acid, ca de exemplu în unele procese industriale, singura soluție este prevederea unui tratament de suprafață.

3.4.4.3 *Reacția alcali-agregat*

Există două tipuri de reacții care pot deteriora betonul: reacția alcali-silice și reacția alcali-carbonți. Prima este cea mai frecventă. Este o reacție între alcaliile din ciment și anumite forme de silice, care produce un gel de silice higroscopic. Acest gel absoarbe apă și își mărește volumul, producând fisuri în beton. Deși deschise, aceste fisuri nu sunt de regulă prea adânci, mergând până la 50-70 mm adâncime. Efectul lor asupra rezistenței structurii este mai mic decât impactul vizual (reducerea de rezistență nu depășește de regulă 20-30%).

Reacția alcali-silice poate fi evitată prin trei metode:

- utilizarea unor agregate nereactive (alese pe baza experienței în utilizare, căci nu există încercări care să determine cu suficientă siguranță potențialul reactiv al agregatelor);
- utilizarea unui ciment cu conținut scăzut de alcalii;
- împiedicarea pătrunderii apei.

3.4.4.4 *Proiectarea structurilor pentru durabilitate*

Într-un proiect care vizează durabilitatea structurii sunt două etape de bază :

- a) stabilirea agresivității mediului la care structura este expusă (ceea ce este analog cu stabilirea încărcărilor de calcul pentru proiectarea structurală) ;
- b) selecționarea materialelor adecvate și proiectarea structurii pentru a fi capabilă să reziste agresivității mediului pe o durată rezonabilă.

3.4.4.5 *Definirea agresivității mediului*

Agresivitatea mediului trebuie în principiu definită separat pentru fiecare mecanism de degradare, pentru că factorii care acționează în fiecare caz pot fi diferiți.

Normele românești (STAS 10107/0-90) nu fac o separare foarte clară, așa cum o face EN 1992-1 (și EN 206-1). Trebuie menționat că o clasificare a mediilor de expunere există și în NE-012-99, diferită de cea din STAS 10107/0-90.

În continuare vor fi prezentate numai clasificările din STAS 10107/0-90 și EN 1992-1.

Clasificarea din normele europene este făcută după tipul de atac, în clase, și după severitatea atacului, în subclase (Tabelul 3-4).

Tabelul 3-4. Clase de expunere în funcție de condițiile de mediu, conform EN 206-1

Notare clasă	Descriere mediu înconjurător:	Exemple informative care prezintă alegerea claselor de expunere
1 Nici un risc de coroziune, nici de atac		
X0	Beton simplu și fără piese metalice înglobate: orice expunere în afară de îngheț/dezgheț, de abraziune și de atac chimic. Beton armat sau cu piese metalice înglobate: foarte uscat	Beton la interiorul clădirilor unde umiditatea aerului ambiant este foarte scăzută
2 Coroziune indusă de carbonatare		
XC1	Uscat sau umed în permanență	Beton la interiorul clădirilor unde umiditatea aerului ambiant este scăzută Beton imersat în permanență în apă
XC2	Umed, rareori uscat	Suprafețe de beton aflate în contact de lungă durată cu apa Un mare număr de fundații
XC3	Umiditate moderată	Beton la interiorul clădirilor unde umiditatea aerului ambiant este medie sau ridicată Beton exterior adăpostit de ploaie
XC4	Alternativ umed și uscat	Suprafețe de beton aflate în contact cu apa, dar care nu intră în clasa de expunere XC2
3 Coroziune indusă de cloruri		
XD1	Umiditate moderată	Suprafețe de beton expuse la cloruri transportate pe cale aeriană
XD2	Umed, rareori uscat	Piscine Elemente de beton expuse la ape industriale care conțin cloruri
XD3	Alternativ umed și uscat	Elemente de pod expuse la stropire cu apă care conține cloruri Șosele Dale de parcaje pentru staționarea vehiculelor
4 Coroziune indusă de cloruri prezente în apa de mare		
XS1	Expus la aer vehiculând sare marină dar fără contact direct cu apa de mare	Structuri pe sau în proximitatea unei coaste
XS2	Imersat în permanență	Elemente de structuri marine
XS3	Zone de marnage, zone supuse la stropire sau la brumă	Elemente de structuri marine
5. Atac îngheț/dezgheț		
XF1	Saturare moderată cu apă, fără agent antipolei	Suprafețe verticale de beton expuse ploii și înghețului
XF2	Saturare moderată cu apă, cu agent antipolei	Suprafețe verticale de beton în lucrări rutiere expuse înghețului și aerului vehiculând agenți de dezghețare
XF3	Saturare puternică cu apă, fără agent antipolei	Suprafețe orizontale de beton expuse la ploaie și la îngheț
XF4	Saturare puternică cu apă conținând agent antipolei sau apă de mare	Drumuri și tabliere de pod expuse la agenți de dezgheț. Suprafețe de beton verticale direct expuse la stropirea cu agenți de dezgheț și la îngheț. Zone ale structurilor marine supuse la stropire și expuse la îngheț
6. Atacuri chimice		
XA1	Mediu cu slabă agresivitate chimică după EN 206-1, tabelul 2	Soluri naturale și apă în sol
XA2	Mediu cu agresivitate chimică moderată după EN 206-1, tabelul 2	Soluri naturale și apă în sol
XA3	Mediu cu agresivitate chimică ridicată după EN 206-1, tabelul 2	Soluri naturale și apă în sol

După STAS 10107/0-90 (Tabelul 3-5), elementele expuse la acțiunea intemperțiilor și a umidității (mai puțin mediile agresive chimic și mediul marin), se clasifică în 4 clase. Mediile agresive chimic și mediul marin sunt lăsate în seama reglementărilor specifice.

Tabelul 3-5. Clase de expunere în funcție de condițiile de mediu, conform STAS 10107/0-90

Clasa de expunere	Exemple de condiții de mediu
I	Elemente situate în spații închise (fețele interioare ale elementelor din clădirile civile), cu umiditate relativă $\leq 75\%$; Elemente în contact cu exteriorul, dacă sunt protejate prin tencuire sau printr-un strat de protecție echivalent.
II	Elemente situate în aer liber, neprotejate, cu excepția celor supuse la îngheț-dezgheț în stare umezită ; Elemente aflate în spații închise cu umiditate $> 75\%$: hale industriale cu umiditate $> 75\%$, acoperișurile rezervoarelor și bazinelor, grupurile sanitare și bucătăriile din construcțiile de utilizare publică, subsolurile neîncălzite ale clădirilor, etc.
III	Elemente situate în aer liber, expuse la îngheț-dezgheț în stare umezită ; Elemente situate în spații închise în halele industriale cu condens tehnologic ; Fețele elementelor în contact cu apa sau cu alte lichide fără agresivitate chimică (ex : pereții și fundul rezervoarelor) ; Fețele în contact cu pământul ale elementelor prefabricate și ale celor monolite turnate în cofraj sau pe beton de egalizare.
IV	Fețele în contact cu pământul ale elementelor monolite turnate direct în săpătură (fundații, ziduri de sprijin).

3.4.4.6 Măsuri pentru a rezista la agresivitatea mediului

Prima măsură (și cea mai generală) este prevederea unui strat de acoperire cu beton suficient de gros.

Trebuie subliniat că în final grosimea stratului de acoperire se alege astfel încât să se respecte următoarele cerințe (nu numai cea de durabilitate :

- bună transmitere a forțelor de aderență (a se vedea capitolul 4)
- protecția armăturilor împotriva coroziunii (durabilitate)
- rezistență la foc convenabilă.

Se adaugă recomandări privind clasa minimă de rezistență, raportul a/c maxim, dozajul minim de ciment și tipul de ciment. Acestea au drept scop realizarea unui beton cât mai puțin permeabil, iar ultima (alegerea tipului de ciment), evitarea unor reacții chimice defavorabile (de exemplu utilizarea cimenturilor rezistente la sulfați în medii cu agresivitate sulfatică).

În norme nu sunt specificate în mod direct măsuri pentru compactarea betonului și tratamentul său, dar se presupune în mod implicit că se respectă regulile necesare pentru o bună execuție.

Normele românești (STAS 10107/0-90 și NE 012-99)

STAS 10107/0-90 prevede grosimi minime pentru stratul de acoperire al armăturilor longitudinale și transversale (Tabelul 3-6). Armăturile longitudinale trebuie să aibă o acoperire de cel puțin $1,2\phi$, unde ϕ este diametrul barei, dar nu mai mult decât 50 mm. Față de valorile din tabel, acoperirea armăturilor înglobate în betoane de clasă Bc10 și Bc15 trebuie majorată cu 5 mm, pentru elemente din clasele II, III și IV.

NE 012-99 cuprinde prevederi privind grosimea stratului de acoperire în zona litoralului Mării Negre, precum și recomandări privind clasa minimă de rezistență, dozajul minim de ciment și alegerea tipului de ciment, în funcție de tipul și severitatea agresivității mediului.

Tabelul 3-6. Valori ale acoperirii minime (mm) pentru betoane de clasă \geq Bc 20 în cazul armăturilor pentru beton armat, după STAS 10107/0-90

	Categorია elementului					
	I		II		III	IV
	monolit	prefabricat	monolit	prefabricat		
Armături longitudinale						
Plăci plane și curbe, nervuri dese cu lățime < 150 mm	10	10	15	15	20	-
Pereți structurali	15	10	20	15	30	45
Grinzi, stâlpi, bulbi pereților structurali	25	20	30	25	35	-
Fundații, funduri de rezervoare și castele de apă	-	-	-	-	35	45
Armături transversale						
Toate elementele	15		15		20	25

Normele europene (EN 206-1 și EN 1992-1)

Pe planurile de execuție trebuie specificată acoperirea nominală c_{nom} , care se definește ca acoperirea minimă c_{min} plus o suplimentare care ține seama de toleranțele de execuție Δc_{dev} :

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

Valoarea c_{min} utilizată este cea mai mare dintre valorile c_{min} care satisfac în același timp cerințele referitoare la aderență și condițiile de mediu.

$$c_{min} = \max \{ c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm} \}$$

În care:

- $c_{min,b}$ acoperirea minimă față de cerințele de aderență;
- $c_{min,dur}$ acoperirea minimă față de cerințele de mediu;
- $\Delta c_{dur,\gamma}$ marjă de siguranță;
- $\Delta c_{dur,st}$ reducerea acoperirii minime în cazul oțelului inoxidabil;
- $\Delta c_{dur,add}$ reducerea acoperirii minime în cazul unei protecții suplimentare.

Alegerea unui beton cu durabilitate convenabilă pentru protecția betonului și protecția armăturilor la coroziune implică alegerea compoziției sale. Aceasta poate duce la o rezistență la compresiune a betonului mai mare decât cea cerută pentru dimensionarea structurii. Legătura între clasele de rezistență a betonului și clasele de expunere) poate fi descrisă prin clasele indicative de rezistență. Valorile recomandate sunt indicate în tabelul 2-7.

Tabelul 3-7. Clase indicative de rezistență

Coroziune	Clase de expunere conform tabelului 2-4									
	XC1	XC2	XC3	XC4	XD1	XD2	XD3	XS1	XS2	XS3
Clase indicative de rezistență	C20/25	C25/30	C30/37		C30/37		C35/45	C30/37	C35/45	
Degradări ale betonului										
	Nici un risc	Atac prin îngheț-dezghet				Atac chimic				
	X0	XF1	XF2	XF3	XA1	XA2	XA3			
Clase indicative de rezistență	C12/15	C30/37	C25/30	C30/37	C30/37			C35/45		

În EN 1992-1 sunt definite *clase structurale*. Clasa structurală recomandată (durata de utilizare din proiect egală cu 50 de ani) este clasa S4, pentru rezistențele betonului date în tabelul 3-7. Clasa structurală minimă recomandată este clasa S1. Clasificarea structurală recomandată este dată în tabelul 2-8.

Tabelul 3-8 - Clasificare structurală recomandată

Criteriu	Clasa structurală						
	Clasa de expunere după tabelul 2-4						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1	XD2 / XS1	XD3/XS2/ XS3
Durata de utilizare din proiect de 100 ani	Majorare cu două clase	Majorare cu două clase	Majorare cu două clase	Majorare cu două clase	Majorare cu două clase	Majorare cu două clase	Majorare cu două clase
Clasa de rezistență ^{1) 2)}	≥ C30/37 micșorare cu 1 clasă	≥ C30/37 micșorare cu 1 clasă	≥ C35/45 micșorare cu 1 clasă	≥ C40/50 micșorare cu 1 clasă	≥ C40/50 micșorare cu 1 clasă	≥ C40/50 micșorare cu 1 clasă	≥ C45/55 micșorare cu 1 clasă
Element asimilabil unei plăci (poziția armăturilor neafectată de procesul de construcție)	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă
Control special al calității de producție a betonului	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă	micșorare cu 1 clasă

Note referitoare la tabelul 2-8

1. Clasa de rezistență și raportul a/c se consideră că sunt legate. Pentru a obține o permeabilitate redusă se poate considera o compoziție specială (tip de ciment, raport a/c , părți fine).

2. Limita poate fi redusă cu o clasă de rezistență dacă aerul antrenat este peste 4%.

Acoperirea minimă a armăturilor pentru beton armat și a armăturilor pretensionate într-un beton de masă volumică normală, care ține seama de clasele de expunere și de clasele structurale, este $c_{min,dur}$. Valorile recomandate ale $c_{min,dur}$ sunt indicate în tabelul 3-9 (armături pentru beton armat) și în tabelul 3-10 (armături pretensionate).

Tabelul 3-9. Valori ale acoperirii minime $c_{min,dur}$ cerute de condiția de durabilitate în cazul armăturilor pentru beton armat conform cu EN 10080

Cerință de mediu pentru $c_{min,dur}$ (mm)							
Clasa structurală	Clasa de expunere conform tabelului 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1/XS1	XD2 / XS2	XD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Tabelul 3-10. Valori ale acoperirii minime $c_{min,dur}$ cerute de condiția de durabilitate în cazul armăturilor pentru beton precomprimat

Cerință de mediu pentru $c_{min,dur}$ (mm)							
Clasa structurală	Clasa de expunere conform tabelului 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1/XS1	XD2 / XS2	XD3/XS3
S1	10	15	20	25	30	35	40
S2	10	15	25	30	35	40	45
S3	10	20	30	35	40	45	50
S4	10	25	35	40	45	50	55
S5	15	30	40	45	50	55	60
S6	20	35	45	50	55	60	65

Tabelul 3-11. Valorile limită recomandate pentru compoziția și proprietățile betonului, după EN 206-1

Clasele de expunere																	
Nici un risc de coroziune sau atac	Coroziune datorată carbonatării				Coroziune datorată clorurilor				Atac îngheț-dezghet				Agresivitate chimică a mediului înconjurător				
	Apa de mare		Cloruri din alte surse decât apa de mare		XF1		XF2		XF3		XF4						
X0	XC1	XC2	XC3	XC4	XS1	XS2	XS3	XD1	XD2	XD3	XF1	XF2	XF3	XF4	XA1	XA2	XA3
-	0.65	0.60	0.55	0.50	0.50	0.45	0.45	0.55	0.55	0.45	0.55	0.55	0.50	0.45	0.55	0.50	0.45
C12/15	C20/25	C25/30	C30/37	C30/37	C35/45	C35/45	C35/45	C30/37	C30/37	C35/45	C30/37	C30/37	C30/37	C30/37	C30/37	C30/37	C35/45
-	260	280	280	300	300	320	340	300	300	320	300	300	320	340	300	320	36
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4.0 ^a	4.0 ^a	4.0 ^a	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	Agregate conform EN 1260 :2000 cu o rezistență suficientă		Ciment rezistent la sulfai		-	-	-

^aDacă betonul nu conține aer antrenat cu intenție, performanța betonului trebuie să fie atunci conform unei metode de încercări adecvate, în comparație cu un beton, pentru care rezistența la îngheț-dezghet, pentru clasa de expunere corespunzătoare a fost stabilită.

^bCând prezența de SO₄²⁻ conduce la o clasă de expunere XA2 și XA3 este esențial să fie utilizat un ciment rezistent la sulfai. Dacă cimentul este clasificat după rezistența la sulfai, trebuie utilizate cimenturi cu o rezistență medie ridicată la sulfai pentru clasa de expunere XA2 (și dacă clasa de expunere XA1 este aplicabilă) și trebuie un ciment având o rezistență ridicată la sulfai pentru clasa de expunere XA3.

Raportul apă/ciment maxim	Clasa de rezistență minimă	Dozajul minim de ciment kg/m ³	Conținutul minim de aer %	Alte condiții	
---------------------------	----------------------------	---	---------------------------	---------------	--

Pentru calculul acoperirii nominale c_{nom} , acoperirea minimă trebuie majorată, la nivelul din proiect, pentru a ține seama de abaterile de execuție (Δc_{dev}). Astfel, acoperirea minimă trebuie mărită cu valoarea absolută a abaterii acceptate. Valoarea recomandată este $\Delta c_{dev} = 10$ mm.

Tabelul 3-11 dă valorile limită recomandate în EN 206-1 pentru compoziția și proprietățile betonului.

1. Ce înțelegeți prin *durabilitate*? Comparativ cu alte considerații, cât de multă importanță trebuie dată durabilității la proiectarea și execuția structurilor de beton?
2. Care sunt cele două mecanisme care duc la coroziunea armăturilor înglobate în beton?
3. Descrieți pe scurt măsurile care pot fi luate pentru a controla coroziunea armăturilor înglobate în beton.
4. Ce măsuri se pot lua pentru a evita degradarea betonului prin gheț-dezgheț repetat?
5. Care este efectul apelor pure asupra pietrei de ciment ?
6. Care este diferența între abraziune și cavitație? Din punct de vedere al durabilității la abraziune, ce recomandări ați face pentru proiectarea și execuția unei pardoseli industriale de beton?
7. Enumerați câteva surse obișnuite de ioni sulfat în mediul natural și industrial.
8. Ce reacții chimice sunt în general implicate în atacul sulfatic asupra betonului? Care sunt manifestările fizice ale acestor reacții?
7. Ce este reacția alkali-agregate?
8. Care sunt clasele de expunere după EN 1992 și EN 206? Dar după STAS 1017/0-90? Încercați să stabiliți o corespondență între clasele din STAS 10107 și cele din EN 1992.
9. Determinați grosimea necesară din punct de vedere al durabilității pentru stratul de acoperire al armăturilor la plăcile și grinzile din interiorul unei clădiri de locuit. Comparați rezultatele obținute prin aplicarea prevederilor din EN 1992 și respectiv STAS 10107.
10. Care sunt clasa minimă de rezistență, dozajul minim de ciment și raportul a/c maxim care trebuie respectate pentru betonul folosit în cazul anterior?

4. Armături pentru beton armat

4.1 Exigențe de performanță

Principalele exigențe privind armăturile pentru beton armat sunt :

- rezistența ;
- aderența ;
- ductilitatea ;
- capacitatea de îndoire ;
- sudabilitatea ;
- rezistența la oboseală

4.1.1 Rezistența

Rezistența bună la întindere a fost motivul principal al asocierii oțelului cu betonul în betonul armat. În realitate, nu se urmărește rezistența (efortul de rupere), ci limita elastică, pentru a asigura o comportare elastică a oțelului sub încărcările de serviciu. Această limită de curgere variază, pentru oțelurile folosite curent, între 240 și 600 MPa.

4.1.2 Aderența

Utilizarea armăturilor în beton armat nu este posibilă fără transmiterea eforturilor între beton și armătură, și aceasta se face de regulă prin aderență. Din acest punct de vedere, armăturile sunt împărțite în 2 clase (ST 009/2005) : produse netede și produse cu înaltă aderență. Acestea din urmă sunt profilate (cu nervuri în relief) sau amprentate (cu adâncituri). Se consideră că produsele profilate sau amprentate îndeplinesc condițiile pentru a fi clasate “de înaltă aderență” dacă geometria nervurilor sau a amprentelor respectă anumite condiții.

De exemplu, pentru barele profilate, aceasta se exprimă sintetic prin condiția de arie relativă minimă a nervurii (f_R). Aceasta din urmă se definește ca raportul dintre proiecția ariei nervurii pe un plan perpendicular pe axa barei și aria laterală a barei, și poate fi calculată cu relația următoare :

$$f_R = \frac{k \cdot F_R \sin \beta}{\pi \cdot \phi \cdot c_s}$$

în care:

- F_R aria nervurii;
- c_s distanța între nervuri;
- k numărul de nervuri în jurul perimetrului barei;
- β unghiul dintre nervură și axa longitudinală a barei;
- ϕ diametrul nominal al barei.

După EN 1992-1-1, Anexa C, valorile minime ale coeficientului f_R sunt :

Tabelul 4-1. Valori $f_{R,min}$ după EN 1992-1-1

Dimetrul nominal al barei (mm)	5 –6	6,5 la 12	> 12
$f_{R,min}$	0,035	0,040	0,056

Specificația tehnică ST 009/2005 prevede valori similare :

Tabelul 4-2. Valori $f_{R,min}$ după ST 009/2005

Dimetrul nominal al barei (mm)	5 –6	6,5 la 8,5	9 la 10,5	> 11
$f_{R,min}$	0,039	0,045	0,052	0,056

4.1.3 Ductilitatea

Ductilitatea (capacitatea de deformație post-elastică fără scăderea rezistenței) este o caracteristică importantă pentru elementele și structurile de beton armat. O condiție necesară, dar nu suficientă, pentru asigurarea ductilității structurale este ductilitatea armăturilor.

Principalele avantaje asigurate de comportarea structurală ductilă sunt :

- avertizarea rupei, prin deformații mari ;
- redistribuirea eforturilor în structură, limitând concentrările de eforturi ;
- disiparea de energie sub încărcări ciclice (de exemplu seismice).

În acest sens, EN 1992-1-1 definește trei clase de ductilitate, A, B și C (vezi Tabelul 4-3).

Tabelul 4-3. Proprietățile armăturilor după EN 1992-1-1

Forma produsului	Bare și sârme îndreptate			Plase sudate			Cerința sau valoarea fractilului (%)
	A	B	C	A	B	C	
Clasa	A	B	C	A	B	C	-
Limita caracteristică de elasticitate f_{yk} sau $f_{0,2k}$ (MPa)	400 până la 600						5,0
Valoare minimă a lui $k = (f_t / f_y)_k$	≥ 1,05	≥ 1,08	≥ 1,15 < 1,35	≥ 1,05	≥ 1,08	≥ 1,15 < 1,35	10,0
Valoare caracteristică a deformației specifice sub încărcarea maximă, ϵ_{uk} (%)	≥ 2,5	≥ 5,0	≥ 7,5	≥ 2,5	≥ 5,0	≥ 7,5	10,0

ST 009/2005 definește în plus clasa D, cu o alungire specifică minimă de 3,5%. De asemenea impune condiția ca raportul între alungirea la rupere și cea sub încărcare maximă să nu fie mai mic decât 3.

Se observă că, pe lângă condiția de deformație minimă, se impune în general și un raport minim între efortul de rupere și cel de curgere k , iar în cazul clasei C (oțeluri cu ductilitate ridicată) și o limită maximă a raportului k . Limita minimă asigură, pe de o parte, o rezervă de rezistență și, pe de altă parte, o creștere a ductilității elementului de beton armat. Limita maximă este importantă la structurile situate în zone seismice, pentru că limitează "suprarezistența", adică excesul de capacitate portantă față de cea prevăzută la proiectare, exces care poate să modifice ierarhia de apariție a articulațiilor plastice dorită de proiectant.

4.1.4 Capacitatea de îndoire

Barele de armătură trebuie uneori îndoite pentru a fi fasonate corect (de exemplu etrierii sau ciocurile barelor). Îndoirea este o deformare plastică la rece, și trebuie verificat că armătura îndoită nu este afectată de acest proces. Trebuie subliniat că deformarea la cald nu este acceptabilă pentru că modifică proprietățile de rezistență și deformabilitate ale oțelului.

EN 10080 admite fie testul de îndoire, fie cel de îndoire-dezdoire.

Testul de îndoire constă din îndoirea la 180° o singură dată a barei, în jurul unui dorn cu diametrul dat în tabelul 4-4.

Testul de îndoire-dezdoire constă în îndoirea barei la 90°, în jurul unui dorn cu diametrul conform tabelului 4-5, îmbătrânirea oțelului, urmată de dezdoire cu cel puțin 20°.

Testele sunt considerate satisfăcute dacă după test nu este nici un semn de rupere sau fisuri vizibile cu ochiul liber.

Tabelul 4-4. Diametrul dornului pentru testul de îndoire, după EN 10080 și ST 009/2005

Diametrul nominal d (mm)	Diametrul maxim al dornului	
	EN 10080	ST009/2005
≤ 16	$3d$	$3d$
> 16	$6d$	$3d$
Sârme trefilate	-	$3-4d$

Tabelul 4-5. Diametrul dornului pentru testul de îndoire-dezdoire, după EN 10080 și ST 009/2005

Diametrul nominal d (mm)	Diametrul maxim al dornului	
	EN 10080	ST009/2005
< 12	$5d$	$5d$
$12 \leq d \leq 16$	$5d$	$6d$
$16 < d \leq 25$	$8d$	$8d$
> 25	$10d$	$8d$

4.1.5 Sudabilitatea

Majoritatea oțelurilor pentru beton armat sunt sudabile, această calitate fiind uneori necesară în procesul de producție (realizarea de carcuse de armătură sudate, îmbinarea prin sudare a armăturilor).

Sudabilitatea depinde de procentul de carbon, echivalent carbon și alte impurități (sulf, fosfor, azot). Valorile limită impuse de norme (EN 10080 și ST 009/2005) sunt următoarele:

Tabelul 4-6. Compoziția chimică (% masice), după EN 10080 și ST 009/2005

	Carbon max.	Sulf max.	Fosfor max.	Azot max.	Cupru max.	Carbon echivalent max.
Oțel lichid	0.22	0.050	0.050	0.012	0.80	0.50
Produs	0.24	0.055	0.055	0.014	0.85	0.52

Valoarea echivalentului carbon se calculează cu formula:

$$C_E = C + Mn/6 + (Cr + Mo + V)/5 + (Ni + Cu)/15$$

4.1.6 Rezistența la oboseală

Unele structuri sunt supuse la încărcări repetate (de exemplu tablierele de poduri sau grinzile podurilor rulante). Pentru acestea, comportarea la oboseală a armăturilor este foarte importantă.

Mecanismul cedării la oboseală al armăturilor poate fi descris în mod simplificat în felul următor: dintr-un punct de concentrare a eforturilor (imperfecțiune geometrică, creștătură, punct de coroziune) se formează o fisură, care avansează treptat, micșorând secțiunea utilă a barei. Când secțiunea rămasă devine insuficientă, bara se rupe brusc.

Criteriul de verificare a rezistenței la oboseală este, după ST 009/2005, realizarea a cel puțin 2 milioane de cicluri cu σ_{\max} egal cu 0,6 din limita de curgere caracteristică și amplitudinea $2\sigma_a$ de cel puțin 150 MPa pentru bare laminate la cald, respectiv 100 MPa pentru sârme trefilate.

4.2 Compoziția oțelurilor pentru beton armat și producerea armăturilor

Oțelurile obișnuite conțin fier și o cantitate redusă de carbon. Cu cât cantitatea de carbon este mai ridicată, cu atât crește rezistența, dar scade deformabilitatea. Oțelurile pentru beton armat conțin sub 0.4% carbon. Pentru a îmbunătăți rezistența, păstrând în același timp ductilitate suficientă, fie se adaugă cantități reduse din alte metale (oțeluri slab aliate, de ex. PC 52), fie se aplică o serie de tratamente termice (procedeele Tempcore, utilizat pentru oțeluri S400...S600).

Obținerea barelor (sau sârmelor) de armătură se face fie prin laminare la cald, fie prin tragere la rece. În primul caz se obțin bare cu palier de curgere distinct și ductilitate bună (fig. 4-1a); în cel de-al doilea caz, barele nu au palier distinct de curgere și deformabilitatea lor este de regulă mai redusă (fig. 3-1b). Deformarea la rece produce o ecrusare a oțelului (fig. 4-2). Un caz special de deformare la rece este torsionarea, care produce o ecrusare diferențiată a oțelului în funcție de distanța la centrul secțiunii (fig. 4-3).

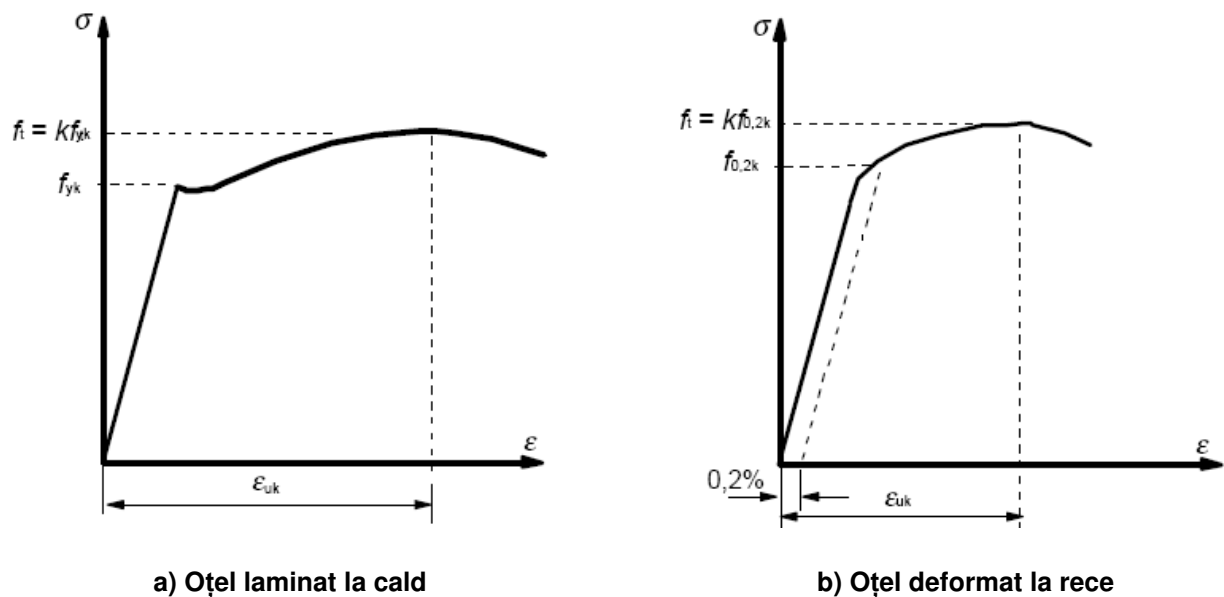


Fig. 4-1. Diagramele efort-deformație ale oțelurilor pentru beton armat

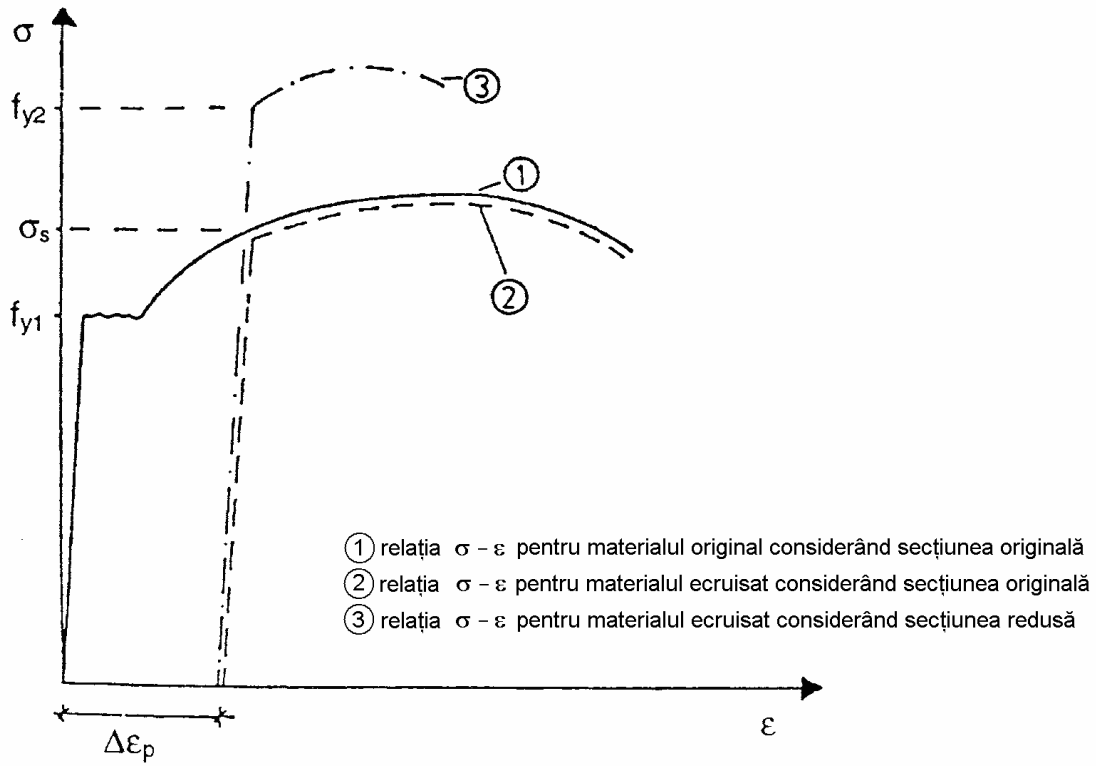


Fig. 4-2. Diagramele efort-deformație ale oțelurilor înainte și după întindere la rece (după FIB, 1999)

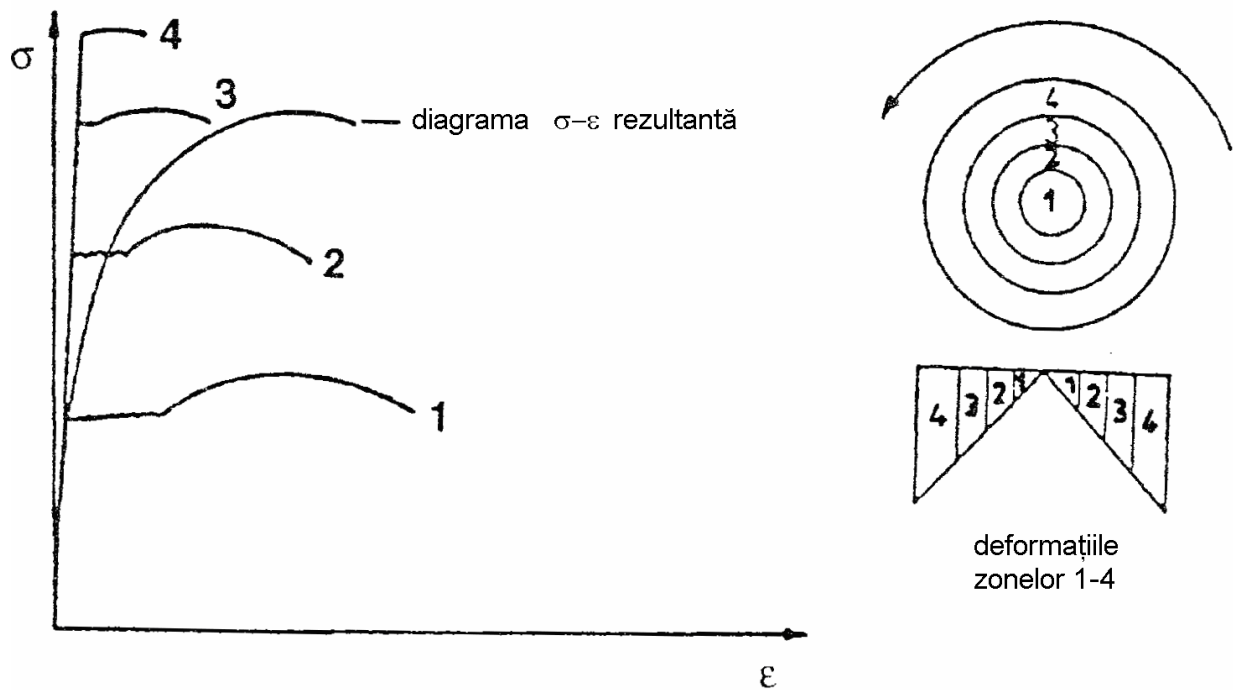


Fig. 4-3. Ecruisare prin răsucire (după FIB, 1999)

4.3 Proprietăți mecanice

Comportarea mecanică a oțelurilor este caracterizată prin încercarea de întindere, pe baza căreia se poate trasa relația $\sigma-\varepsilon$. Efortul unitar se determină împărțind forța de întindere aplicată la secțiunea nominală a barei.

Se pot observa două tipuri de comportare : cu limită de curgere net definită și palier de curgere (Fig. 4-1a), și fără limită de curgere netă (Fig. 4-1b).

Primul caz este cel al oțelurilor ductile. Ruperea este precedată de o stricțiune (gâtuire) accentuată a secțiunii. În curba s-e, debutul stricțiunii (localizarea ruperii) are loc imediat după punctul de efort unitar maxim. Alungirea la rupere, măsurată pe o zonă cu lungimea inițială de 5 diametre ale barei, și care cuprinde secțiunea de rupere este considerabilă (de exemplu la oțeluri de tip PC 52 poate atinge 30-33%).

Mărimile caracteristice sunt:

f_y = limita de curgere;

f_t = rezistența;

ε_u = deformația ultimă (corespunzând efortului unitar maxim f_t);

E_s = modulul lui Young = 195...210 GPa.

Oțelurile fragile nu au un prag de curgere bine definit și deformația ultimă este redusă (alungire la rupere de până la 10%). Numai rezistența este clar definită pe curba caracteristică.

Se definește o limită de curgere convențională:

$f_{0,2}$ = punctul de la care, la descărcare, deformația reziduală este 0.2%;

4.4 Modele de calcul

Pentru calcul, curba caracteristică a oțelului se schematizează fie printr-o relație biliniară cu palier, fie printr-o relație biliniară cu consolidare (pantă pozitivă pe a doua porțiune). Opțiunea curentă este relația biliniară cu palier, folosită în calculul simplificat de rezistență.

Valoarea de calcul a rezistenței f_{yd} (sau R_a cu notațiile din STAS 10107/0-90) este valoarea caracteristică a limitei de curgere f_{yk} împărțită la factorul parțial de siguranță γ_s (=1,15).

Pentru deformația ultimă ε_u la barele laminate, STAS 10107/0-90 prevede o valoare de 1% pentru grupările de încărcări obișnuite și 5% pentru grupările de încărcări care includ și acțiunea seismică. Pentru zonele plastice potențiale ale elementelor din structuri antiseismice, STAS 10107/0-90 recomandă folosirea diagramei biliniare cu consolidare, cu o valoare maximă a efortului unitar $f_{td} = 1,25f_{yd}$ (Figura 4-4a)

În cazul sârmelor trase (STNB, STPB), STAS 10107/0-90 recomandă fie o diagramă biliniară cu consolidare, fie o diagramă biliniară cu palier, ca în figura 4-4b.

EN 1992-1-1 (Fig. 4-5) nu prevede nici o verificare pentru deformația ultimă în cazul în care se adoptă modelul cu palier, iar în cazul în care se adoptă modelul biliniar, valoarea de calcul a deformației ultime este 90% din valoarea caracteristică a deformației ultime $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$ (de exemplu, pentru un oțel din clasa C, valoarea caracteristică a deformației ultime este de 7,5%, iar valoarea de calcul este $0,9 \times 7,5 = 6,75\%$).

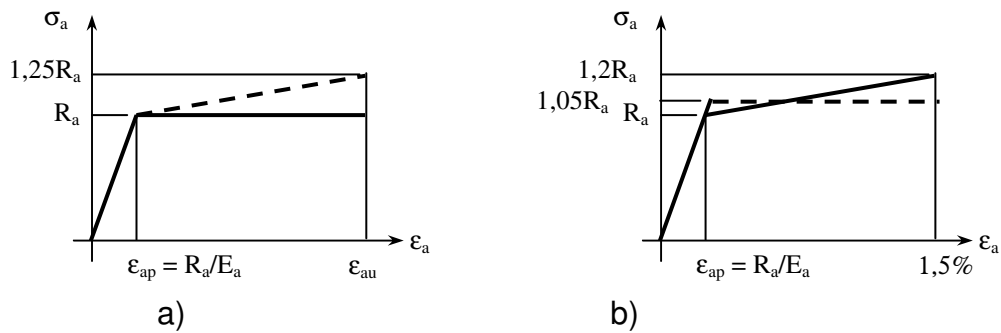


Fig. 4-4. Relații σ - ϵ simplificate pentru calcul (STAS 10107/0-90)

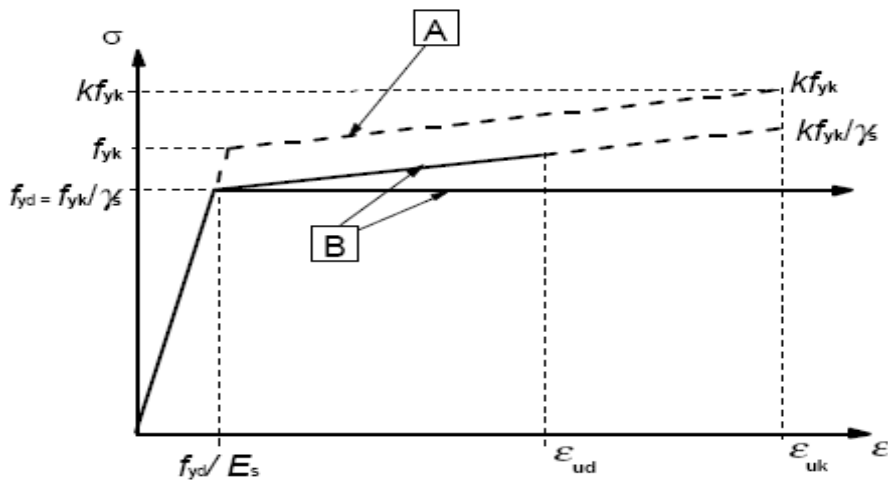


Fig. 4-5. Relații σ - ϵ simplificate pentru calcul (EN 1992-1-1)

4.5 Caracteristicile oțelurilor utilizate în România pentru armături

Oțelurile utilizate în România pentru beton armat sunt: bare lise (OB 37), bare profilate (PC 52, PC 60) și sârme trase (STNB, STPB). Principalele lor caracteristici mecanice sunt date în tabelul 4-7.

OB 37: Oțel cu conținut mic de carbon, laminat la cald, bare lise cu secțiune circulară. Livrat în colaci ($\Phi 6...12$) sau bare cu lungimea mai mică de 12 m ($\Phi > 12$). Rezistență scăzută, ductilitate înaltă, aderență medie cu betonul. Utilizat în general pentru etrieri, armături constructive și de montaj.

PC 52, PC 60: Oțeluri cu conținut limitat de carbon, slab aliate (1.4% Mn), suprafață profilată (Figura 3-6). Rezistență bună, ductilitate bună, aderență înaltă. Utilizate pentru armăturile de rezistență.

STNB: Sârme de diametru mic (3...8 mm), trefilate. Din cauza procedurii de fabricație, oțelul este puternic ecruizat, rezistența fiind mărită, în schimb deformațiile sunt limitate. De asemenea, suprafața este foarte lisă, ceea ce face ca aderența să fie foarte proastă. Sunt utilizate de obicei sub formă de plase sau caracse sudate în puncte.

STPB : Singura diferență față de STNB este existența nervurilor pe suprafață (cu aspect asemător celor de la PC 52, fără nervuri longitudinale). Existența nervurilor crește substanțial aderența.

Tabelul 4-7. Caracteristici mecanice ale oțelurilor pentru betaon armat (STAS 10107/0-90)

Tip oțel	Diametru nominal Φ (mm)	Limita de curgere $\sigma_{c \text{ min}}$ (MPa)	Rezistența $\sigma_{r \text{ min}}$ (MPa)	Alungirea la rupere (%)		Rezistența de calcul R_a (MPa)
				5 Φ	10 Φ	
OB 37	6...12	255	360	25	-	210
	14...28	235		25	-	
PC 52	6...14	360	510	20	-	300
	16...28	340			-	
	32...40	330			-	
PC 60	6...40	400	600	15	-	355
STNB	3,0...4,0	510	610	-	6	370
	4,3...5,0			-	7	
	5,6...7,9	460	560	-	8	
	8	400	590	-	8	325

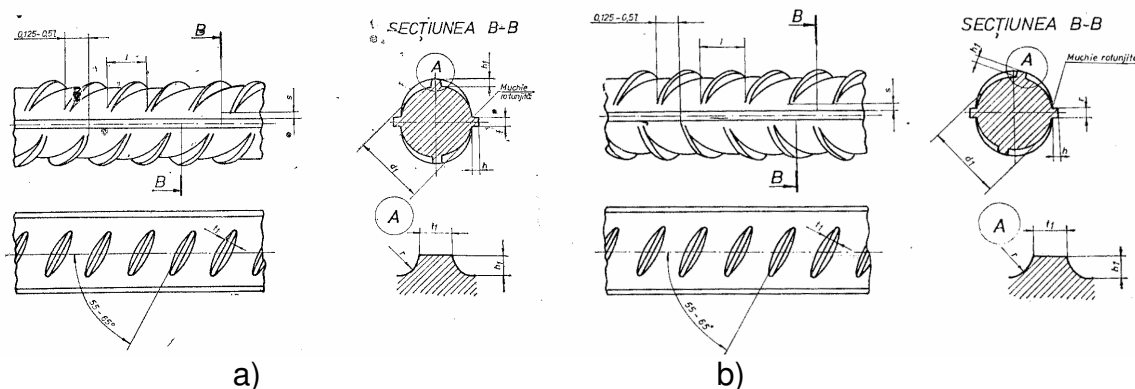


Fig. 4-6. Profilatura oțelurilor PC: a) PC 52, b) PC 60

4.6 Înnădirea armăturilor

Armăturile sunt de regulă livrate și fasonate în bare de lungime limitată (cel mult 12 m). De asemenea, tehnologia de execuție impune utilizarea de bare de lungimi relativ reduse. Pe de altă parte trebuie asigurată continuitatea transmiterii eforturilor. Această continuitate este asigurată prin înnădirea barelor, care se poate realiza prin suprapunere, sudură sau dispozitive mecanice.

Înnădirea prin suprapunere va fi tratată în capitolul 5, pentru că se bazează pe transmiterea eforturilor prin aderență. În continuare sunt prezentate înnădirile prin sudură sau dispozitive mecanice.

4.6.1 Înnădiri prin sudură

Înnădirea prin **sudură** se face de obicei utilizând eclisele, cu respectarea lungimilor de cordoane din figura 4-7.

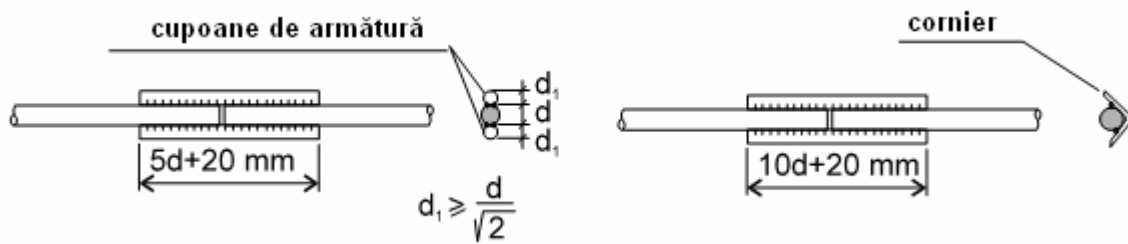


Fig. 4-7. Înnădire prin sudură cu eclise a) cu cupoane de armătură b) cu cornier

Detalii suplimentare privind realizarea înnădirilor prin sudură sunt date în normativul C 18-83.

4.6.2 Înnădire cu dispozitive mecanice

Înnădirea barelor poate fi de asemenea realizată cu diverse tipuri de **dispozitive mecanice** care asigură continuitatea eforturilor între cele două bare. Între sistemele utilizate, le amintim pe următoarele:

- Utilizarea unei mufe filetate care se înșurubează pe capetele filetate ale barelor ;
- Utilizarea a două piese semicilindrice din oțel moale care sunt sertizate pe cele două armături;
- Utilizarea de manșoane cilindrice cu diametrul interior mai mare decât al armăturilor și turnarea unui aliaj ușor fuzibil între bară și manșon.

În figurile 4-8...4-10 sunt prezentate câteva sisteme de înnădire mecanică.

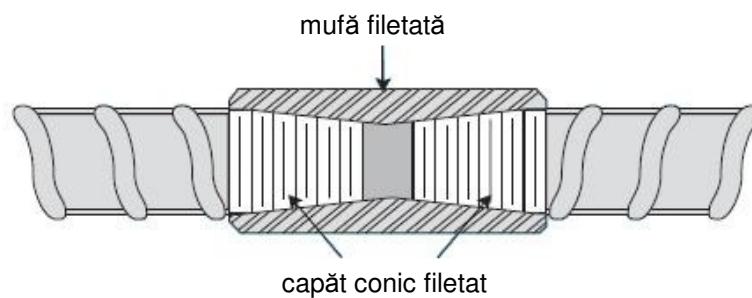


Fig. 4-8. Conector cu mufă filetată

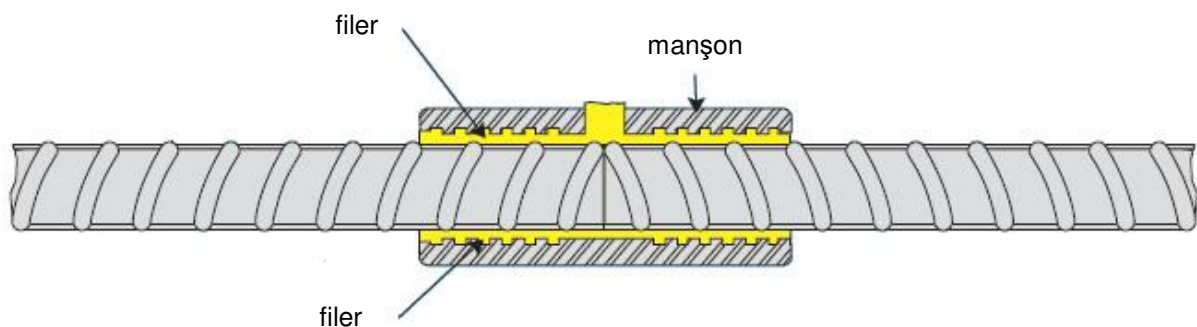


Fig. 4-9. Conector cu manșon în care se toarnă un aliaj ușor fuzibil

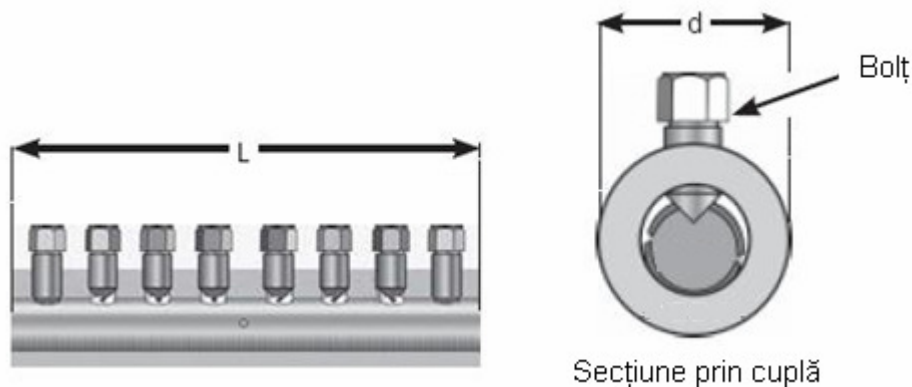


Fig. 4-10. Conector cu manșon și bolțuri

4.7 Clasificarea armăturilor după rolul lor

După rolul lor în elementele de beton armat, armăturile pot fi clasificate în una din categoriile următoare:

- *Armături de rezistență*: Preiau eforturi. Cantitatea necesară rezultă dintr-un calcul de rezistență.
- *Armături constructive*: Preiau eforturi. Cantitatea necesară nu rezultă dintr-un calcul, ci din reguli empirice.
- *Armături de montaj*: Nu preiau eforturi. Rolul lor este să ajute la realizarea carcusei de armătură și să-i asigure stabilitatea în timpul turnării betonului.

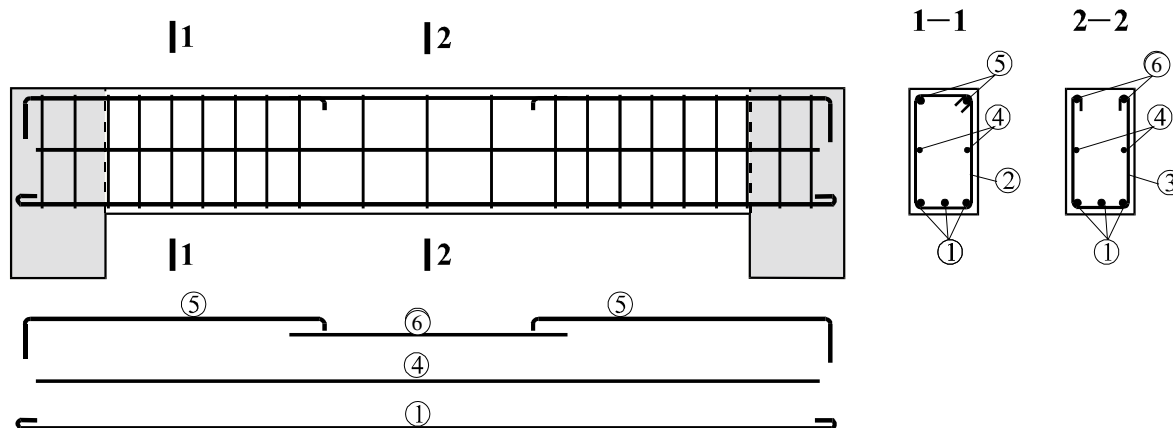


Figure 4-11. Plan de armare a unei grinzi din beton armat

În figura 4-11 este dat un exemplu de armare al unei grinzi din beton armat. Se disting armături longitudinale de rezistență (1), prevăzute pentru preluarea eforturilor din încovoiere, armături transversale de rezistență (etrieri), prevăzute pentru preluarea eforturilor din forță tăietoare (2), etrieri constructivi (3) – nu rezultă necesari din calcul, și bare de montaj (6). Barele (5) sunt prevăzute pentru momentul încovoietor negativ (bare de rezistență), iar barele (4) sunt bare constructive, prevăzute să preia eforturi de întindere din contracție.

Întrebări

1. Care sunt cerințele principale privind armăturile pentru beton armat ?
2. Ce parametru definește calitatea aderenței barelor profilate ?
3. Definiți ductilitatea unei structuri (sau a unui element structural). Care sunt avantajele unei comportări structurale ductile ?
4. Cum se verifică capacitatea de îndoire a barelor de armătură ?
5. Care sunt parametrii care influențază sudabilitatea armăturilor ?
6. Care este criteriul de verificare al rezistenței la oboseală a armăturilor ?
7. Desenați diagramele tipice σ - ε ale oțelurilor. Comentați.
8. Desenați diagramele de calcul σ - ε ale oțelurilor. Comentați.
9. Care sunt tipurile de armături utilizate în România și ce caracteristici are fiecare ?
10. Care sunt rolurile pe care le pot avea armăturile într-un element de beton armat. Exemplificați.

5. Aderența beton-armătură

5.1 Importanța aderenței

Armătura nu este direct solicitată de încărcările aplicate ; efectul încărcărilor este transmis la armătură prin intermediul betonului. În consecință, comportarea de compozit a betonului armat este determinată de legătura între cele două materiale, care se realizează, în cea mai mare parte a cazurilor, prin **aderență**.

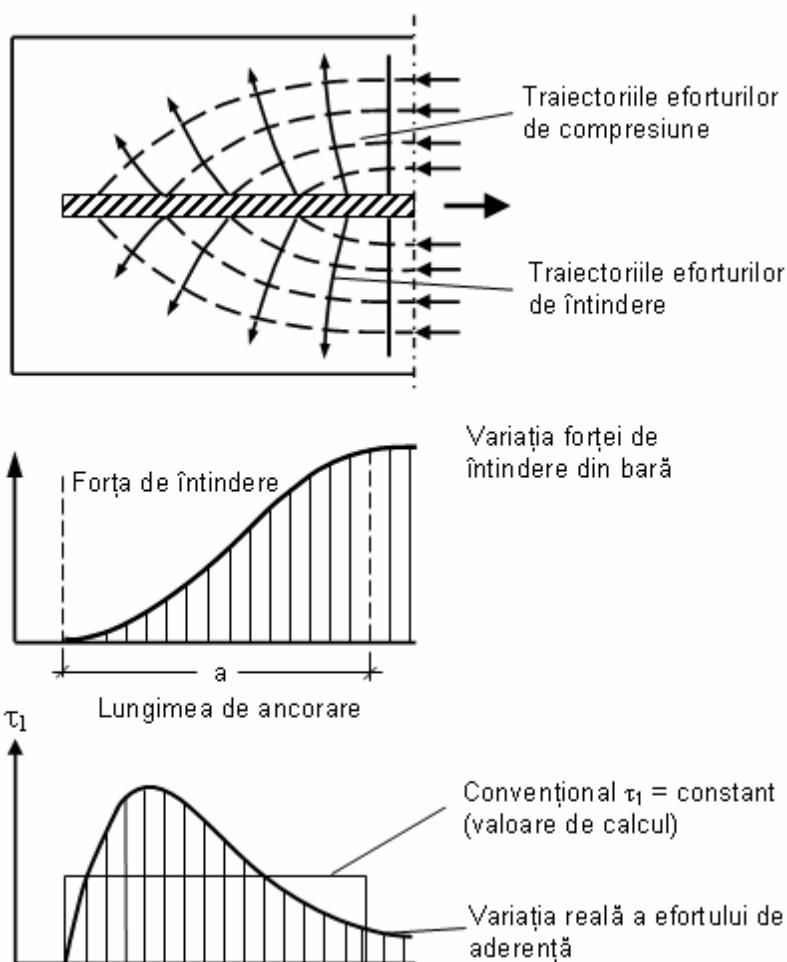


Fig. 5-1. Smulgerea unei bare din beton

$$A_s \sigma_s = \tau_{b,av} u l_b \Leftrightarrow \tau_{b,av} = A_s \sigma_s / (u l_b) = (\pi d_b^2 / 4) \sigma_s / (\pi d_b l_b) = \sigma_s d_b / (4 l_b) \quad (5.1)$$

în care d_b = diametrul barei;
 u = perimetrul barei
 A_s = aria secțiunii barei

În cazul elementelor încovoiate cu forță tăietoare, trebuie transmisă prin aderență diferența între eforturile de forfecare de la o secțiune la altă secțiune, situată la distanța Δx (Figura 5-2).

Echilibrul după direcția normală la axa grinzii dă:

Încercarea clasică este cea de smulgere, care constă în aplicarea unei forțe de întindere asupra unei bare de armătură din care o parte este înglobată în beton (Fig. 5-1).

Bara trebuie să-și dezvolte capacitatea portantă fără ruperea aderenței.

Eforturile tangențiale care se dezvoltă la interfața beton-armătură dau eforturi principale de întindere și de compresiune. Eforturile principale de întindere provoacă fisurarea înclinată și în final se formează un con de smulgere în jurul barei.

Calculul efortului tangențial mediu de aderență pleacă de la echilibrul între forța de aderență și forța de întindere în bară:

$$V_1 = V_2 + q\Delta x \quad (5.2)$$

Echivalența momentelor exterioare și interioare pe cele două fețe ale elementului de grindă dă:

$$M_1 = z_1 T_{s1} \quad (5.3a)$$

$$M_2 = z_2 T_{s2} \quad (5.3b)$$

În care T_{s1} și T_{s2} sunt forțele de întindere din armătură.

Putem considera: $z_1 \cong z_2 = z$ (vezi cap. 5), și cum $M_1 \neq M_2$, rezultă $T_{s1} \neq T_{s2}$

Diferența între forțele din armătură este echilibrată de forțele de aderență:

$$T_{s1} - T_{s2} = F_b \Leftrightarrow A_s(\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) = \tau_{b,av} u \Delta x \quad (5.4)$$

în care u este perimetrul armăturilor.

Rezultă:

$$\tau_{b,av} = A_s(\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) / (u \Delta x) = A_s(\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) z / (u \Delta x z) = (\Delta M / \Delta x) / (uz) = V / (uz) \quad (5.5)$$

În concluzie, efortul unitar de aderență dezvoltat depinde de variația momentului (forța tăietoare) și nu de valoarea sa. În consecință trebuie verificate condițiile de aderență acolo unde forța tăietoare este mare, chiar dacă momentele sunt mici (de exemplu la reazemele marginale).

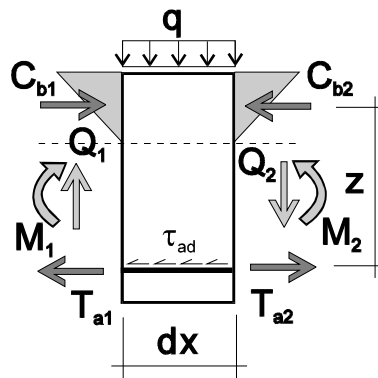


Fig. 5-2. Starea de eforturi într-un element de lungime dx dintr-o grindă de beton armat

Într-un tirant fisurat, forța (și respectiv efortul unitar) în armătură este aceeași în toate secțiunile fisurate. Între două fisuri, o parte din încărcare este transmisă la beton prin aderență : în beton apar eforturi de întindere, iar în armătură scade efortul. Deoarece forța din armătură nu scade la capetele unui tronson delimitat prin fisuri, efortul mediu de aderență este null $\tau_{b,av} = 0$. Între fisuri apar eforturi de aderență a căror distribuție este antisimetrică. Efectul acestui fenomen este o scădere a deformației medii a tirantului (comparată cu deformația barei de armătură neînglobate în beton) și poartă numele de “rigidizare la întindere” (tension stiffening).

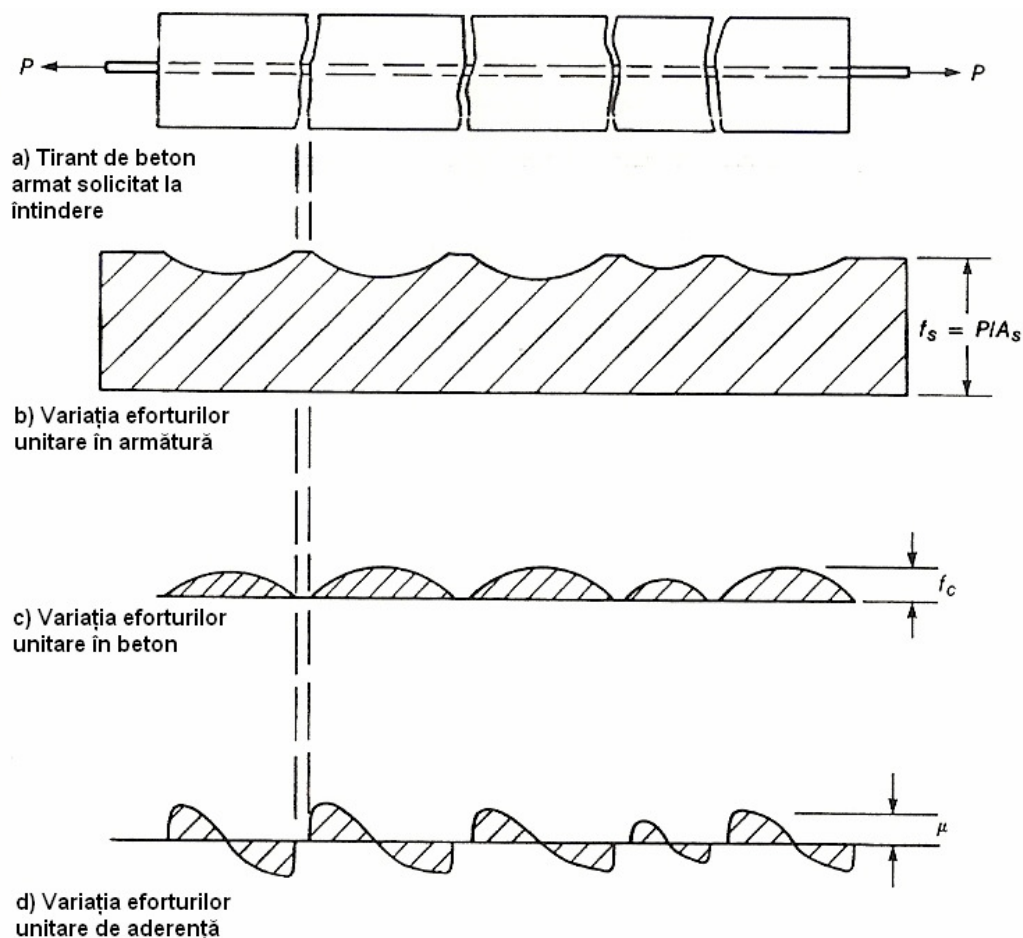


Fig. 5-3. Eforturi unitare în beton, în armătură și eforturi unitare de aderență într-un tirant de beton armat

5.2 Determinarea experimentală

Capacitatea de aderență a barelor la beton se poate măsura prin două încercări diferite: încercarea de smulgere (Pull Out Test) și încercarea de încovoiere (Beam Test).

Pentru ambele încercări, procedurile au fost definite în recomandările RILEM.

5.2.1 Încercarea de smulgere (POT)

Bara, de diametru d , este înglobată într-un cub de beton cu latura $10d$ cu un manșon din plastic care suprimă aderența pe o lungime egală cu $5d$. Cubul de beton se așază pe o placă de reazem găurită, pentru a permite trecerea barei, cu interpunerea unei plăci de cauciuc, pentru a elimina efectul de confinare la reazem.

În timpul încercării se aplică o forță de întindere crescătoare F la partea inferioară a barei, și se măsoară, la capătul superior al barei, deplasarea relativă față de beton.

Se obține în final o relație între efortul mediu de aderență și alunecarea relativă.

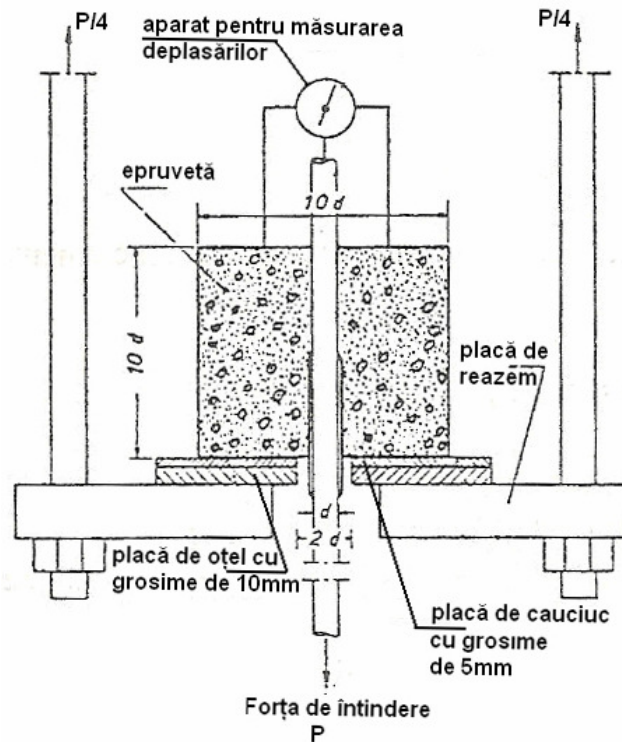


Fig. 5-4. Încercarea de smulgere (POT)

5.2.2 Încercarea de încovoiere (BT)

La această încercare, bara joacă rolul de armătură principală într-o grindă de beton armat formată din două blocuri simetrice, legate la partea superioară printr-o articulație din oțel, ca în Fig. 5-5. În fiecare din cele două blocuri, bara nu aderă la beton decât pe o lungime egală cu $10d$. Lunecarea relativă a barei se măsoară la extremitatea grinzii, și se obține, ca și în cazul încercării de smulgere, o relație între efortul mediu de aderență și lunecarea relativă.

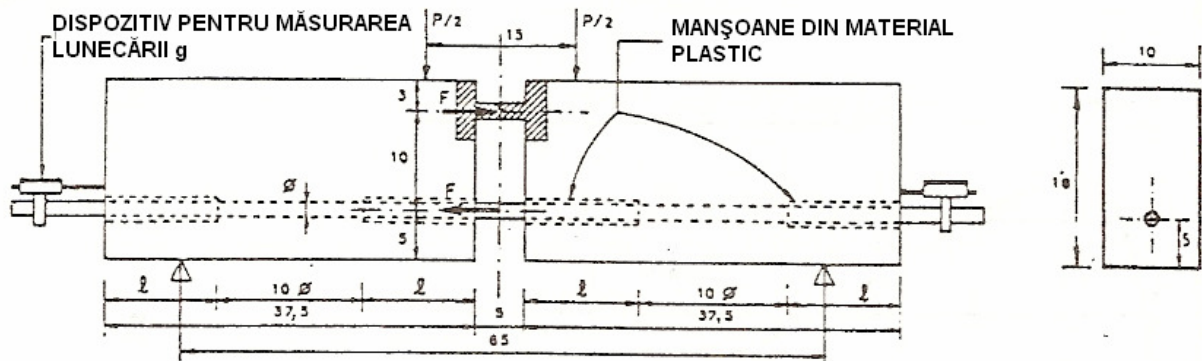
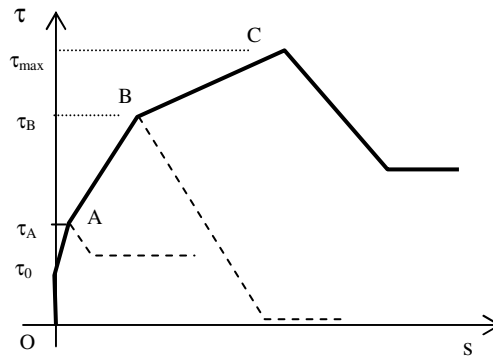


Fig. 5-5. Încercarea de încovoiere (BT)

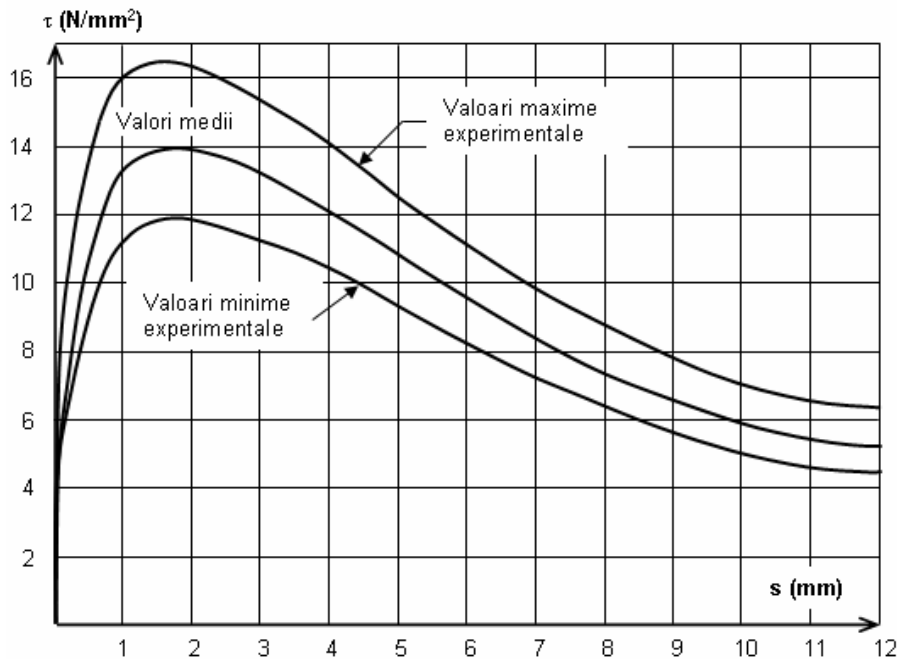
5.3 Relația efort de aderență – lunecare relativă ($\tau - s$)

Proprietățile de aderență ale unei bare înglobate în beton pot fi cel mai bine descrise prin relația între efortul unitar de aderență și lunecarea relativă locală a barei. Această relație este de altminteri necesară pentru modelele analitice care descriu comportarea barelor ancorate în beton.

Mecanismul aderenței poate fi studiat plecând de lunecarea relativă a armăturii față de betonul care-o înconjoară. O relație tipică $\tau - s$ este dată în **Error! Reference source not found.6a**.



a) Model teoretic



b) Rezultate experimentale (Eligehausen et al., 1983)

Fig. 5.6 - Relație tipică efort local de aderență – lunecare relativă

Până la un anumit nivel de solicitare (τ_0 în figura 5.6a) nu există lunecare relativă – legătura între beton și armătură se face prin *adeziune (lipire)*. Aderența realizată prin adeziune este relativ mică ($\tau_0 = 0,5...1,0$ MPa).

Când începe să apară lunecare relativă, un alt mecanism intră în acțiune, care depinde de neregularitățile de pe suprafața barei de armătură. Acest tip de aderență este numită *aderență mecanică*.

Efortul de aderență care acționează între bara de armătură și beton dă naștere la eforturi principale de întindere și de compresiune. Cea mai mică dintre rezistențele la forfecare, la întindere sau la compresiune va fi prima depășită și va schimba condițiile de aderență.

Dacă rezistența la forfecare este cea mai scăzută, rezultatul va fi o cedare a aderenței în jurul perimetrului barei, care va aluneca în beton. Acest tip de cedare are loc de obicei la barele netede.

Dacă este depășită rezistența de întindere pe direcția eforturilor principale de întindere apar fisuri interne înclinate (punctul B pe graficul din fig. 5-6a, pentru un efort tangențial $\tau_B = 2...3$ MPa). Conlucrarea armăturii cu betonul se realizează prin biele înclinate de beton.

După apariția acestor fisuri, forța de aderență se descompune ca în figura 5-7, și componenta radială $\tau \text{tg} \alpha$ acționează ca o presiune internă. Această presiune internă dă eforturi circumferențiale de întindere care, la rândul lor, dau naștere la fisuri longitudinale de despicare. Fisurile ajung la suprafața betonului (punctul C). Dacă nu există confinare, aderența se pierde complet. Dacă există confinare transversală, încărcarea poate crește în continuare, până când încep să cedeze la forfecare pragurile de beton dintre nervuri (punctul D).

În continuare, forța de aderență scade și aderența se realizează prin *frecare*.

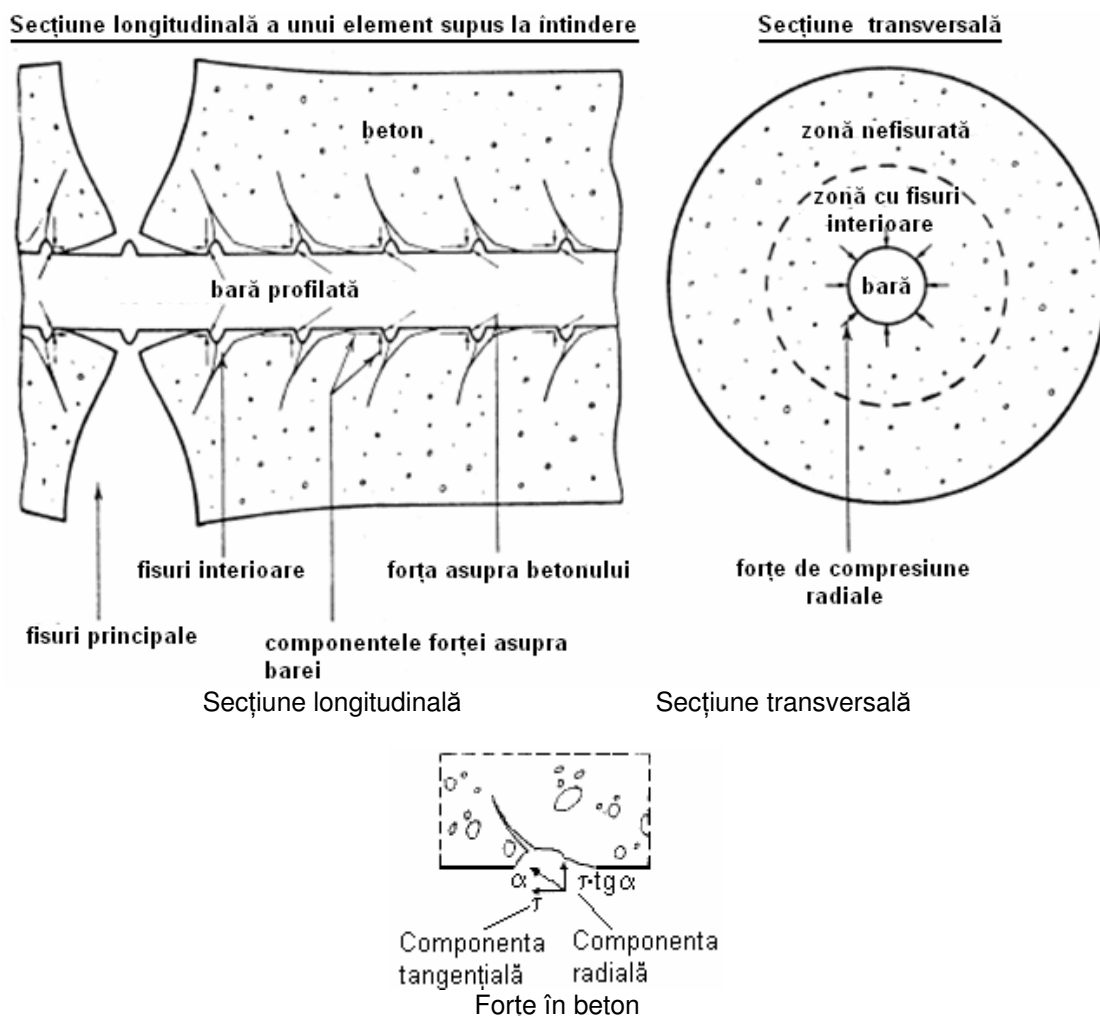


Fig. 5.7 - Fisuri interne și forțe între bara profilată și beton (Goto, 1971)

5.4 Factori care influențează aderența

Principalii factori care influențează aderența dintre beton și armătură sunt următorii:

- **Rezistența betonului la întindere** este de importanță majoră dacă cedare are loc prin despicarea betonului.
- **Contrația betonului** poate produce eforturi de întindere în jurul barelor. Adăugate la eforturile de întindere din despicare, duc la scăderea capacității de aderență.
- **Rezistența betonului la compresiune** este importantă pentru rezistența la forțele concentrate de la contactul cu nervurile.
- **Suprafața barei** este determinantă pentru transferul forțelor prin aderență. Barele foarte netede sau murdare (de exemplu cu ulei pentru cofraj) au o aderență foarte scăzută.
- **Nervurile barelor de înaltă aderență** dau o bună aderență. Influența mărimii nervurilor este bine exprimată de factorul de profil (aria relativă a nervurii) f_R , definit în capitolul 4. Creșterea f_R (prin mărirea înălțimii nervurii sau prin micșorarea distanței între nervuri) mărește rezistența la smulgere, dar și sensibilitatea la despicare.
- **Poziția barelor în timpul betonării** are o influență importantă. Aderența este mai bună pentru barele verticale trase în direcția opusă betonării, decât pentru barele verticale trase în direcția de betonare. De asemenea, ea este mai bună pentru barele orizontale situate aproape de fundul cofrajului decât pentru barele orizontale situate la distanță de fundul cofrajului. Aceasta se datorează tasării betonului proaspăt. Efectul este important mai ales pentru barele orizontale. EN 1992-1-1 recunoaște influența poziției barelor, clasificând condițiile de aderență în funcție de aceasta (fig. 5-8).

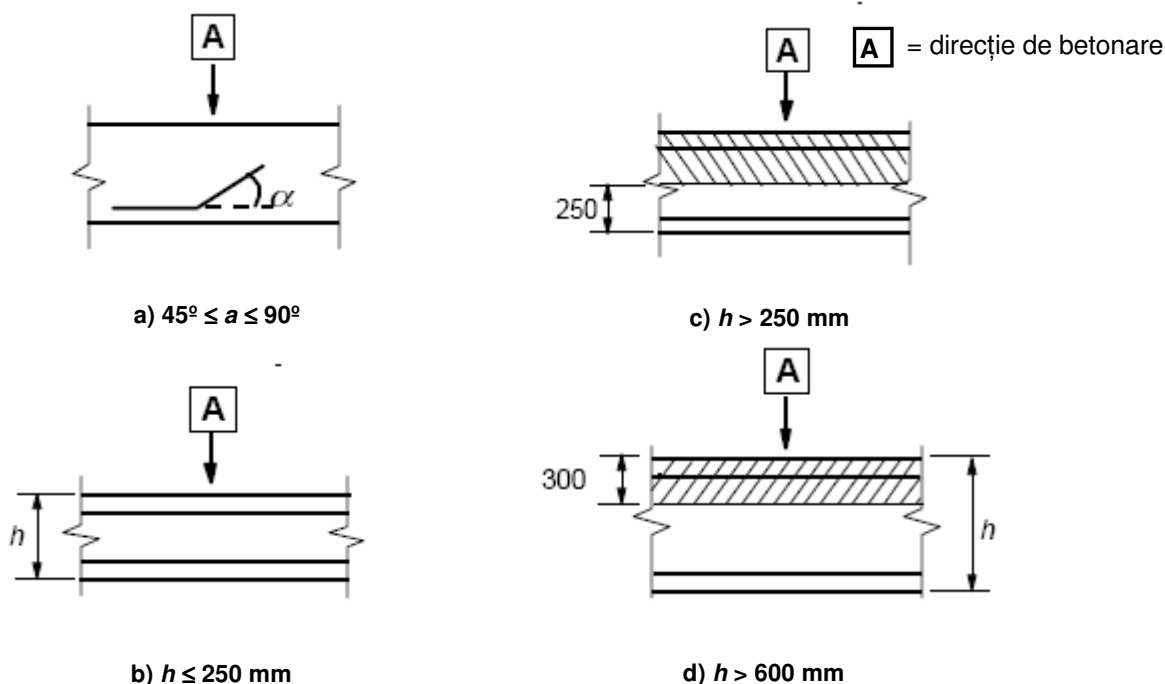


Fig. 5.8 - Prezentarea condițiilor de aderență

- Cedarea prin despicare poate fi evitată dacă există **forțe de compresiune transversale** față de armătură. Ele pot compensa forțele de despicare. În schimb **forțele de întindere transversale** micșorează rezistența la despicare a betonului.
- **Armătura de confinare** influențează mai ales cedarea prin despicate. Ea împiedică deschiderea fisurilor de despicare.
- **Alți factori de influență** sunt grosimea acoperirii cu beton, distanța între bare, diametrul barelor. Ei joacă un rol important în cazul cedării aderenței prin despicarea betonului. Distanța minimă față de marginea secțiunii de beton sau între bare determină poziția planului de despicare. Normele prevăd un strat minim de acoperire în funcție de diametrul barei (de ex. d în EN 1992-1-1 sau $1,2d$ în STAS 10107).

5.5 Lungimea de ancorare

5.5.1 Calculul după STAS 10107/0-90

Calculul lungimii de ancorare se bazează pe echilibrul la limită dintre forța de aderență și rezistența barei de armătură (vezi Fig. 5-1):

$$A_a R_a \leq \tau_{am} u l_a \Leftrightarrow l_a = A_a R_a / (u \tau_{am}) = (R_a / (4 \tau_{am})) d = \lambda_a d \quad (5.5)$$

În care : d = diametrul barei;

u = perimetrul barei ;

A_a = aria armăturii ;

R_a = rezistența armăturii ;

l_a = lungimea de ancorare

λ_a = lungimea de ancorare normalizată

Deoarece τ_{am} depinde de rezistența la întindere a betonului R_t putem scrie:

$$1/(4\tau_{am}) = n_{anc}/R_t \quad (5.6)$$

și se adaugă un termen suplimentar λ_{ao} pentru a ține cont de dispersia rezultatelor experimentale:

$$\lambda_a = n_{anc} \sigma_a / R_t + \lambda_{ao} \quad (5.7)$$

Valorile λ_{ao} și n_{anc} sunt date în STAS 10107/0-90 în funcție de:

- Natura solicitării (tracțiune/ compresiune);
- Rugozitatea barelor (bare rotunde/ profilate);
- Condițiile de aderență (poziția față de direcția de turnare a betonului);
- Condițiile de solicitare (monotonă/ ciclică).

Tabelul 5-1 Valorile n_{anc} și λ_{ao} (STAS 10107/0-90)

Armături Solicitate la	Condiții de aderență și de solicitare				λ_{ao}
	Aderență bună, condiții normale de solicitare		Condiții severe de solicitare sau condiții proaste de aderență		
	Tip armătura				
	PC 60, PC 52	OB 37	PC 60, PC 52	OB 37	
	n_{anc}				
întindere	0,05	0,08	0,07	0,12	12
compresiune	0,03	0,05	0,04	0,07	10

Dacă condițiile severe de solicitare se cumulează cu condițiile defavorabile de aderență, valorile din tabelul de mai sus, corespunzătoare condițiilor severe de solicitare sau cu condițiilor defavorabile de aderență, se majorează cu 20%.

Rezultă lungimi de ancorare cuprinse în general între 20 și 50 de diametre ale armăturii.

Pentru a ameliora ancorarea barelor întinse se pot prevedea ciocuri, cu condiția să se evite împingerea în gol (a betonului de acoperire) și strivirea betonului la interiorul ciocului. Dimensiunile standard ale ciocurilor, precum și unele reguli constructive, sunt date în figura următoare. Pentru barele comprimate nu se recomandă prevederea de ciocuri.

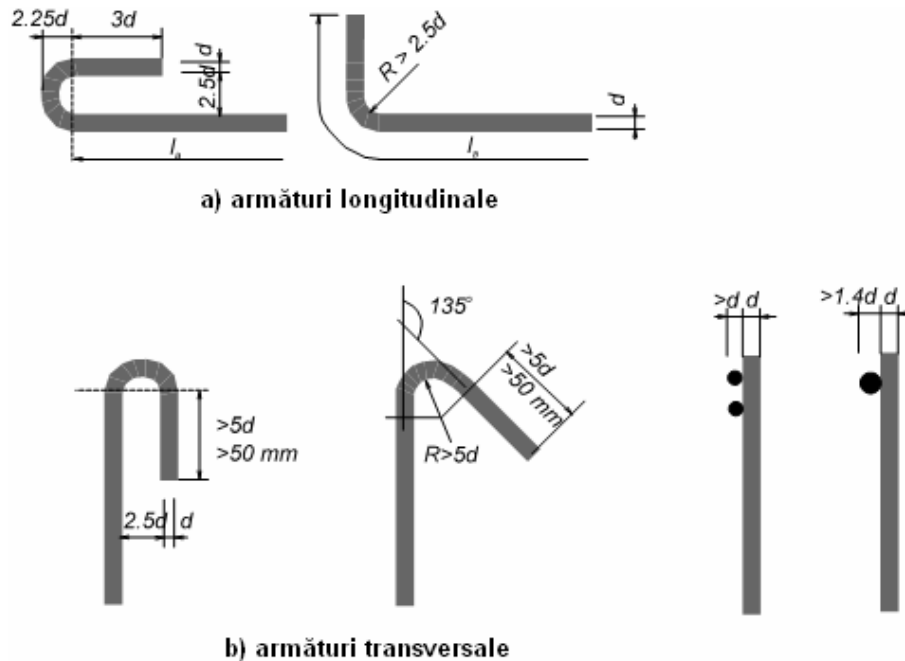


Fig. 5-9. Dimensiunile ciocurilor și reguli constructive

Pentru barele profilate, lungimea ciocurilor este inclusă în lungimea de ancorare. La barele netede lungimea ciocului nu este cuprinsă.

5.5.2 Calculul după Eurocode 2

Plecând deasemenea de la echilibrul între forța în armătură și forța de aderență, Eurocode 2 ajunge la o relație similară cu (5.5), care definește *lungimea de ancorare de bază* :

$$l_{b,rqd} = (\phi/4)(\sigma_{sd}/f_{bd}) \quad (5.11)$$

Dar, contrar normelor românești, EC 2 definește direct valoarea de calcul a *efortului ultim de aderență mediu*, notată f_{bd} în funcție de rezistența caracteristică a betonului la întindere f_{ctd} , de condițiile de aderență (legate de poziția barei, vezi fig. 5-8) și de diametrul barei :

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad (5.12)$$

în care:

- f_{ctd} este rezistența de calcul la întindere a betonului;
- η_1 este un coeficient legat de condițiile de aderență și de poziția barei în timpul betonării:
 - $\eta_1 = 1,0$ când condițiile de aderență sunt "bune" și
 - $\eta_1 = 0,7$ în toate celelalte cazuri
- η_2 este legat de diametrul barei :
 - $\eta_2 = 1,0$ pentru $\phi \leq 32$ mm
 - $\eta_2 = (132 - \phi)/100$ pentru $\phi > 32$ mm

Ținând cont de fragilitatea crescândă a betoanelor cu rezistența, se limitează aici $f_{ctk,0,05}$ la valoarea corespunzând clasei C60/75.

Valoarea de calcul a lungimii de ancorare derivă din valoarea de bază, amendată cu coeficienți care țin seama de efectul diverșilor factori de influență:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \tag{5.13}$$

cu

$$\begin{aligned} l_{b,min} &= 0,3l_{b,rqd} \text{ (bare întinse)} \\ &= 0,6l_{b,rqd} \text{ (bare comprimate)} \\ &\geq 10\phi \\ &\geq 100 \text{ mm} \end{aligned}$$

Coeficienții $\alpha_1 \dots \alpha_5$ țin seama de forma barelor (α_1), de mărimea acoperirii cu beton (α_2), de confinarea pasivă (α_3, α_4) și de confinarea activă (α_5). Valorile lor sunt sintetizate în tabelul 5.2.

Mărimea acoperiri de calcul c_d este definită în figura 5-10. Mărimile K , λ și ρ folosite la calculul coeficienților din tabelul 5.2 sunt definite mai jos :

- $\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s$
- ΣA_{st} aria secțiunii armăturii transversale de-a lungul l_{bd}
- $\Sigma A_{st,min}$ aria secțiunii minime de armătură transversală = $0,25 A_s$ pentru grinzi și 0 pentru plăci
- A_s aria secțiunii unei bare ancorate individual de diametru maxim
- K valori care apar în figura 5-11
- ρ presiune transversală la starea limită ultimă de-a lungul l_{bd} în MPa

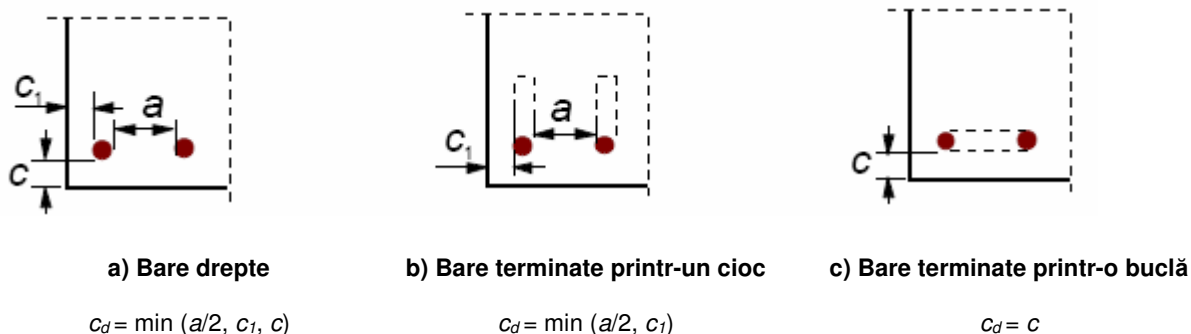


Fig. 5-10. Valorile lui c_d pentru grinzi și plăci

Tabelul 5.2 - Valori ale coeficienților α_1 , α_2 , α_3 , α_4 și α_5

Factor de influență	Tip de ancorare	Armătură de beton armat	
		întinsă	comprimată
Forme de bare	Drept	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Altul (vezi Fig. 4.12 a), b) și c)	$\alpha_1 = 0,7$ dacă $c_d > 3\phi$ altfel $\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
Acoperire	Drept	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi) / \phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Altul (vezi Fig. 4.12 a), b) și c)	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi) / \phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
Confinare prin armături transversale nesudate de armăturile principale	Toate tipurile	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Confinare prin armături transversale sudate*	Toate tipurile, pozițiile și diametrele ca în Fig. 4.12d)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Confinare prin compresiune transversală	Toate tipurile	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	–

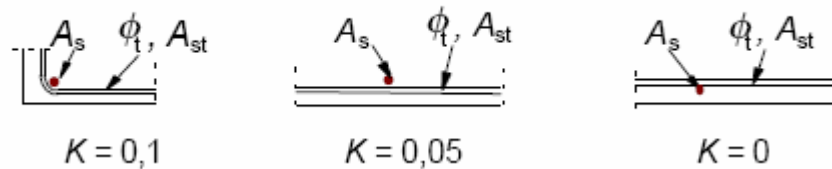
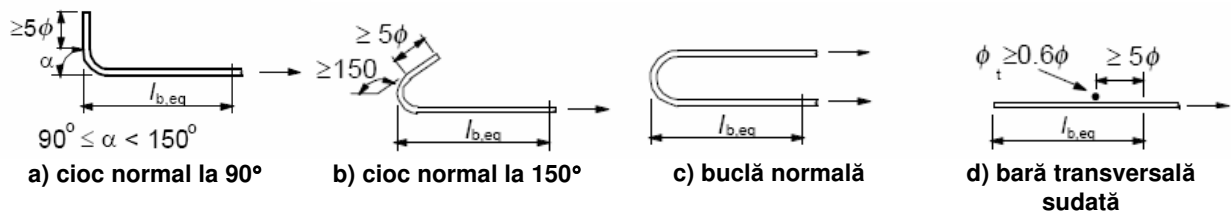
Fig. 5-11. Valori K pentru grinzi și plăci

Fig. 5-12 - Metode de ancoraj altele decât cu bare drepte

În mod simplificat, pentru barele întinse, prevăzute cu ciocuri, bucle sau bare transversale sudate (fig. 5-12) se poate defini o lungime de ancorare echivalentă $l_{b,eq}$ în loc de $l_{b,rqd}$, după cum urmează :

- $\alpha_1 l_{b,rqd}$ pentru formele din figurile 5-12a) la 5-12c);
- $\alpha_4 l_{b,rqd}$ pentru formele din figura 5-12d).

Pentru ancorarea barelor transversale (etrieri) se recomandă folosirea detaliilor din figura 5-13.

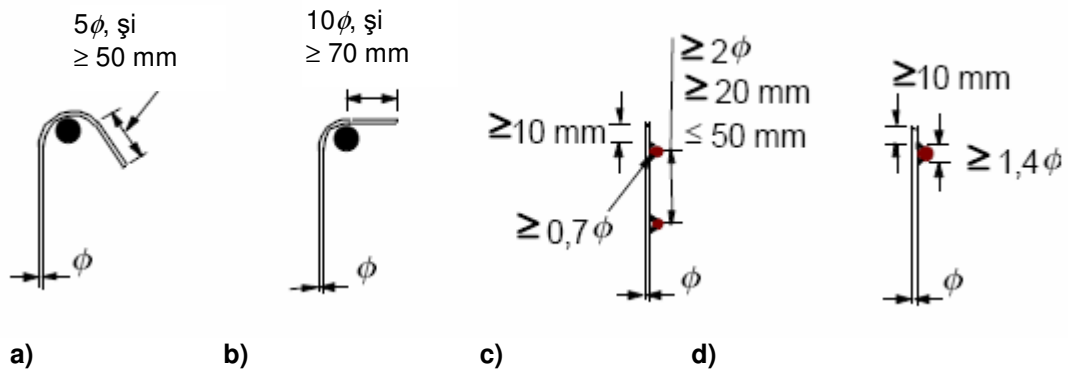


Fig. 5-13. Ancorarea armăturilor transversale

Pentru cazurile c) și d), se recomandă ca acoperirea fie mai mare de 3ϕ sau 50 mm

5.6 Înnădiri prin suprapunere

Înnădirea **prin suprapunere** este metoda cea mai frecvent folosită și se bazează pe transmiterea eforturilor de la o bară la alta prin intermediul betonului (Fig. 5-14 și 5-15). Betonul din vecinătatea barelor fiind solicitat mai intens decât în cazul unui ancoraj, lungimea de suprapunere trebuie să fie mai mare decât cea de ancorare.

5.6.1.1 Calculul lungimii de suprapunere după STAS 0107/0-90

Normele românești (STAS 10107/0-90) dau relația următoare:

$$l_s = k_s l_a \tag{5.13}$$

unde l_a este lungimea de ancorare necesară în condiții similare, iar k_s este un coeficient care ține cont de proporția de bare înnădite față de cantitatea totală, în funcție de asemenea de natura efortului din înnădire:

$$k_s = 1 + 0.5r_i \quad (\text{întindere}) \tag{5.14a}$$

$$k_s = 1 + 0.25r_i \quad (\text{compresiune}) \tag{5.14b}$$

cu $r_i = A_{a \text{ înnădite}} / A_{a \text{ totale}}$.

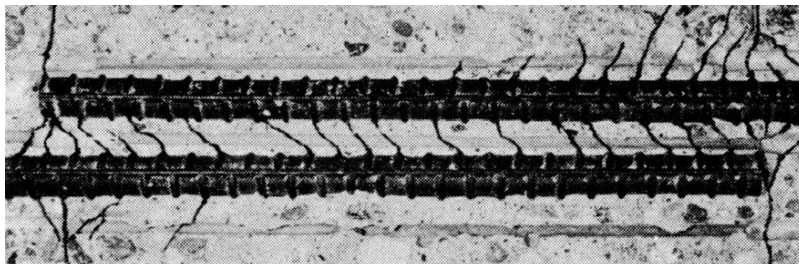


Fig. 5-14. Înnădire prin suprapunere: fisuri în beton (Goto, 1965)

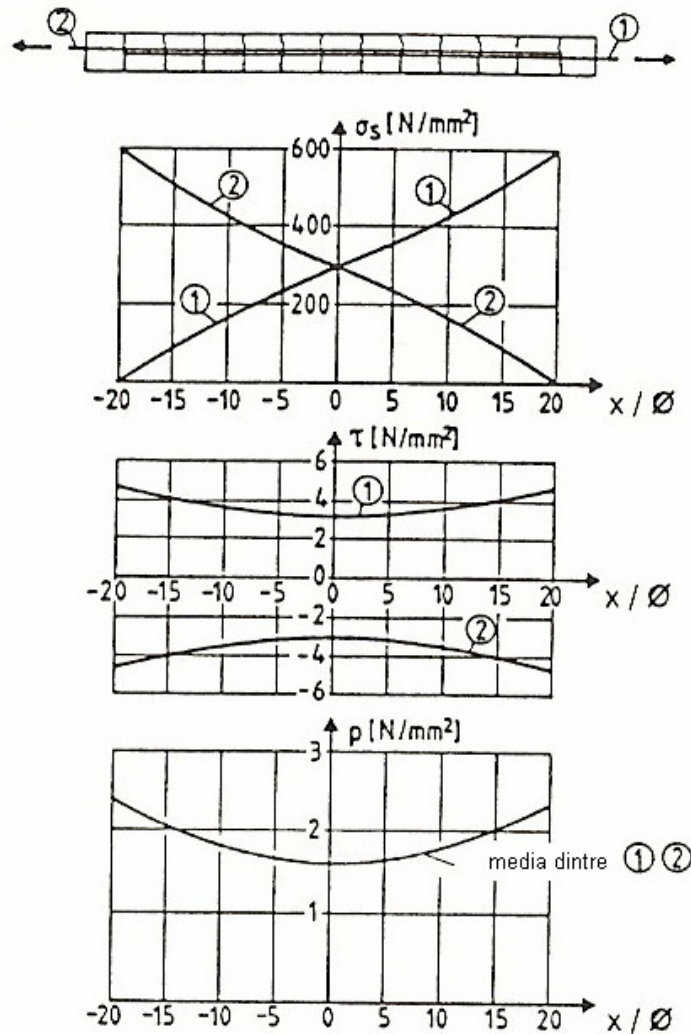


Fig. 5-15. Transmiterea eforturilor la o înnădire prin suprapunere (Eligehausen, 1979).

Trebuie de asemenea respectate anumite reguli constructive:

- asigurarea unei bune acoperiri cu beton a barelor;
- înnădirea barelor în zonele mai puțin solicitate;
- decalarea întreruperii barelor și a înnădirilor, dacă se înnădesc mai multe bare;
- înnădirea barelor cu diametru mai mare de 25 mm prin sudură, și nu prin suprapunere;
- îndesirea etrierilor în zona de suprapunere;
- lungimea de suprapunere l_s poate fi micșorată dacă efortul unitar σ_a scade pe lungimea de suprapunere.

5.6.1.2 Calculul lungimii de suprapunere după EN 1992-1-1

Eurocode 2 dă o relație asemănătoare cu cea din normele românești :

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} = \alpha_6 l_{bd} \geq l_{0,min} \quad (5.15)$$

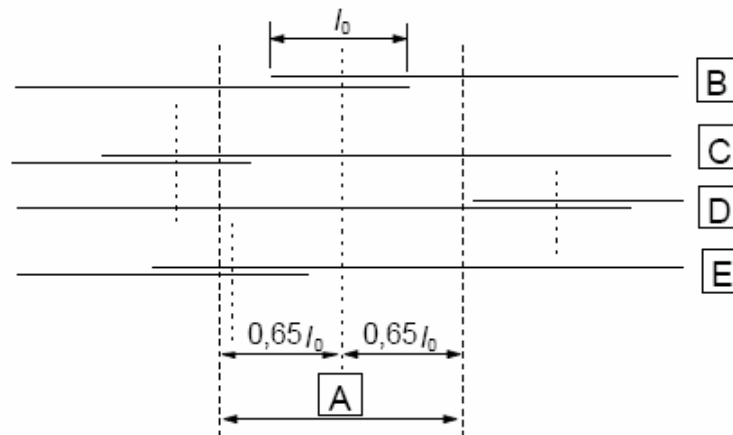
în care:

$$l_{0,min} > \max\{0,3 \alpha_6 l_{b,rqd}; 15\phi; 200 \text{ mm}\} \quad (5.16)$$

Coeficientul $\alpha_6 = (\rho_1/25)^{0,5}$, este limitat la domeniul definit prin valorile 1 și 1,5
 ρ_1 este proporția barelor înnădite a căror axă se situează la mai puțin de $0,65 l_0$ de axa înnădirii considerate (vezi figura 5-16). Tabelul 5.3 dă valorile lui α_6 .

Tabelul 5.3 - Valorile coeficientului α_6

ρ_1	< 25%	33%	50%	> 50%
α_6	1	1,15	1,4	1,5



A Secțiunea considerată B Bara I C Bara II D Bara III E Bara IV

Exemplu : Barele II și III sunt în afara secțiunii considerate : $\rho_1 = 50 \%$ și $\alpha_6 = 1,4$

Fig. 5-16. Proporția de bare înnădite de luat în calcul într-o secțiune de înnădire

Dispunerea înnădirilor trebuie să respecte anumite reguli constructive (vezi fig. 5-17) :

- se limitează la 4ϕ sau la 50 mm distanța liberă între barele suprapus ; dacă această condiție nu este satisfăcută, se mărește lungimea de suprapunere cu o valoare egală cu distanța liberă între bare ;
- suprapunerile vecine sunt distanțate longitudinal cu cel puțin $0,3$ din lungimea de suprapunere l_0 ;
- în cazul suprapunerilor vecine se respectă o distanță liberă minimă de 2ϕ sau 20 mm între barele adiacente.

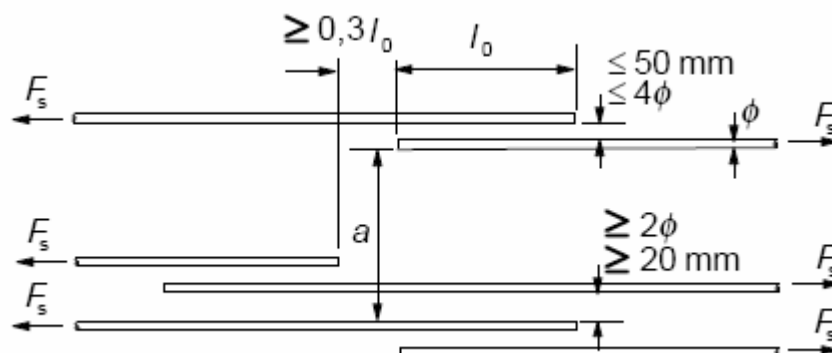
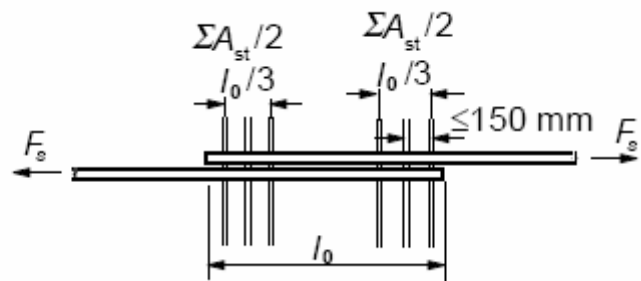


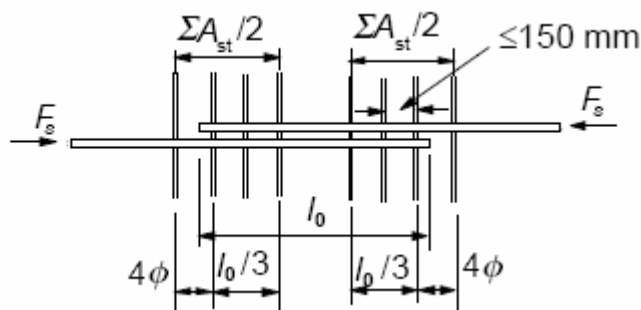
Fig. 5-17. Înnădiri prin suprapunere vecine

Armătura transversală este necesară în zonele de suprapunere pentru preluarea forțelor de întindere transversale și trebuie să respecte următoarele reguli :

- Dacă diametrul barelor înnădite prin suprapunere $\phi < 20$ mm sau dacă, într-o secțiune oarecare, proporția barelor cu suprapunere este mai mică de 25 %, atunci se poate considera că armăturile transversale necesare pentru alte considerente sunt suficiente pentru a echilibra eforturile transversale de întindere.
- Dacă diametrul barelor înnădite prin suprapunere $\phi \geq 20$ mm, se recomandă ca secțiunea totală A_{st} a armăturilor transversale (suma tuturor ramurilor paralele cu planul barelor înnădite) să fie mai mare sau egală cu secțiunea A_s a uneia din barele suprapuse ($\Sigma A_{st} \geq A_s$).
- Barele transversale sunt dispuse perpendicular pe direcția suprapunerii, între aceasta și marginea secțiunii de beton.
- Dacă mai mult de 50 % din armături sunt înnădite prin suprapunere într-o secțiune specificată și dacă distanța a între suprapunerile adiacente într-o secțiune este $\leq 10\phi$ (a se vedea figura 4.17), se utilizează ca armături transversale etrieri sau agrafe ancorate în secțiune.
- Armăturile transversale prevăzute conform celor de mai sus sunt dispuse la extremitățile înnădirii, așa cum este indicat în figura 4.18a.
- La înnădirea barelor comprimate, în completarea regulilor aplicabile la bare întinse, trebuie dispusă o bară transversală de o parte și de alta a suprapunerii, la o distanță mai mică de 4ϕ față de extremități (figura 4.18b).



a) bare întinse



b) bare comprimate

Fig. 5-18 - Armături transversale pentru înnădirile prin suprapunere

Întrebări

1. Care este rolul aderenței între beton și armătură într-un element de beton armat ?
2. Determinați efortul tangențial mediu de aderență.
3. Prin ce mecanisme se realizează aderența beton-armătură ?
4. Care sunt factorii care influențează aderența ?
5. Determinați lungimea de ancorare necesară pentru un călăreț dintr-o grindă de beton armat care nu este supusă la solicitări seismice. Cât este lungimea de ancorare necesară dacă grinda este supusă la solicitări seismice ? (diametrul barei este 25 mm, oțel pC52, $\sigma_a = R_a$).
6. Determinați lungimea de înnădire a barelor dintr-un stâlp (solicitat seismic), știind că aceste sunt din PC52, au diametrul de 20 mm, pot fi solicitate la întindere la $\sigma_a = R_a$, și se înnădesc toate în aceeași secțiune. Dacă înnădirile se decalază astfel încât să fie înnădite numai 50% din bare, care este lungimea de suprapunere necesară ? Cu cât trebuie decalate înnădirile ? Desenați o schiță cu dispunerea suprapunerilor în acest caz.

6. Stadii de lucru la elemente din beton armat (FIB, 1999)

6.1 Generalități

Comportarea reală în exploatare a unui element de beton armat diferă mult de modelul linear-elastic studiat de Rezistența materialelor și Statica construcțiilor. Aceasta se datorează în special fisurării betonului întins și curgerii armăturii.

Un alt factor care influențează comportarea specifică a betonului armat este curgerea lentă (fluajul) betonului, dar acest aspect nu va fi discutat în acest capitol.

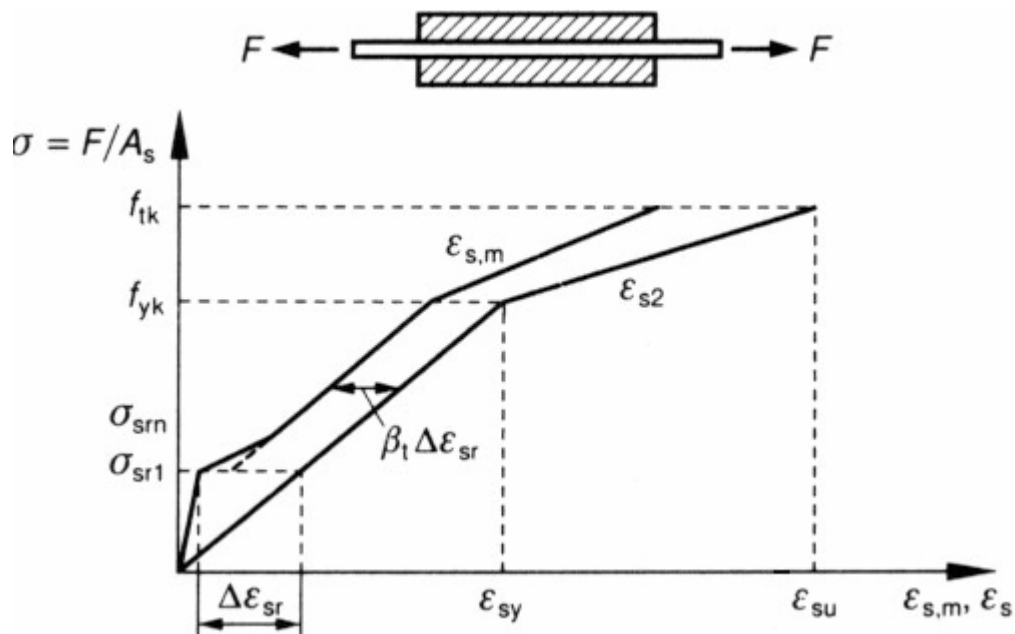


Fig. 6-1. Comportarea unui tirant de beton armat (după CEB Model Code 1990)

Un element din beton armat supus unei solicitări de întindere centrică (tirant), monoton crescătoare, trece prin următoarele stadii caracteristice (Figura 6.1):

Stadiul I – betonul întins este nefisurat atâta vreme cât nu este depășită rezistența la întindere a betonului ($\sigma < \sigma_{r1}$). Elementul se comportă omogen și liniar.

Stadiul II – betonul întins fisurat, armătura în domeniul elastic. De îndată ce este depășită rezistența minimă la întindere a betonului (corespunzător valorii $N_{r1} = A_c \sigma_{r1}$ a forței de întindere), elementul începe să fisureze. Alungirea specifică medie la care apare prima fisură este de circa 0,1 ‰.

Stadiul II poate fi dissociat în 2 faze:

- formarea fisurilor ($\sigma_{r1} < \sigma < \sigma_{rn}$), caracterizată prin creșterea numărului de fisuri pentru o creștere moderată a forței de întindere și scăderea progresivă a rigidității;
- fisurare stabilizată, când nu se mai formează fisuri noi și elementul se comportă aproape liniar, după o lege aproape paralelă cu cea corespunzătoare armăturii singure.

Stadiul III – curgerea armăturii și ruperea. Comportarea devine neliniară la intrarea în curgere a armăturii și rigiditatea scade practic la 0. Deformația de intrare în curgere și cea de rupere sunt mult de diferite, depinzând de tipul de oțel folosit pentru armături,

pentru prima valoarea fiind cuprinsă în general între 1,7...2,5 ‰, iar pentru cea de-a doua între 5...10%.

Cunoașterea eforturilor și deformațiilor în stadiile I și II este necesară pentru verificarea comportării elementelor de beton armat în exploatare (limitarea deformațiilor și a deschiderii fisurilor) iar a eforturilor în stadiul III pentru determinarea rezistenței (capacității portante) a elementului.

În continuare este prezentat calculul eforturilor și deformațiilor în beton și armătură în cele 3 stadii de lucru pentru două tipuri caracteristice de elemente: tiranți și elemente încovoiate (grinzi sau plăci).

6.2 Elemente întinse centric

6.2.1 Stadiul I

În stadiul I (Fig. 6.2) se consideră că armătura conlucrează perfect cu betonul (nu există alunecare relativă), betonul este solicitat uniform pe toată secțiunea transversală și materialele (betonul și armătura) se comportă liniar-elastic. Aplicând condițiile de echilibru static, de compatibilitate a deformațiilor și legile fizice ale materialelor, în ipotezele de mai sus rezultă următoarele relații:

$$N = A_c \sigma_c + A_s \sigma_s \tag{6.1}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c = \varepsilon \tag{6.2}$$

$$\sigma_c = E_{cm} \varepsilon_c \tag{6.3}$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \tag{6.4}$$

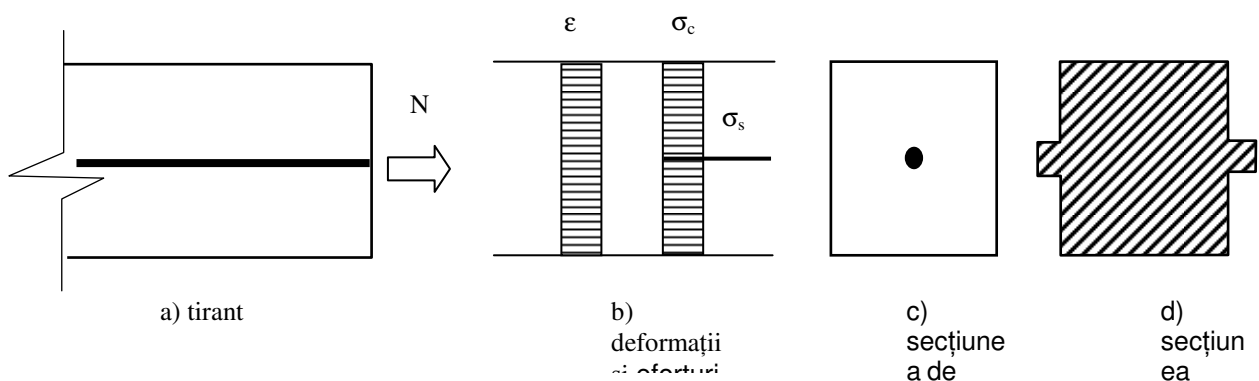


Fig. 6-2. Tirant în stadiul I

Din relațiile (6.2), (6.3) și (6.4) rezultă:

$$\sigma_s = (E_s/E_{cm}) \sigma_c = \alpha_e \sigma_c \tag{6.5}$$

unde $\alpha_e = E_s/E_{cm}$ este coeficientul de echivalență, și înlocuind în (6.1):

$$F = A_c \sigma_c + A_s \alpha_e \sigma_c = (A_c + A_s \alpha_e) \sigma_c = A_1 \sigma_c \tag{6.6}$$

unde $A_1 = A_c + A_s \alpha_e$ este aria secțiunii omogene echivalente (Fig. 6.2d)

Deci :

$$\sigma_c = \frac{F}{A_1} \quad (6.7)$$

$$\sigma_s = \alpha_e \sigma_c \quad (6.8)$$

Rigiditatea axială se poate determina imediat:

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} = \frac{F}{E_{cm} A_1}, \quad \text{de unde : } K_l = \frac{E_{cm} A_1}{l} \quad (6.9)$$

6.2.2 Stadiul II

6.2.2.1 Formarea fisurilor

Se presupune, pentru început, că rezistența la întindere are aceeași valoare $f_{ct,eff}$ peste tot pe lungimea tirantului.

Nota: Dacă $t = 28$ zile, atunci $f_{ct,eff} = f_{ctm}$, altminteri $f_{ct,eff} = f_{ctm}(t)$

Forța care provoacă prima fisură este (vezi ecuația (6.6)):

$$F_{cr} = A_c f_{ct,eff} (1 + \alpha_e \rho_{eff}) \quad (6.10)$$

Unde $\rho_{eff} = A_s/A_c$ este coeficientul volumetric de armare.

În secțiunea 1-1:

$$\sigma_{s1} = \sigma_{sr1} = \frac{F_{cr}}{A_s} = f_{ct,eff} \left(\alpha_e + \frac{1}{\rho_{eff}} \right) \quad (6.11)$$

În secțiunea 2-2:

$$\sigma_{s2} = \alpha_e f_{ct,eff} \quad (6.12)$$

Forța care se transmite prin aderență pe lungimea l_t este:

$$F_b = F_c \Leftrightarrow \tau_{bm} l_t \Sigma U = A_c f_{ct,eff} \quad (6.13)$$

Presupunând că toate barele au același diametru:

$$A_s = n \pi \Phi^2 / 4$$

$$\Sigma U = n \pi \Phi$$

și relația (6.13) devine:

$$l_t = \frac{1}{4} \frac{A_c}{\tau_{bm} \rho_{eff}} \Phi \quad (6.14)$$

Procesul se repetă până când distanța dintre fisuri s_r este:

$$l_t \leq s_r \leq 2l_t \quad (6.15)$$

Dacă încărcarea se face cu deplasări impuse, fiecare nouă fisură micșorează rigiditatea tirantului și este nevoie de o forță mai mică pentru menținerea deplasării impuse. După care se mărește treptat forța, până când se atinge valoarea F_{cr} crescând corespunzător și deplasarea. Rezultă un grafic forță – deplasare în “dinți de fierăstrău”. În realitate, rezistența la întindere variază în mod aleatoriu în lungul elementului și fisurile succesive apar la niveluri de forță puțin diferite $N_{r,1} < N_{r,2} < \dots < N_{r,n}$ (vezi figura 6.3b). În general această variație a rezistențelor se consideră a fi de circa 30%, adică $F_{r,n} = 1,3 N_{r,1}$.

Dacă încărcarea se face cu control în forțe, atunci diagrama forță deformație arată ca în figura 6.3a : la atingerea fiecărui prag de formare a unei fisuri, scăderea rigidității face ca deplasarea să crească sub forță constantă până la atingerea echilibrului, urmată de o creștere a forței și o deformare a tirantului corespunzătoare noii rigidități.

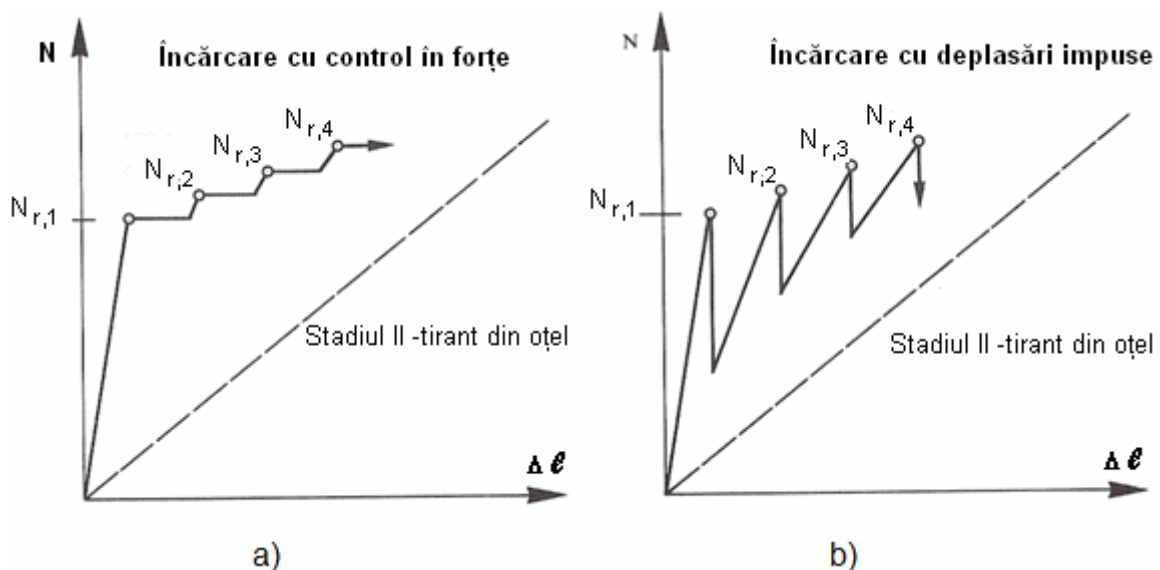


Fig. 6-3. Manifestarea diferită a fisurării în funcție de modul de realizare a încercării

6.2.2.2 Condiția de non fragilitate: armarea minimă

Pentru ca un element de beton să aibă o comportare satisfăcătoare în stare fisurată (formarea unui număr mare de fisuri cu deschidere limitată), armătura trebuie să nu se plastifice la apariția primei fisuri. În caz contrar, se constată o comportare de tip fragil, prima fisură deschizându-se indefinit, până la atingerea deformației de rupere în armătură.

Condiția se exprimă matematic în forma:

$$\sigma_{s1} < f_{yk} \quad \text{sau} \quad f_{ct,eff} \left(\alpha_e + \frac{1}{\rho_{eff}} \right) < f_{yk} ,$$

de unde:

$$\rho_{eff} > \rho_{min} = \frac{f_{ct,eff} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{f_{yk}} \approx \frac{f_{ct,eff}}{f_{yk}} \quad (6.16)$$

6.2.2.3 Fisurarea stabilizată. Efectul conlucrării armăturii cu betonul dintre fisuri (“tension stiffening”)

Considerăm situația din figura 5.4. Distanța între fisuri variază între l_t și $2l_t$. Se va considera valoarea medie $s_{rm} = 1,5 l_t$. Datorită conlucrării cu betonul, efortul din armătură scade între cele două fisuri. Pentru simplitate s-a considerat o variație liniară a efortului unitar $\sigma_{s,x}$. În acest caz, scăderea maximă este la mijlocul distanței dintre fisuri și are valoarea:

$$\Delta\sigma_{s,max} = \frac{0,75 l_t \tau_{bm} \pi \Phi}{\frac{1}{4} \pi \Phi^2} = 0,75 \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \quad (6.17)$$

Efortul unitar mediu în armătură este :

$$\sigma_{sm} = \sigma_{s2} - \Delta\sigma_{s,max}/2 = \sigma_{s2} - 0,375 \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \approx \sigma_{s2} - 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \quad (6.18)$$

$$\varepsilon_{sm} = \sigma_{sm}/E_s = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{eff}} \quad (6.19)$$

Termenul $\Delta\varepsilon_{sm} = 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{eff}}$ reprezintă efectul conlucrării betonului dintre fisuri cu armătura și are ca efect o creștere a rigidității tirantului față de cazul în care ar lucra numai armătura.

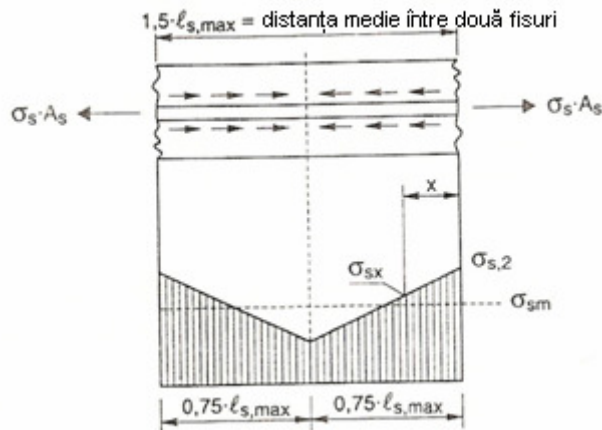


Fig. 6-4. Variația eforturilor în armătură între două fisuri

6.2.3 Stadiul III: ruperea

Rezistența tirantului din beton armat este dată de rezistența secțiunii fisurate, în care lucrează numai armătura.

Dacă se consideră că armătura are o comportare elastic-perfect plastică, atunci forța de rupere (ultimă) este egală cu forța de curgere (corespunzătoare curgerii armăturii întinse):

$$N_u = N_y = A_s f_{yk} \quad (6.20)$$

Diferența apare însă în ceea ce privește deformațiile: la rupere deformația corespunde deformației de rupere a armăturii ε_{su} , care pentru oțelurile folosite curent la beton armat este de ordinul a 0,05...0,10 (5%...10%), iar la curgere deformația este f_{yk}/E_s , fiind de ordinul a 0,0017...0,0025.

6.2.4 Construirea unei relații simplificate forță – deplasare

În zona “1”, panta este dată de rigiditatea secțiunii nefisurate de beton armat, adică:

$$K_I = E_{cm} A_c (1 + \alpha_e \rho_{eff}) \quad (6.21)$$

Pragul de fisurare este dat de:

$$N_r = A_c (1 + \alpha_e \rho_{eff}) f_{ct,eff} \quad (6.22)$$

În zona de fisurare stabilizată, ecuația dreptei “3” se deduce din ecuația de echilibru:

$$F = A_s \sigma_{s2} = A_s (\sigma_{sm} + \Delta \sigma_{sm}) = A_s E_s (\varepsilon_{sm} + \Delta \varepsilon_{sm}) = A_s E_s \left(\frac{\Delta l}{l} + 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{eff}} \right) \quad (6.23)$$

De unde:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{A_s E_s} \left(1 - 0,4 \frac{f_{ct,eff} A_s}{\rho_{eff}} \right) = \frac{F}{A_s E_s} (1 - 0,4 f_{ct,eff} A_c) \quad (6.24)$$

Deci este o dreaptă cu aceeași pantă $A_s E_s$, ca și dreapta “4”, dar decalată spre stanga cu $0,4 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{eff}}$

Intersecția cu orizontala “2” se obține egalând N_r cu expresia (6.23):

$$N_r = A_c (1 + \alpha_e \rho_{eff}) f_{ct,eff} = A_s E_s \left(\frac{\Delta l}{l} + 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{eff}} \right)$$

Și explicitând $\frac{\Delta l}{l}$:

$$\frac{\Delta l}{l} = (0,6 + \alpha_e \rho_{eff}) \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} E_s} \quad (6.25)$$

În mod analog se poate determina intersecția cu orizontala "5", egalând F_y cu expresia (6.23):

$$N_y = A_s f_{yk} = A_s E_s \left(\frac{\Delta l}{l} + 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{eff}} \right), \text{ de unde:}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{f_{yk}}{E_s} - 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} E_s} \quad (6.26)$$

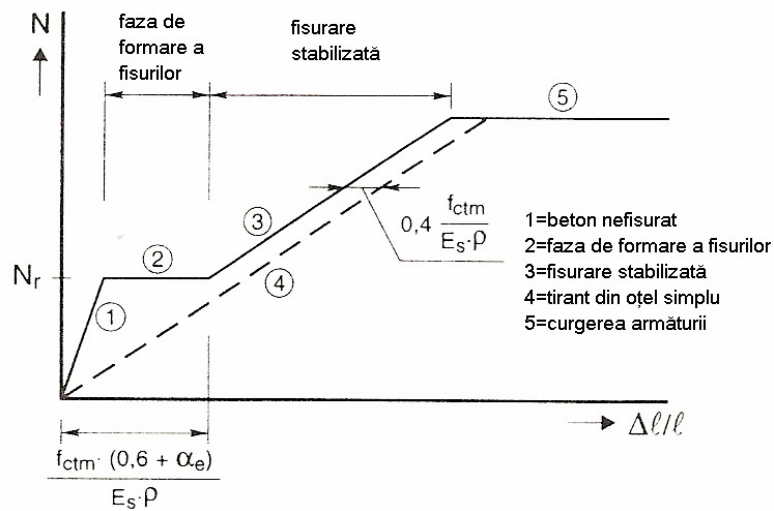


Fig. 6-5. Relația deformație specifică – forță pentru un tirant de beton armat

6.2.5 Rezumat și concluzii

Un tirant din beton armat solicitat până la rupere trece prin următoarele stadii de lucru:

- stadiul I : beton nefisurat;
- stadiul II : betonul întins fisurat; se deosebesc aici o fază de formare a fisurilor și o fază de fisurare stabilizată;
- stadiul III : curgerea armăturilor și ruperea.

Se observă că prezența betonului **nu** modifică rezistența tirantului, care este aceeași cu cea a armăturii libere, și anume $N_u = A_s f_y$.

Prezența betonului (și conlucrarea sa cu armătura) are efect în stadiile I și II, afectând rigiditatea elementului. Astfel, în stadiul I, rigiditatea tirantului este mult mai mare decât în stadiul II:

$$K_I = A_c (1 + \alpha_e \rho_{eff}) E_c$$

$$K_{II} = A_s E_s$$

Considerând valori medii ale coeficientului de armare $\rho = 0,02$ și ale coeficientului de echivalență $\alpha_e = E_s/E_c = 7$ rezultă:

$$K_{II}/K_I = \frac{A_s E_s}{A_c (1 + \alpha_e \rho) E_c} = \frac{\alpha_e \rho}{1 + \alpha_e \rho} = 1 - \frac{1}{1 + \alpha_e \rho} = 1 - \frac{1}{1 + 14 \cdot 10^{-2}} \cong 0,15$$

Efectul conlucrării în stadiul II (tension-stiffening) se manifestă printr-o micșorare a deformației medii a tirantului de beton armat față de armătura simplă cu:

$$\Delta \varepsilon = \frac{0,4 f_{ctm}}{E_s \rho} = \frac{0,4 \cdot 2,5}{2,0 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 0,25 \cdot 10^{-3}$$

(s-a considerat $f_{ctm} = 2,5$ MPa și $E_s = 200000$ MPa)

De remarcat că deformația:

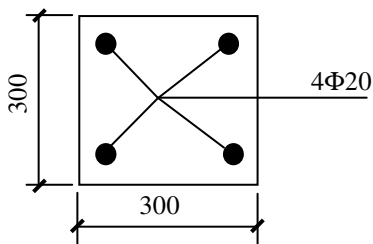
- la apariția primei fisuri este: $\varepsilon_{r1} \cong 0,1 \cdot 10^{-3}$
- la începerea fisurării stabilizate este: $(0,5 \dots 1,0) \cdot 10^{-3}$
- la inițierea curgerii în armătură este: $\varepsilon_y \cong (1,7 \dots 2,5) \cdot 10^{-3}$
- ultimă este: $\varepsilon_{u1} \cong (30 \dots 100) \cdot 10^{-3}$

Deci domeniul "nefisurat" este de cel puțin 10 ori mai mic decât cel fisurat (până la curgere) și de circa 1000 de ori mai mic decât domeniul total al deformațiilor elementului.

Comportarea ductilă, de beton armat, este condiționată însă de existența unui coeficient minim de armare, dat de condiția de non-fragilitate $\rho_{min} \approx \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$

6.2.6 Exemplu de calcul

Se dă tirantul de beton armat cu secțiunea din figură și lungime 1m. Betonul folosit este de clasă C20/25 și oțelul de clasă S500, ductilitate C. Să se deseneze diagrama F-ε.



Pentru beton C20/25 :

$$E_{cm} = 30 \text{ Gpa} \quad \text{și} \quad f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,2 \text{ MPa}$$

Pentru oțel S500 :

$$E_s = 200 \text{ Gpa} \quad \text{și} \quad f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

$$A_e = E_s/E_{cm} = 200/30 = 6,67$$

$$A_c = 30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 4 \times 3,14 = 12,56 \text{ cm}^2$$

$$\rho = A_s/A_c = 12,56/900 = 0,01395 \cong 1,4 \%$$

$$A_i = A_c (1 + \alpha_e \rho_{eff}) = 900 \times (1 + 6,67 \times 0,014) = 984 \text{ cm}^2$$

Verificarea condiției de non-fragilitate :

$$\rho_{min} = f_{ct,eff}/f_{yk} = 2,2/500 = 0,44\% < \rho = 1,4\%$$

OK

Forța de fisurare :

$$N_r = A_c(1 + \alpha_e \rho_{\text{eff}}) f_{ct, \text{eff}} = 0,09 \times (1 + 6,67 \times 0,014) \times 2,2 = 0,2165 \text{ MN} = 216,5 \text{ kN}$$

Forța capabilă :

$$N_u = N_y = A_s f_y = 12,56 \times 10^{-4} \times 500 = 0,628 \text{ MN} = 628 \text{ kN}$$

Rigiditatea in stadiul I :

$$K_I = E_{cm} A_i / l = 30000 \times 0,0984 / 1 = 2952 \text{ MN/m}$$

Rigiditatea in stadiul II :

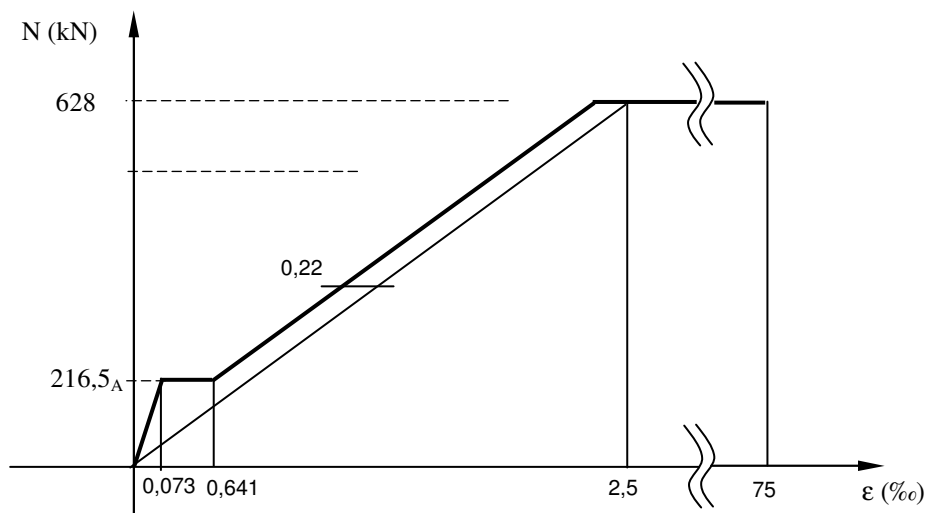
- Armătura singură : $K_{II} = E_s A_s / l = 200000 \times 0,001256 / 1 = 251,2 \text{ MN/m} = 8,5\% K_I$
- Decalarea diagramei datorită efectului de « tension-stiffening » :
- $$\Delta \varepsilon = \frac{0,4 f_{ctm}}{E_s \rho} = \frac{0,4 \cdot 2,2}{2,0 \cdot 10^5 \cdot 1,4 \cdot 10^{-2}} = 0,22 \cdot 10^{-3}$$

Calculul eforturilor în beton și armatură pentru $N = 100 \text{ kN}$:

$N = 100 \text{ kN} < N_r = 216,5 \text{ kN}$ deci tirantul este în stadiul I

$$\sigma_c = \frac{F}{A_1} = 0,100 / 0,0984 = 1,02 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \alpha_e \sigma_c = 6,67 \times 1,02 = 6,78 \text{ MPa}$$



Note : S-a considerat în mod simplificat în calcule aria de beton brută și nu cea netă, deoarece diferența în rezultate ar fi fost nesemnificativă. De asemenea, nu s-a mai considerat în acest exemplu efectul fisurării progresive, sau cu alte cuvinte s-a presupus în mod implicit $N_{r1} = N_{rm}$.

6.3 Elemente încovoiate

6.3.1 Privire generală

Un element de beton armat solicitat la încovoiere trece prin următoarele stadii (vezi figura 6-6):

Stadiul I: zona 0-1 – betonul întins este nefisurat.

Stadiul II (betonul întins este fisurat)

- zona 1-2 – formarea fisurilor: apar primele fisuri care pătrund adânc înspre zona comprimată. Fisurile ulterioare vor fi mai puțin dezvoltate datorită influenței primelor fisuri. Apar și alte fisuri, limitate la zona armăturii întinse.
- Zona 2-3 – fisurarea stabilizată: nu mai apar fisuri. Cele existente își măresc deschiderea.

Stadiul III: zona 3-4 – armătura întinsă intră în curgere. Curburile cresc puternic, în timp ce momentul încovoiător crește foarte puțin. Creșterea momentului se datorează unei ușoare creșteri a brațului de pargie al eforturilor interne. În final (punctul 4) se produce ruperea prin cedarea betonului comprimat.

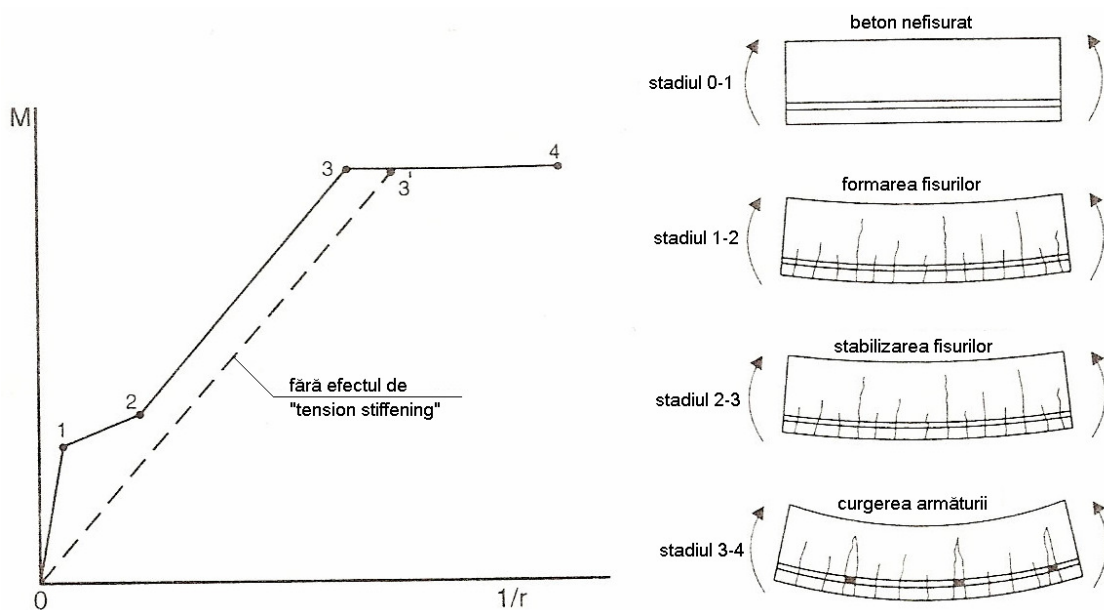


Fig. 6-6. Stadiile specifice în relația moment-curbură

Comportarea elementelor încovoiate este caracterizată cel mai bine de relația moment-curbură. Ipoteza de bază este "ipoteza secțiunilor plane" Navier-Bernoulli, cunoscută din Rezistența Materialelor. Relațiile între eforturi și deformații sunt următoarele:

$$\Delta x = r\Delta\theta \tag{6.27}$$

$$\epsilon_1 = \frac{-M \cdot h_1}{(EI)} \tag{6.28}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{+M \cdot h_2}{(EI)} \quad (6.29)$$

$$\Delta\theta = \frac{(|\varepsilon_1| + \varepsilon_2) \cdot \Delta x}{h} \quad (6.30)$$

$$\frac{1}{r} = \varphi = \frac{\Delta\theta}{\Delta x} = \frac{|\varepsilon_1| + \varepsilon_2}{h} = \frac{M}{(EI)} \quad (6.31)$$

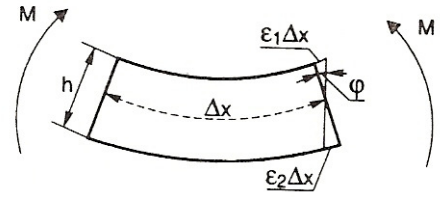


Fig. 6-7. Element de grindă încovoiată

În cazul încovoierii elementelor din beton armat se consideră valabilă ipoteza secțiunilor plane. Aspectele specifice comportării betonului armat se regăsesc în calculul rigidității la încovoiere.

6.3.2 Stadiul I

6.3.2.1 Determinarea eforturilor și deformațiilor pe baza secțiunii omogene echivalente

Conlucrarea beton-armătură este considerată perfectă (în dreptul armăturii $\varepsilon_c = \varepsilon_s$) și comportarea materialelor linear-elastică ($\sigma_c = \varepsilon_c E_c$ și $\sigma_s = \varepsilon_s E_s$).

Rezolvarea problemei se poate face pe baza secțiunii omogene echivalente (fig. 6.8d).

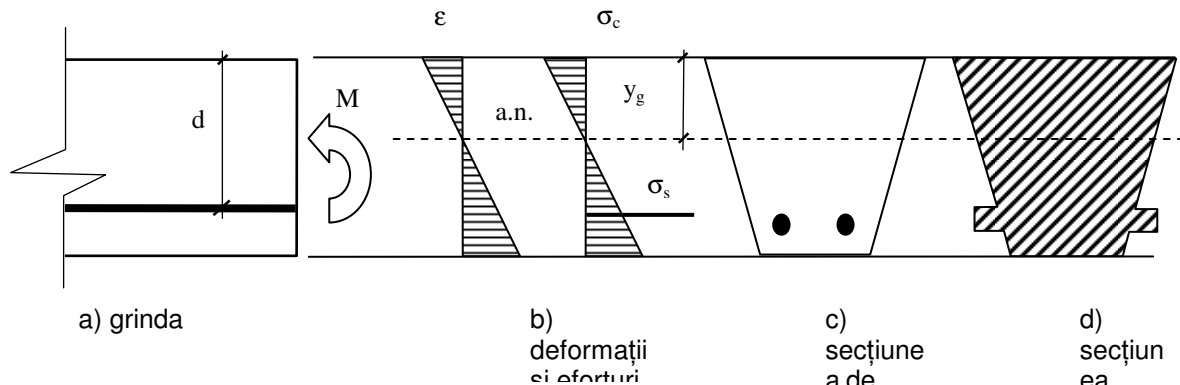


Fig. 6-8. Grindă în stadiul I

$$\text{Aria secțiunii omogene: } A_1 = A_c + \alpha_e A_s \quad (6.32)$$

$$\text{Poziția axei neutre: } y_g = \frac{\int_0^h b_y y dy + \alpha_e A_s y_s}{A_1} \quad (6.33)$$

$$\text{Momentul de inerție: } I_1 = \int_0^h b_y (y - y_g)^2 dy + \alpha_e A_s (d - y_g)^2 \quad (6.34)$$

Efortul în beton în fibra superioară (compresiunea cu semn negativ):

$$\sigma_{c,\text{sup}} = -\frac{M}{I_1} \cdot y_g \quad (6.35)$$

Efortul în beton în fibra inferioară (întinderea cu semn pozitiv):

$$\sigma_{c,inf} = \frac{M}{I_1} \cdot (h - y_g) \quad (6.36)$$

Efortul în armătură:

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M}{I_1} \cdot (d - y_g) \quad (6.37)$$

Rigiditatea la încovoiere:

$$K_I = E_c I_1 \quad (6.38)$$

6.3.3 Momentul de fisurare

6.3.3.1 Rezistența la întindere

În cazul încovoierii, rezistența la întindere din încovoiere, obținută din încercări la încovoiere pe prisme cu secțiunea dreptunghiulară și cu relația din Rezistența Materialelor:

$$f_{ct,fl} = M_u/W = M_u/(bh^2/6) \quad (6.39)$$

rezultă mai mare decât rezistența la întindere centrică f_{ctm} și depinde de înălțimea secțiunii (efect de scară). Relația dintre cele două valori ale rezistenței la întindere poate fi estimată cu formula:

$$f_{ct,fl} = f_{ctm} \cdot \frac{(1 + 1,5(h/h_0)^{0,7})}{1,5(h/h_0)^{0,7}} \quad (\text{după Model Code 1990})$$

$$\text{sau } f_{ctm,fl} = \max \{ (1,6 - h/1000)f_{ctm}; f_{ctm} \} \quad (\text{după EN 1992-1})$$

unde: h = înălțimea secțiunii elementului, în mm
 $h_0 = 100$ mm = înălțime de referință

6.3.3.2 Determinarea momentului de fisurare și a curburii la fisurare

Momentul de fisurare se calculează ca pentru o secțiune omogenă echivalentă din beton:

$$M_r = W_1 f_{ct,fl} \quad (6.40)$$

$$\text{unde } W_1 = I_1/(h-y_g) \quad (6.41)$$

EN 1992-1-1 recomandă utilizarea f_{ctm} pentru determinarea momentului de fisurare, considerând că în acest fel se ține seama de eforturile interne (din contracție) și rezultatele sunt mai realiste.

Curbura la fisurare este:

$$\varphi_r = \frac{M_r}{E_c I_1} \quad (6.42)$$

Observație: Pentru o secțiune dreptunghiulară, axa neutră se poate considera aproximativ la jumătatea înălțimii secțiunii. Rezultă $\varphi_r = \frac{\varepsilon_r}{\frac{1}{2}h}$, și cum deformația la fisurare ε_r este cuprinsă între $0,8 \cdot 10^{-4}$ și $1,5 \cdot 10^{-4}$, se obține $\varphi_r h = (0,4 \dots 0,75) \cdot 10^{-4}$.

6.3.4 Armarea minimă: condiția de non-fragilitate

Determinarea armării minime se face din condiția ca $\sigma_y < f_y$ la apariția primei fisuri, într-un mod asemănător cu cazul elementelor întinse centric. De această dată se va considera forța de întindere preluată de beton în zona întinsă de înălțime $h - y_g$ pe care efortul de întindere în beton variază liniar de la 0 la $f_{ct,fl}$.

De exemplu, pentru o secțiune dreptunghiulară, aproximând $y_g \cong h/2$, rezultă:

$$T_c = \frac{bh}{2} \cdot \frac{f_{ct,fl}}{2} = 0,25 bh f_{ct,fl}$$

Punând condițiile $A_s \sigma_s = T_c$ și $\sigma_y < f_y$ se obține: $\rho < \rho_{min} = 0,25 f_{ct,fl} / f_y$

Dacă se ia, în mod acoperitor, în formula lui ρ_{min} rezistența la întindere centrică f_{ctm} în locul rezistenței la întindere din încovoiere, se observă că necesarul de armătură este de circa 4 ori mai mic decât la întindere centrică.

Observație: EN 1992-1 recomandă $A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd$, dar nu mai puțin decât $0,0013bd$.

6.3.5 Stadiul II

6.3.5.1 Determinarea eforturilor și deformațiilor pe baza secțiunii omogene echivalente

Înălțimea zonei comprimate este obținută din relația:

$$S_c = \alpha_e A_s (d-x) \Leftrightarrow \int_0^x b_y y dy = \alpha_e A_s (d-x) \Rightarrow x \quad (6.43)$$

Observație: x nu depinde de M

Aria secțiunii omogene echivalente:

$$A_2 = A_c + \alpha_e A_s \quad \text{unde} \quad A_c = \int_0^x b_y dy \quad \text{este aria zonei comprimate de beton}$$

Momentul de inerție:

$$I_2 = \int_0^x b_y y^2 dy + \alpha_e A_s (d-x)^2 \quad (6.44)$$

Efortul în fibra cea mai comprimată de beton:

$$\sigma_{c,max} = \frac{M}{I_2} \cdot x \quad (6.45)$$

Efortul în armătura întinsă:

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M}{I_2} \cdot (d-x) \quad (6.46)$$

Rigiditatea la încovoiere (în secțiunea fisurată):

$$K_{II} = E_c I_2 \quad (6.47)$$

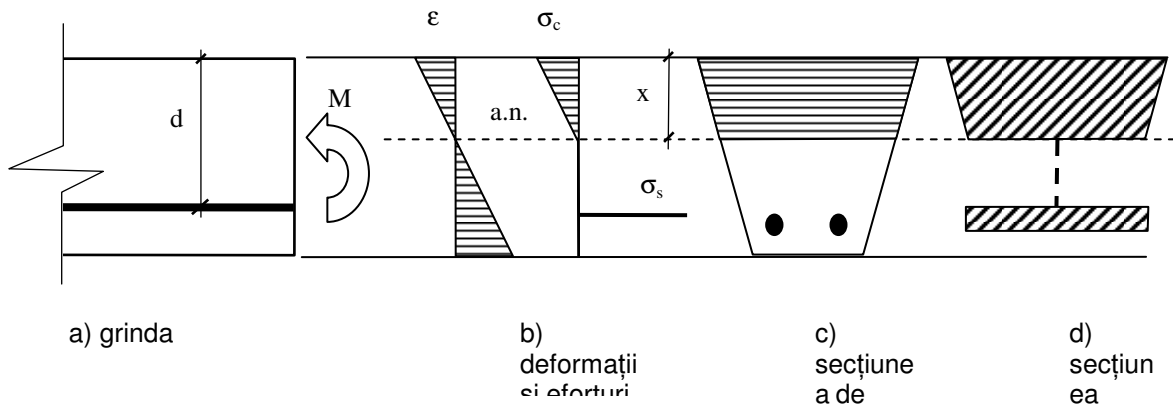


Fig. 6-9. Grinda în stadiul II

Exemplu : Cazul secțiunii dreptunghiulare (b = constant)

Ecuția (6.43) devine:

$$b \int_0^x y dy = \alpha_e A_s (d-x) \Leftrightarrow 0,5bx^2 = \alpha_e A_s (d-x) \Rightarrow x/d = \alpha_e \rho \left[\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho}} - 1 \right] \quad (6.48)$$

Aria secțiunii omogene echivalente este: $A_2 = bx + \alpha_e A_s \quad (6.49)$

Momentul de inerție este: $I_2 = \frac{bx^3}{3} + \alpha_e A_s (d-x)^2 \quad (6.50)$

Efortul în fibra cea mai comprimată de beton:

$$\sigma_{c,max} = \frac{M}{I_2} x = \frac{M}{\frac{1}{2} bx(d-x/3)} \quad (6.51)$$

Efortul în armătura întinsă:

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M}{I_2} (d - x) = \alpha_e \frac{M}{A_s (d - x/3)} \quad (6.52)$$

6.3.5.2 Determinarea eforturilor și deformațiilor pe baza ecuațiilor de echilibru, compatibilitate și a legilor fizice ale materialelor

a) Ecuații de echilibru

Din ecuația de proiecție a forțelor după axa elementului rezultă:

$$0 = \int_0^x \sigma_c(y) b(y) dy - A_s \sigma_s \quad (6.52)$$

Înlocuind $\sigma_c(y) = \sigma_{c,\max} \frac{y}{x}$ și $S_c = \int_0^x b(y) y dy$

se obține:

$$0 = \frac{\sigma_{c,\max}}{x} S_c - A_s \sigma_s \quad (6.53)$$

Din ecuația de moment în raport cu axa armăturii întinse rezultă:

$$M = \int_0^x \sigma_b(y) b(y) (d - x + y) dy \quad (6.54)$$

De unde $M^E = \frac{\sigma_{c,\max}}{x} [S_c (d - x) + I_c]$ (6.55)

cu $I_c = \int_0^x b(y) y^2 dy$

b) Legile materialelor

$$\begin{cases} \sigma_s = E_s \varepsilon_s \\ \sigma_{c,\max} = E_c \varepsilon_{c,\max} \end{cases} \quad (6.56)$$

c) Compatibilitatea deformațiilor (legea secțiunilor plane)

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{c,\max} \quad (6.57)$$

Din ecuațiile (6.56) și (6.57) se obține:

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{d - x}{x} \sigma_{c,\max} \quad (6.58)$$

unde $\alpha_e = E_s/E_c$

Rezolvarea sistemului de ecuații (6.53), (6.55) și (6.58) dă soluția problemei: x , σ_s și $\sigma_{c,\max}$.

Exemplu : Cazul secțiunii dreptunghiulare (b = constant)

Momentul static și momentul de inerție al zonei comprimate sunt în acest caz:

$$S_c = bx^2/2 \quad \text{și} \quad I_c = bx^3/3$$

Ecuțiile (6.53) și (6.55) devin:

$$0 = \frac{\sigma_{c,max} bx}{2} - A_s \sigma_s \quad (6.53')$$

$$M^E = \frac{\sigma_{c,max} bx}{2} (d - x/3) \quad (6.55')$$

Unde $z = d-x/3$ este brațul de pârghie al eforturilor interne (distanța dintre rezultanta forțelor de compresiune din beton și rezultanta forțelor de întindere din armătură).

Introducând expresia lui σ_s dată de (6.58) în (6.53') se obține o relație identică cu (6.48), care permite calcularea înălțimii zonei comprimate:

$$x/d = \alpha_{ep} \left[\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_{ep} \rho}} - 1 \right]$$

Eforturile în beton și armătură rezultă scriind ecuații de moment față de armătura întinsă, respectiv față de rezultanta compresiunilor din beton, și sunt:

$$\sigma_{c,max} = \frac{M^E}{\frac{bx}{2} z} \quad \text{și} \quad \sigma_s = \frac{M^E}{A_s z}$$

6.3.5.3 Efectul "tension-stiffening"

Se consideră zona întinsă "efectivă" de înălțime $h_{ef} = 2,5(h-d)$:

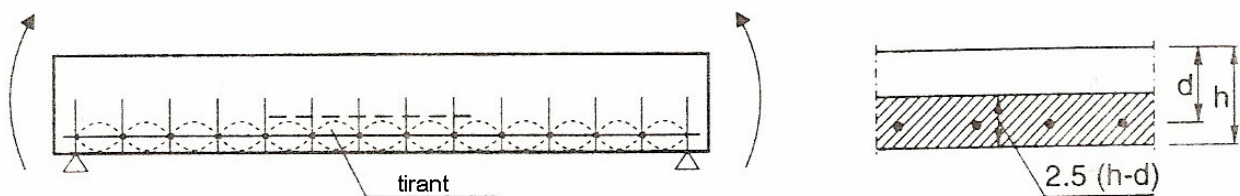


Fig. 6-10. Zona întinsă efectivă la o grindă

Efectul conlucrării betonului dintre fisuri cu armătura (Fig. 6-11) micșorează deformația de întindere în dreptul armăturii cu :

$$\Delta \varepsilon_{ts} = \frac{0,4 f_{ctm}}{E_s \rho_{s,ef}} \quad (6.59)$$

$$\text{unde } \rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} = \frac{A_s}{b \cdot 2,5 \cdot (h-d)} \quad (6.60)$$

$$\text{Corecția curburii este: } \Delta\varphi = \Delta\varepsilon_{ts}/d \quad (6.61)$$

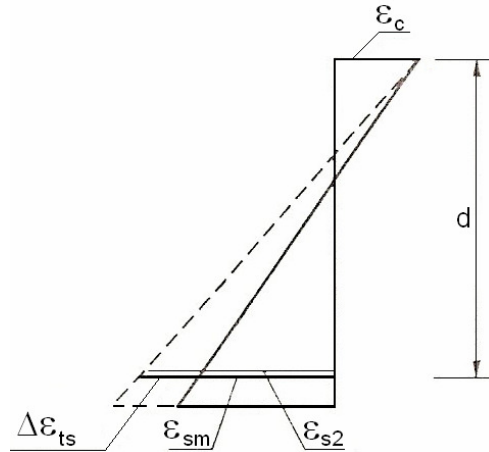


Fig. 6-11. Efectul "tension – stiffening"

6.3.6 Stadiul III

6.3.6.1 Momentul de curgere

Momentul de curgere se calculează folosind ecuațiile de la stadiul II, punând suplimentar condiția $\sigma_s = f_y$.

$$\text{Rezultă: } M_y = \frac{f_y I_2}{\alpha_e (d-x)} \quad (6.62)$$

$$\text{și } \varphi_y = \frac{f_y}{E_s (d-x)} \quad (6.63)$$

Observație: Curbura de curgere depinde numai de geometria secțiunii, de coeficientul de armare și de limita de curgere a armăturii.

6.3.6.2 Momentul ultim

O discuție amănunțită asupra criteriilor de cedare va fi făcută într-un capitol ulterior. În acest capitol se va considera că ruperea are loc când betonul din fibra cea mai comprimată atinge deformația ultimă ε_{cu} (pentru betoanele obișnuite aceasta se consideră egală cu 0,0035), și aceasta se întâmplă după intrarea în curgere a armăturii întinse.

În aceste ipoteze, ecuațiile de echilibru singure sunt suficiente pentru determinarea momentului ultim (vezi fig. 6-12):

$$M_r \approx (0,20 \dots 0,30)M_u$$

$$M_y \approx 0,9M_u$$

$$K_{II} \approx (0,2 \dots 0,4)K_I$$

$$K_{III} \approx (2 \dots 5) \cdot 10^{-2} K_I$$

6.3.8 Rezumat și concluzii

Prezența armăturii în zona întinsă mărește sensibil capacitatea la încovoiere a unui element de beton (de la M_r la M_u).

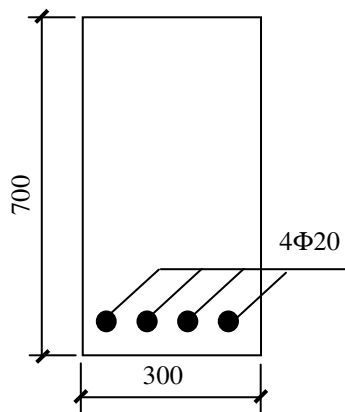
Deformațiile cresc într-o proporție și mai mare (de la φ_r la φ_u)

Deformația ultimă este invers proporțională cu coeficientul mecanic de armare.

Conlucrarea beton-armătură produce o scădere a deformațiilor în stadiul II.

6.3.9 Exemplu numeric

Calculul eforturilor în beton și armătură în stadiul II pentru o secțiune de beton armat dreptunghiulară simplu armată



Date:

Armături S 400 clasa C

$$E_s = 200 \text{ GPa}, f_{yk} = 400 \text{ MPa}, \varepsilon_{uk} = 7,5\%$$

Beton C 20/25

$$E_{cm} = 30 \text{ GPa}, f_{ck} = 20 \text{ MPa}, f_{ctm} = 2,2 \text{ MPa}$$

$a = 50 \text{ mm}$ (distanța de la marginea secțiunii la centrul de greutate al armăturilor)

Notă: cotele de pe desen sunt în mm.

Calculule preliminare

$$A_s = 4\pi(20)^2/4 = 12563 \text{ mm}^2$$

$$d = 700 - 50 = 650 \text{ mm}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1256}{300 \cdot 650} = 0,00644 = 0,64\%$$

$$\alpha_e = E_s / E_c = 200/30 = 6,67$$

$$\alpha_e \rho = 6,67 \times 0,00644 = 0,043$$

Determinarea caracteristicilor secțiunii omogene echivalente în stadiul I

$$A_1 = A_c(1 + \alpha_e \rho) = 30 \times 70 \times (1 + 0,043) = 2190 \text{ cm}^2$$

$$y_g = \frac{bh^2/2 + \alpha_e A_s d}{A_1} = \frac{30 \times 70^2/2 + 6,67 \times 12,56 \times 65}{2190} = 36,04 \text{ cm}$$

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} + bh(h/2 - y_g)^2 + \alpha_e A_s (d - y_g)^2 = 30 \times 70^3 / 12 + 30 \times 70 \times (35 - 36,04)^2 + 6,67 \times 19,63 \times (65 - 36,04)^2 = 930032 \text{ cm}^4$$

$$K_1 = E_c I_1 = 30000 \times 930032 = 279 \text{ MNm}^2$$

Momentul de fisurare și curbură la fisurare

$$W_1 = I_1 / (h - y_g) = 930032 / (70 - 36,04) = 27386,1 \text{ cm}^3$$

$$M_r = W_1 f_{ctm} = 27386,1 \times 10^{-6} \times 2,2 \times 10^3 = 60,2 \text{ kNm}$$

$$\varphi_r = \frac{M_r}{E_c I_1} = \frac{60,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 0,93 \cdot 10^{-2}} = 0,032 \times 10^{-3}$$

Verificarea procentului minim de armare

$$\rho_{\min} = \max \left(0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} ; 0,0013 \right) = \max \left(0,26 \frac{2,2}{500} ; 0,0013 \right) = \max (0,00114 ; 0,0013) = 0,13\%$$

$$\rho = 0,64\% > \rho_{\min} = 0,13\% \quad \text{Ok}$$

Eforturi in beton și armătură în stadiul I pentru M = 50 kNm

Efortul în beton în fibra superioară (compresiunea cu semn negativ):

$$\sigma_{c,\text{sup}} = -\frac{M}{I_1} \cdot y_g = -\frac{50 \times 10^{-3}}{930032 \times 10^{-8}} \cdot 0,3604 = -1,94 \text{ MPa}$$

Efortul în beton în fibra inferioară (întinderea cu semn pozitiv):

$$\sigma_{c,\text{inf}} = \frac{M}{I_1} \cdot (h - y_g) = \frac{50 \times 10^{-3}}{930032 \times 10^{-8}} \cdot (0,7 - 0,3604) = 1,82 \text{ MPa}$$

Efortul în armătură:

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M}{I_1} \cdot (d - y_g) = 6,67 \frac{50 \times 10^{-3}}{930032 \times 10^{-8}} \cdot (0,65 - 0,3604) = 10,4 \text{ MPa}$$

Eforturi in beton și armătură în stadiul II pentru M = 120 kNm

Determinarea înălțimii zonei comprimate x

$$\xi = \alpha_s \rho \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_s \rho}} - 1 \right) = 0,043 \left(\sqrt{1 + \frac{2}{0,043}} - 1 \right) = 0,253$$

$$x = \xi d = 0,305 \times 650 = 165 \text{ mm}$$

Momentul de inerție al secțiunii omogene echivalente

$$I_2 = \frac{bx^3}{3} + \alpha_s A_s (d-x)^2 = \frac{30 \cdot 16,5^3}{3} + 6,67 \cdot 12,56 \cdot (65 - 16,5)^2 = 44921 + 197060 = 241981 \text{ cm}^4$$

Rigiditatea în stadiul II

$$K_2 = E_c I_2 = 30000 \times 0,00242 = 72,6 \text{ MNm}^2 = 0,26 K_1$$

Efectul "tension-stiffening"

$$\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} = \frac{A_s}{b \cdot 2,5 \cdot (h-d)} = \frac{12,56}{30 \cdot 2,5 \cdot (70 - 65)} = 0,033$$

$$\Delta \varepsilon_{ts} = \frac{0,4 f_{ctm}}{E_s \rho_{s,ef}} = \frac{0,4 \cdot 2,2}{200000 \cdot 0,033} = 0,13 \times 10^{-3}$$

$$\Delta \varphi = \Delta \varepsilon_{ts} / d = 0,13 \times 10^{-3} \times 0,65 = 0,085 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

Eforturile în beton și armătură

$$\sigma_{c,max} = \frac{M}{I_2} \cdot x = \frac{120}{0,242 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,165 = 8182 \text{ kPa} = 8,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \alpha_s \frac{M}{I_2} \cdot (d-x) = 6,67 \frac{120}{0,242 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,485 = 160411 \text{ kPa} = 160,4 \text{ MPa}$$

Momentul și curbura la curgere

$$M_y = \frac{f_y I_2}{\alpha_e (d-x)} = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot 2,42 \cdot 10^{-3}}{6,67(0,65 - 0,165)} = 299,2 \text{ kNm}$$

$$\varphi_y = \frac{f_y}{E_s (d-x)} = \frac{400}{200000(0,65 - 0,165)} = 4,12 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

Momentul ultim și curbura ultimă

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f_c} = 0,0064 \cdot \frac{400}{20} = 0,128$$

$$\xi_u = 1,25 \rho \frac{f_y}{f_c} = 1,25 \omega = 1,25 \times 0,128 = 0,16$$

$$x_u = \xi_u d = 0,16 \times 650 = 104 \text{ mm}$$

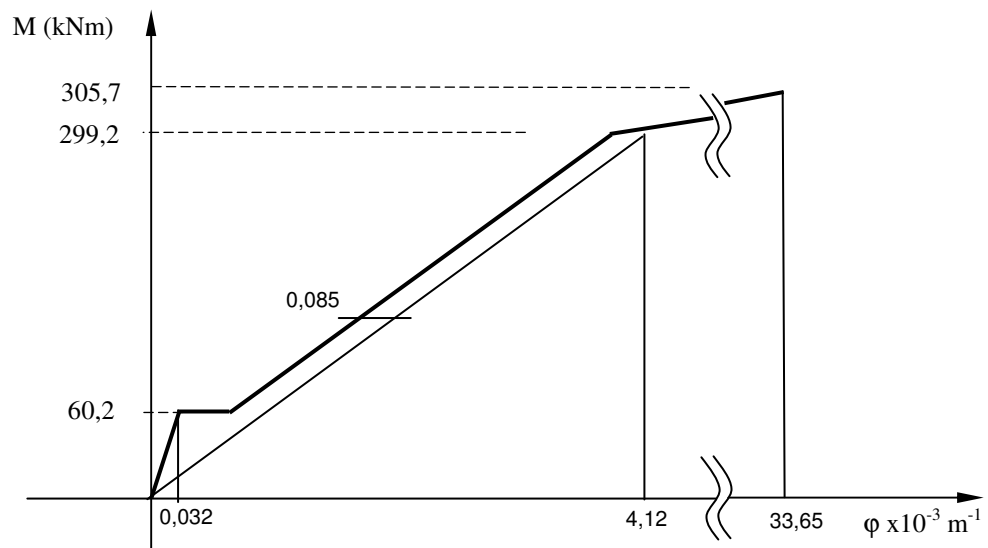
$$M_u = A_s f_y d (1 - \beta \xi_u) = 1256 \times 400 \times 10^{-3} \times 0,65 (1 - 0,4 \times 0,16) = 305,7 \text{ kNm}$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u} = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{\omega d} = 0,8 \times 0,0035 / 0,128 / 0,65 = 0,03365 \text{ m}^{-1} = 8,2 \varphi_y$$

$$\varphi_u d = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{\omega} = 0,022$$

$$\varepsilon_s = \varphi_u(d - x_u) = 0,03365 \times (0,65 - 0,104) = 0,0184 = 7,3 \varepsilon_{sy}$$

Relația moment-curbură



7. Calculul secțiunilor supuse la solicitări normale - reguli generale

7.1 Introducere

Acest capitol se aplică elementelor de formă prismatică numite uzual grinzi, stâlpi sau plăci.

Numim **solicitări normale** acele solicitări care pot fi echilibrate prin eforturi unitare normale dezvoltate pe secțiunea transversală a elementului. Elementele de reducere a acestor solicitări sunt în cazurile curențe momentul încovoietor și forța axială. Totuși, în cazul elementelor supuse la torsiune împiedicată și mai ales când secțiunea are pereți subțiri, elementele de reducere ale solicitărilor normale sunt mai complexe și comportă termenul numit „bimoment”. Acest din urmă caz nu este tratat în acest capitol.

7.2 Starea limită ultimă de rezistență

Solicitările de calcul (definite în capitolul 2) nu trebuie să depășească capacitățile care rezultă din aplicarea regulilor enunțate în continuare.

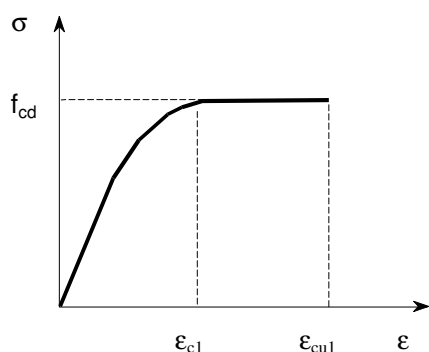
7.2.1 Ipoteze de calcul

- I1. (ipoteza Navier - Bernoulli) Secțiunile plane și normale pe axa elementului rămân plane și normale după deformație.
- I2. Nu există lunecare relativă între armături și beton.
- I3. Rezistența la întindere a betonului este neglijată.
- I4. Diagrama $\sigma - \varepsilon$ a betonului este cea definită la paragraful 7.2.2
- I5. Diagrama $\sigma - \varepsilon$ a oțelului este cea definită la paragraful 7.2.3
- I6. (Criteriul de cedare) Ruperea are loc când deformația în cel puțin un punct al secțiunii atinge valoarea limită corespunzând materialului (beton sau oțel).

Trebuie precizat că prima ipoteză este valabilă în medie pe o zonă a elementului de beton armat, care cuprinde fisuri și betonul întins nefisurat și că prin aplicarea acestei ipoteze rezultatul calcului rămâne suficient de exact.

7.2.2 Diagrama efort unitar – deformație specifică a betonului

În compresiune pură, diagrama este constituită de partea parabolică a graficului de mai jos, deformațiile fiind limitate la 2×10^{-3} .



În compresiune cu încovoiere, diagrama este constituită din parabolă și o porțiune liniară orizontală („parabolă – dreptunghi”).

Reamintim expresia matematică a acestei curbe, care a fost deja dată la §3.3.2.1:

$$\text{dacă } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \quad \sigma_c = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \left(2 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right) f_{cd}$$

$$\text{dacă } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} \quad \sigma_c = f_{cd}$$

Figura 7-1. Diagrama $\sigma - \epsilon$ a betonului

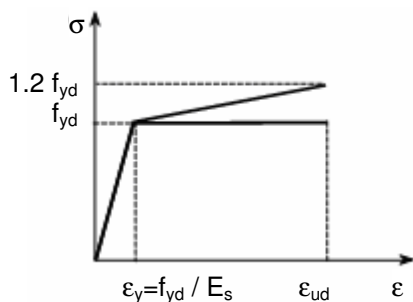
în care:

f_{cd} = rezistența la compresiune a betonului (valoarea de calcul),

$\epsilon_{c2} = 0.002$

$\epsilon_{cu2} = 0.0035$ dacă parte din secțiune este întinsă, și $0.002 \leq \epsilon_{cu2} \leq 0.0035$ dacă întreaga secțiune este comprimată (vezi §7.2.4).

7.2.3 Diagrama efort unitar – deformație specifică a oțelului



După STAS 10107/0-90, diagrama de calcul a oțelului este dată de graficul biliniar alăturat; pentru oțelurile laminate la cald (OB 37, PC 52, PC 60) se folosește diagrama cu palier, iar pentru sârmele trefilate la rece (STNB), cea cu ecrisaj.

Deformația ultimă se consideră:

$\epsilon_{ud} = 1\%$ în combinația fundamentală

$\epsilon_{ud} = 5\%$ în combinația seismică.

Figura 7-2. Diagrama $\sigma - \epsilon$ a oțelului

EN 1992-1-1 admite fie o diagramă biliniară cu consolidare și deformație ultimă limitată, fie o diagramă cu palier orizontal și fără limitarea deformației ultime (vezi capitolul 4).

În mod curent se folosește varianta cu palier orizontal și fără limită de deformație, care este acoperitoare și mult mai ușor de aplicat în calculele practice.

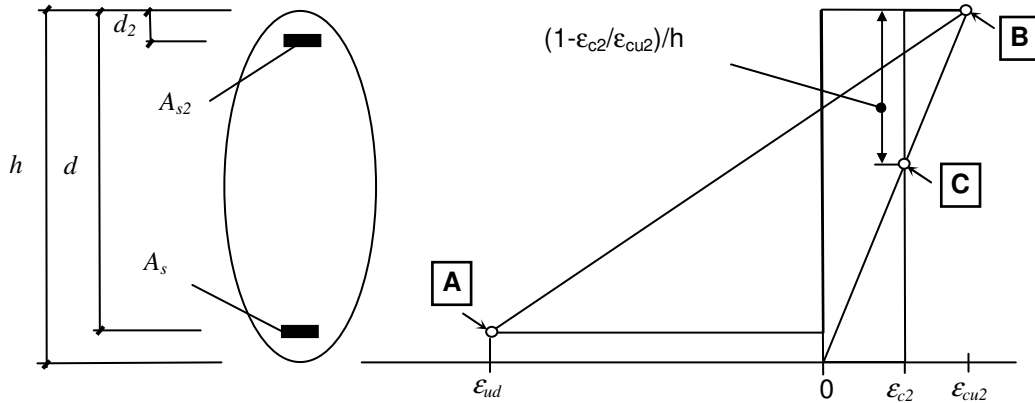
7.2.4 Diagrame limită de deformații ale secțiunii (regula celor trei pivoți)

Criteriul de rupere este exprimat în deformații (ipoteza I6). În consecință, problema consistă în găsirea pozițiilor limită ale diagramei de deformații a secțiunii, astfel încât nici una din deformațiile limită ale materialelor să nu fie depășite, când secțiunea este solicitată, la starea limită ultimă, de diferite tipuri de solicitări normale (întindere pură, întindere excentrică, încovoiere pură, compresiune excentrică, compresiune centrică). Raționamentul, efectuat numai pe baza deformațiilor, duce la regula celor trei pivoți.

Dacă diagrama trece prin punctul **A** (corespunzând deformației ϵ_{au} în armătură), cedarea se produce prin prin armătură. Este cazul tuturor diagramelor care trec prin și

sunt cuprinse între verticala dusă prin A și linia AB. Diagramele „se rotesc” în jurul pivotului A.

Dacă diagrama trece prin punctul B (corespunzând deformației ε_{bu} în betonul comprimat), cedarea se produce prin beton. Este cazul tuturor diagramelor care trec prin B și sunt cuprinse între liniile AB și OB. Diagramele „se rotesc” în jurul pivotului B.



- A** – deformația limită la întindere a armăturii
- B** - deformația limită la compresiune a betonului
- C** - deformația limită la compresiune pură a betonului

Figura 7-3. Diagrame limită de deformații ale secțiunii transversale

Când întreaga secțiune este comprimată, situația este următoarea:

- în compresiune pură, deformația betonului nu poate depăși $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2} = 2 \times 10^{-3}$; este verticala care trece prin $\varepsilon_c = 2 \times 10^{-3}$;
- la compresiune excentrică cu toată secțiunea comprimată, se admite o deformație limită în fibra cea mai comprimată $2 \times 10^{-3} \leq \varepsilon_{c \text{ lim}} \leq 3.5 \times 10^{-3}$ care variază liniar cu curbura φ ; această ipoteză are drept consecință existența unui punct invariant, situat la o distanță $(3/7)d$ de fibra cea mai comprimată unde $\varepsilon_c = 2 \times 10^{-3}$: punctul C (pentru demonstrație, vezi nota de mai jos); începând de la linia BC, toată secțiunea este comprimată și diagrama de deformații se rotește în jurul pivotului C.

Notă :

Dacă presupunem că deformația limită a betonului comprimat este o funcție liniară a curburii, atunci:

$$\varepsilon_{c \text{ lim}} = a\varphi + b$$

În care a și b sunt constante care se determină din condițiile la limită:

$$\begin{aligned} \varphi = 0 & \Rightarrow \varepsilon_{c \text{ lim}} = 2 \times 10^{-3} \\ \varphi = 3.5 \times 10^{-3}/h & \Rightarrow \varepsilon_{c \text{ lim}} = 3.5 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Se obține:

$$\begin{aligned} b &= 2 \times 10^{-3} \\ a &= (3/7)h \end{aligned}$$

Deci:

$$\epsilon_{c \text{ lim}} = (3/7)h\varphi + 2 \times 10^{-3}$$

Pe de altă parte, ecuația diagramei de deformații este:

$$\epsilon = \epsilon_{c \text{ lim}} - \varphi y$$

în care y este distanța de la fibra cea mai comprimată la fibra curentă.

Înlocuind expresia lui $\epsilon_{c \text{ lim}}$ în ecuația diagramei de deformații, se obține:

$$\epsilon = [(3/7)h - y]\varphi + 2 \times 10^{-3}$$

care arată că pentru $y = (3/7)h$ deformația în beton este $\epsilon = 2 \times 10^{-3}$ oricare ar fi curbura φ , adică toate diagramele limită de deformații trec prin punctul de coordonate $\epsilon = 2 \times 10^{-3}$ și $y = (3/7)h$.

7.2.5 Ecuații de condiție

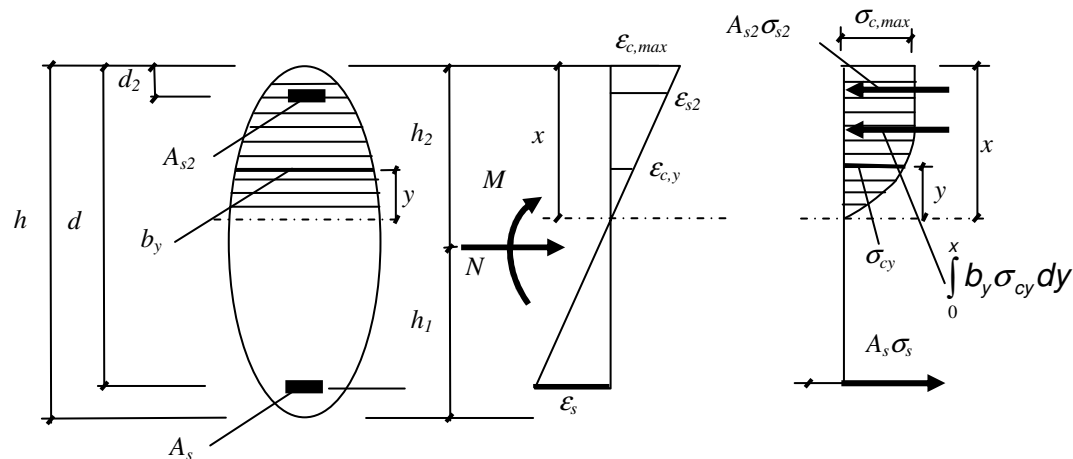


Figura 7.4 – Starea de eforturi și de deformații la SLU a secțiunii de beton armat solicitată la încovoiere cu forță axială

Ecuațiile de echivalență sunt :

$$N = \int_0^x b_y \sigma_{by} dy - A_s \sigma_s + A_{s2} \sigma_{s2} \tag{7.1}$$

$$M - N h_2 = - \int_0^x b_y \sigma_{by} (x - y) dy + A_s \sigma_s d - A_{s2} \sigma_{s2} d_2 \tag{7.2}$$

Ipoteza secțiunilor plane dă :

$$\varphi = \frac{\epsilon_{c,y}}{y} = \frac{\epsilon_s}{d - x} = \frac{\epsilon_{s2}}{x - d_2} \tag{7.3}$$

Efortul unitar în beton este :

$$\sigma_{cy} = f_c(\varepsilon_{c,y}) \quad (7.4)$$

Efortul unitar în armături este :

$$\sigma_s = f_s(\varepsilon_s) \quad \text{și} \quad \sigma_{s2} = f_s(\varepsilon_{s2i}) \quad (7.5)$$

Notă:

- În relația (7.3) deformațiile unitare au fost considerate ca mărimi pozitive. La fel și eforturile unitare în relațiile (7.1) și (7.2).
- Funcțiile $f_c(\varepsilon_c)$ și $f_s(\varepsilon_s)$ sunt legile constitutive ale betonului și armăturii (vezi §7.2.2 și §7.2.3).
- Relațiile (7.1)...(7.5) pot fi generalizate pentru n armături $A_{s,i}$ aflate la distanțe $y_{s,i}$ de axa neutră.

Rezolvarea sistemului de ecuații (7.1)...(7.5) când se cunoaște secțiunea de beton și armătura (problema de *verificare*) este posibilă și se obțin toate perechile (M_{Rd} , N_{Rd}) care corespund cedării secțiunii. Acestea constituie în planul de coordonate M-N o curbă închisă numită *curbă limită de interacțiune N-M* (vezi §7.2.6). Rezolvarea implică utilizarea unor metode numerice și utilizarea unui program de calcul adecvat.

Dimensionarea (armăturii) nu se poate face direct, ci implică alegerea unor valori pentru ariile de armătură și apoi verificarea capacității. Procedeeul este iterativ, până la determinarea armăturii pentru care capacitatea portantă este cel puțin egală cu solicitarea.

7.2.6 Definirea curbei limită de interacțiune

O secțiune simetrică din material elastic supusă la încovoiere cu forță axială trebuie să satisfacă, la starea limită ultimă de rezistență, condiția :

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \leq R \quad (7.6)$$

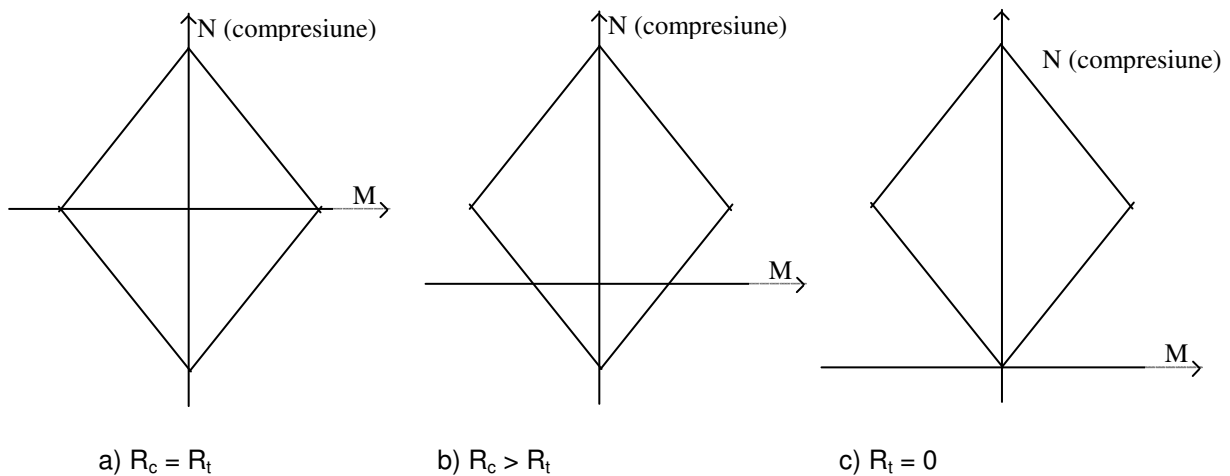


Figura 7-5. Curbe limită de interacțiune pentru o secțiune din material elastic (R_c = rezistența la compresiune, R_t = rezistența la întindere)

Ecuția de mai sus reprezintă în planul M-N suprafața cuprinsă în interiorul unui poligon (Figura 7.5). Acest poligon, care este locul geometric al punctelor (M,N) care satisfac la limită condiția de rezistență se numește **curba limită de interacțiune**.

Dacă materialul este simetric ($R_c = R_t$) curba este simetrică față de axa M (Fig. 7.5a); dacă $R_c > R_t$ ea are forma din figura 7.5b și dacă $R_t = 0$ forma din figura 7.5c.

Comportarea secțiunii de beton armat se apropie de cea din figura 7.5b, numai că, din cauza comportării neliniare, suprapunerea de efecte ($\sigma = \sigma_N + \sigma_M$) nu mai este posibilă.

Curba care corespunde unei secțiuni de beton armat dreptunghiulară armată simetric este cea din figura 7.6 (numai partea M+ este reprezentată).

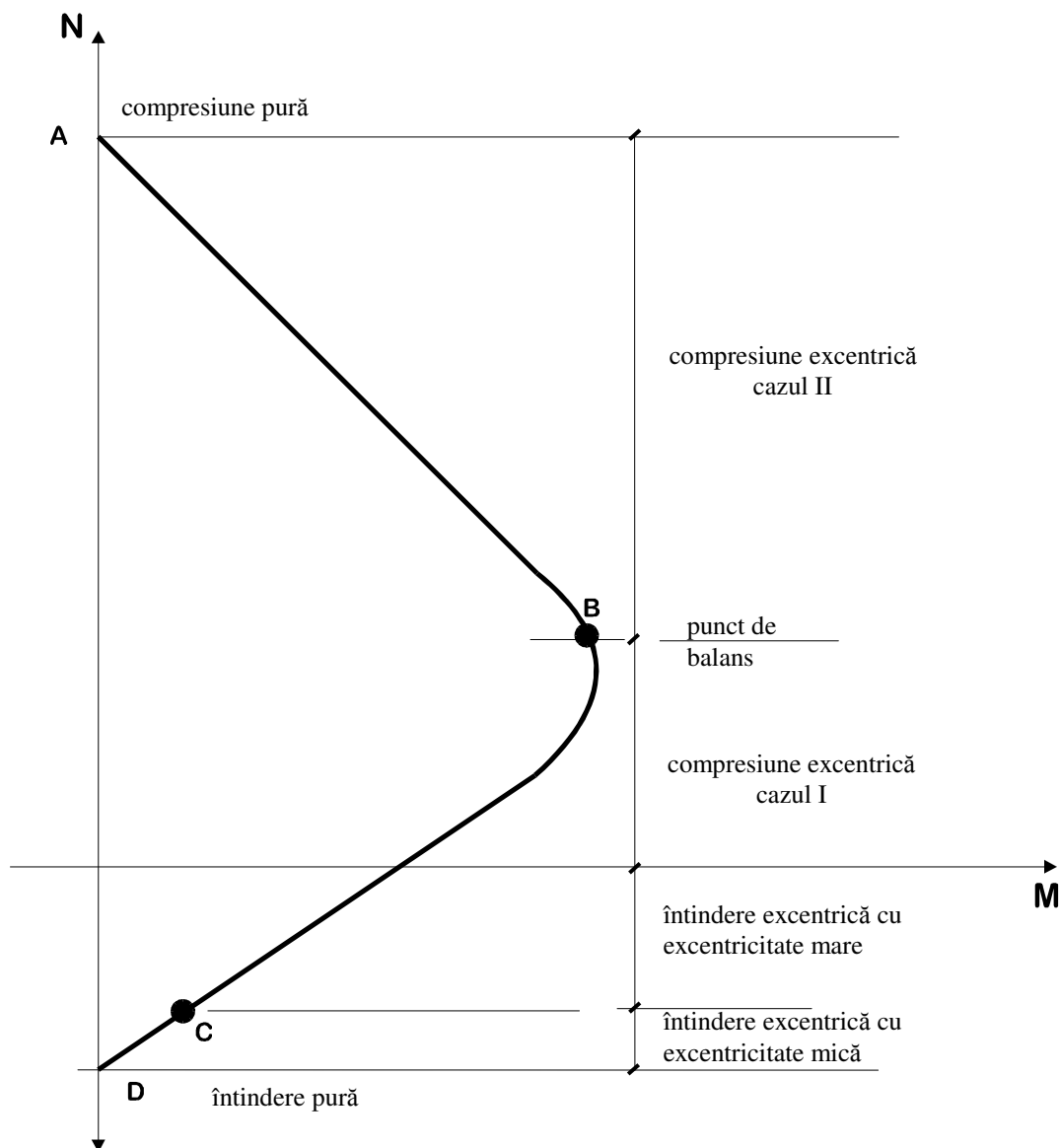


Figure 7-6. Curba limită de interacțiune pentru o secțiune de beton armată simetric

Pe figură sunt definite câteva puncte caracteristice:

- **A**: compresiune pură;
- **D**: tracțiune pură;

- **B:** punctul de „balans”, definit cazul de cedare când betonul comprimat atinge deformația sa limită $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3,5 \times 10^{-3}$ simultan cu atingerea deformației de curgere în armătură $\varepsilon_s = \varepsilon_y = f_y/E_s$ și înălțimea zonei comprimate este $x_B = d\varepsilon_{cu2}/(\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_y)$;
- **C:** pentru valori ale forței de întindere mai mari decât N_C , toată secțiunea este întinsă la starea limită de rezistență.

Punctele definite mai sus delimitează domenii pe curba limită de interacțiune care sunt caracterizate prin aspecte specifice ale modului de cedare.

Compresiune excentrică cazul II: corespunde domeniului A-B. La rupere, betonul atinge deformația limită la compresiune fără ca armăturile întinse să ajungă la curgere.

Compresiune excentrică cazul I și întindere excentrică cu excentricitate mare: corespunde domeniului B-C. Cedarea are loc fie prin betonul comprimat, după intrarea în curgere a armăturilor întinse, fie prin armăturile întinse care își ating deformația ultimă. Diferența între compresiunea excentrică cazul I și întinderea excentrică cu excentricitate mare este dată de sensul forței axiale, de care trebuie să se țină cont în ecuațiile de echilibru. Un caz particular, care este însă foarte frecvent în practică, este cel al încovoierii simple, care corespunde unei forțe axiale nule.

Întindere excentrică cu excentricitate mică: corespunde domeniului C-D. Toată secțiunea este întinsă, iar cedarea se produce prin armăturile cele mai întinse.

7.2.7 Metoda simplificată

Scopul metodei simplificate este de a permite dimensionarea armăturilor printr-un calcul direct. Metoda generală necesită utilizarea unui program de calcul și nu permite dimensionarea directă. Interesul metodei simplificate este de a putea face un calcul direct și rapid, cu o precizie acceptabilă și fără a necesita un calculator și programe de calcul specializate.

Metoda simplificată se bazează pe anumite ipoteze simplificatoare, din care cea mai importantă este adoptarea unei distribuții uniforme a eforturilor de compresiune în beton (fig. 7-7), ipoteze care permit rezolvarea problemei de dimensionare utilizând numai ecuațiile de echilibru.

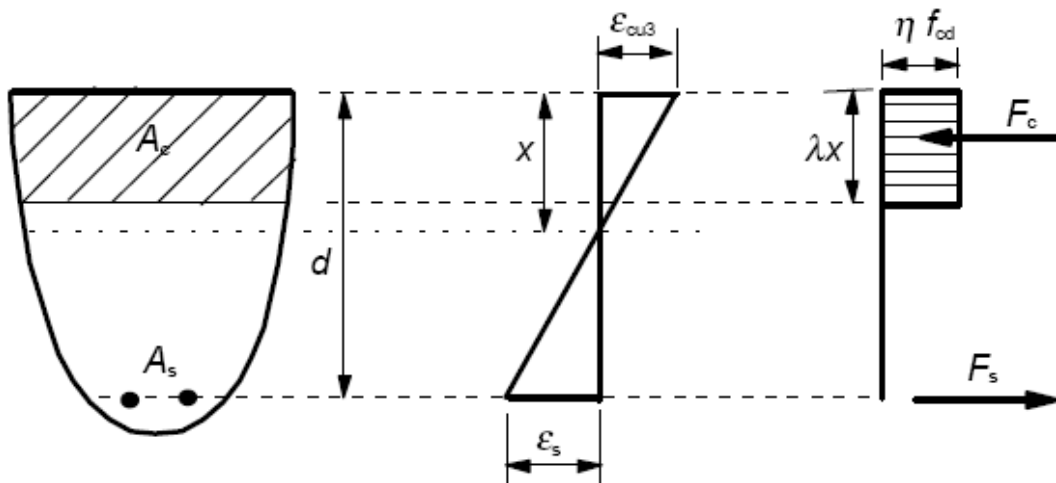


Figura 7-7. Diagramă simplificată eforturi - deformații pentru beton (după EN 1992-1-1)

Coeficienții λ și η din figura 7-7 iau valorile următoare:

$$\lambda = 0,8 \quad \text{pentru } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (7.7)$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 \quad \text{pentru } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (7.8)$$

și

$$\eta = 1,0 \quad \text{pentru } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (7.9)$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 \quad \text{pentru } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (7.10)$$

În capitolele care urmează, aplicarea metodei simplificate este detaliată pentru domeniile de solicitare definite la §7.2.6, pentru care rezolvarea în metoda simplificată prezintă aspecte specifice, și pentru tipurile cele mai curențe de secțiuni (secțiuni dreptunghiulare și, pentru încovoiere, secțiuni T).

O altă ipoteză, admisă implicit în STAS 10107/0-90, și dată ca alternativă în EN 1992-1-1, este utilizarea unei curbe caracteristice elastic-perfect plastice cu palier infinit pentru oțel. Aceasta înseamnă ignorarea efectului ecruisării și a ruperii prin pivotul A. Rezultatele obținute sunt de regulă acoperitoare, iar calculele practice mult simplificate.

8. Starea limită ultimă pentru elemente solicitate la încovoiere

8.1 Introducere

Secțiunea unei grinzi sau a unei plăci este solicitată la încovoiere atunci când torsorul solicitărilor se reduce, exceptând forța tăietoare, la un moment M .

Dimensionarea secțiunilor la încovoiere se va face considerând starea limită ultimă de rezistență; după aceea va trebui verificat că elementul astfel dimensionat satisface condițiile la stările limită de serviciu (limitarea săgeților și a deschiderii fisurilor). În sfârșit, trebuie asigurat un procent minim de armare pentru a evita ruperea fragilă în momentul fisurării.

În continuare este prezentat calculul la SLU la încovoiere după STAS 10107/0-90, și cu notațiile din acest standard.

8.2 Înălțimea limită a zonei comprimate și procentul maxim de armare

Dacă starea limită ultimă este atinsă cu $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3,5 \cdot 10^{-3}$ și simultan cu $\varepsilon_s = \varepsilon_y = f_{yd}/E_s$ (fig. 8.1) se spune că ruperea este "balansată" (echilibrată).

Înălțimea relativă a zonei comprimate este:

$$\xi_c = \varepsilon_{cu2} / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y)$$

Valoarea sa depinde de deformația ultimă a betonului comprimat și de deformația de intrare în curgere a armăturii.

Cea dintâi este considerată $3,5 \cdot 10^{-3}$ pentru betoanele de clasă mai mică decât Bc 35 și $3 \cdot 10^{-3}$ pentru betoanele de clasă mai mare decât Bc 35 (STAS 10107/0-90).

Cea de-a doua depinde de tipul de oțel folosit.

Standardul românesc STAS 10107/0-90 recomandă pentru înălțimea relativă a zonei comprimate corespunzând diagramei rectangulare simplificate valorile următoare:

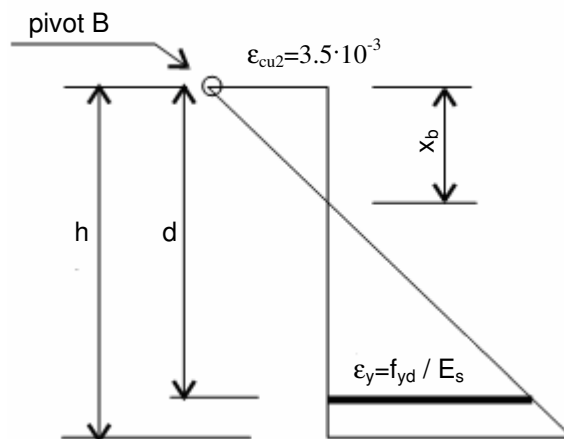


Figura 8.1 - Diagrama limită de deformării pentru ruperea la "balans"

Tabelul 8-1. Valori limită ale înălțimii relative a zonei comprimate după STAS 10107/0-90

Tip oțel	Clasa de beton	
	< Bc 35	≥ Bc 35
	$0,8\xi_b$	
OB 37	0,60	0,55
PC 52, PC 60, STNB	0,55	0,50

Dacă $\xi > \xi_b$, $\sigma_s < f_{yd}$ și armăturile sunt insuficient folosite. Este deci mai economic să se limiteze $\xi \leq \xi_b$, pentru a utiliza complet capacitatea armăturilor. Această limitare este echivalentă, în cazul grinzilor și plăcilor, cu limitarea procentului de armare.

Într-adevăr, rezultanta eforturilor de compresiune din beton este proporțională cu înălțimea zonei comprimate. Pe de altă parte, rezultanta eforturilor de compresiune din beton trebuie să echilibreze forța de întindere din armături, și aceasta este, pentru un oțel dat, proporțională cu aria de armătură. Deci înălțimea zonei comprimate este, pentru o secțiune de beton dată și materiale (beton, oțel) date, proporțională cu aria de armătură.

Exemplu (cazul unei secțiuni dreptunghiulare simplu armate)

Rezultanta forțelor interne este:

$$0,8x b f_{cd} = A_s f_{yd}$$

de unde:

$$0,8x = A_s f_{yd} / (b f_{cd})$$

și împărțind prin d :

$$0,8\xi = \rho f_{yd} / f_{cd} = \omega$$

cu notațiile: $\rho = A_s / (bd) =$ coeficient (geometric) de armare
 $\omega = \rho f_{yd} / f_{cd} =$ coeficient mecanic de armare

Dacă punem condiția: $\xi \leq \xi_b$

rezultă: $\rho \leq \xi_b f_{cd} / f_{yd} = \rho_{max}$

8.3 Condiția de non - fragilitate și procentul minim de armare

În momentul fisurării are loc un transfer de eforturi de la betonul întins care fisurează către armături, ceea ce are ca efect creșterea efortului în armături (vezi cap. 6).

Dacă creșterea de efort duce la ruperea armăturilor, elementul de beton are o comportare fragilă, similară comporării unui element de beton simplu (nearmat).

Creșterea de efort în armătură este cu atât mai mare cu cât procentul de armare este mai mic. Există un procent minim, pentru care comportare non-fragilă este asigurată, care corespunde condiție ca momentul de fisurare să fie egal cu momentul capabil al secțiunii.

Standardul STAS 10107/0-90 prevede un procent minim de 0,05% pentru grinzi și plăci. Eurocodul 2 recomandă un procent minim de armare de $0,26 f_{ctm} / f_{yk}$, dar nu mai puțin de 0,13%

8.4 Secțiuni dreptunghiulare simplu armate

Notă: Pentru simplificarea notației, în cele ce urmează se vor nota cu x și ξ înălțimea și respectiv înălțimea relativă corespunzătoare diagramei rectangulare simplificate a eforturilor de compresiune din beton.

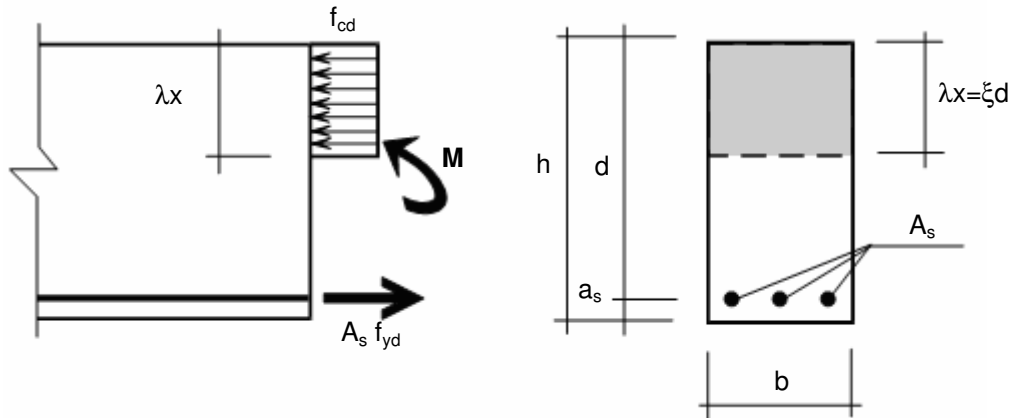


Figura 8.2 - Distribuția simplificată a eforturilor pentru o secțiune dreptunghiulară simplu armată

Condițiile de echivalență statică sunt:

- ecuația de proiecție a forțelor după axa elementului:

$$b \lambda x \eta f_{cd} = A_s f_{yd} \quad (8.1)$$

- ecuația de moment (scrisă de obicei fie față de centrul armăturilor, fie față de rezultanta compresiunilor din beton):

$$M = b \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) = A_s f_{yd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) \quad (8.2)$$

Ecuațiile de mai sus sunt exprimate frecvent în funcție de mărimile adimensionalizate:

$$\xi = \frac{x}{d} = \text{înălțimea relativă a zonei comprimate convenționale}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \text{coeficient de armare}$$

$$m = \frac{M}{bd^2 \eta f_{cd}} = \text{valoarea relativă a momentului încovoiator}$$

Se obține:

$$\xi = \rho \frac{f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd}} \quad (8.1')$$

$$m = \lambda \xi \left(1 - \frac{\lambda \xi}{2} \right) = \rho \frac{f_{yd}}{\eta f_{cd}} \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) \quad (8.2')$$

În practică intervin două tipuri de probleme:

- Verificarea capacității portante când dimensiunile secțiunii și armarea sunt cunoscute;

- *Dimensionarea*, când solicitarea (momentul încovoielor aplicat) este cunoscută, precum și toate sau o parte din dimensiunile secțiunii de beton, și trebuie determinată armătura necesară și, eventual, unele dimensiuni ale secțiunii).

a) Verificare

Date: $b, h, a, A_s, f_{yd}, f_{cd}$
 Necunoscute: x, M_{Rd}

Sunt 2 necunoscute și 2 ecuații (8.1) și (8.2). Rezolvarea începe cu ecuația de proiecție (8.1), care conține o singură necunoscută:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{\lambda b \eta f_{cd}} \quad (8.3)$$

Observație: Dacă $x > x_b$, relațiile utilizate nu sunt corecte, pentru că $\sigma_a < R_a$. Totuși, s-a demonstrat că în acest caz capacitatea nu mai crește practic peste valoarea:

$$M_{\max} = b \lambda x_b \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x_b}{2} \right) = b d^2 \eta f_{cd} \xi_b \left(1 - \frac{\lambda \xi_b}{2} \right) \quad (8.4)$$

Deci, dacă se obține $x > x_b$ din ecuația (8.3), se poate considera $M_{cap} = M_{\max}$

Dacă $x \leq x_b$, capacitatea portantă a secțiunii rezultă din (8.2):

$$M_{Rd} = b \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) \quad \text{sau} \quad M_{Rd} = A_s f_{yd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) \quad (8.5)$$

b) Dimensionare (numai armăturile)

Date: $b, h, a, M_{Sd}, f_{yd}, f_{cd}$
 Necunoscute: x, A_s

Ecuația (8.2) se rezolvă în raport cu x :

$$\lambda x = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Sd}}{b d^2 \eta f_{cd}}} \right) \quad (8.6)$$

Apoi se determină armătura din ecuația (8.1):

$$A_s = b \lambda x \frac{\eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.7)$$

Dacă se utilizează ecuațiile (8.1') și (8.2'), atunci relațiile corespunzătoare sunt:

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2m}}{\lambda} \quad (8.6')$$

$$\text{și } A_s = \lambda \xi b d \frac{\eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.7')$$

Observații:

- 1) Dacă înălțimea zonei comprimate x rezultată din ecuația (8.6) este mai mare decât x_b , ecuațiile utilizate nu sunt corecte, pentru că $\sigma_a < R_a$. Se recomandă alegerea unor dimensiuni mai mari pentru secțiunea de beton, astfel încât $x \leq x_b$, pentru a utiliza integral capacitatea armăturilor. Dacă nu este posibilă mărirea secțiunii de beton, se vor utiliza armături comprimate (vezi §8.5).
- 2) Analizând expresia capacității la încovoiere a secțiunii:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} d \left(1 - 0,5 \cdot \frac{A_s f_{yd}}{b d \eta f_{cd}} \right)$$

rezultă că principalii parametri care influențează capacitatea portantă sunt înălțimea secțiunii, aria armăturilor și rezistența armăturilor.

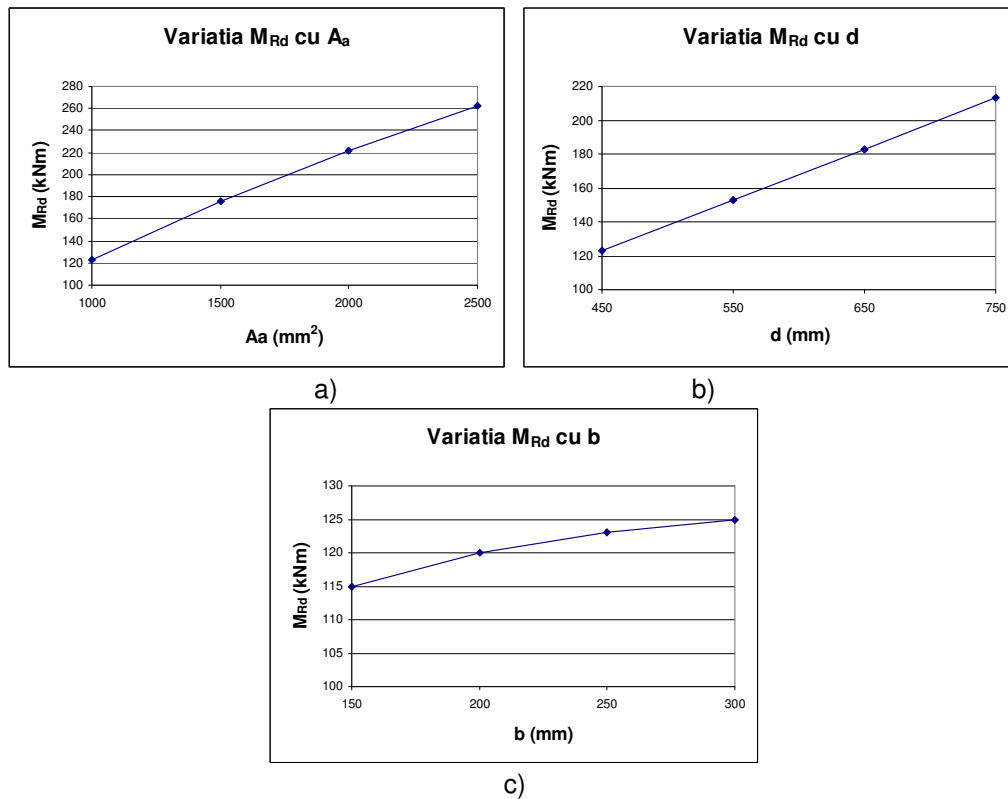


Figura 8.3 – Variația momentului capabil cu a) A_a b) d c) b

Se observă că momentul capabil crește liniar cu d , aproape liniar cu A_s (sau cu f_{yd}) și foarte puțin cu b , sau f_{cd} (circa 9% pentru o creștere de 100% a lui b sau f_{cd}).

c) Dimensionare (armături și înălțimea secțiunii)

Date: $b, a_s, M, f_{yd}, f_{cd}$

Necunoscute: h, x, A_s

Deoarece sunt 3 necunoscute și numai 2 ecuații, trebuie adăugată o a treia condiție pentru ca problema să fie determinată. În general a treia condiție este alegerea unui *procent optim de armare* ρ_{opt} . Valorile alese rezultă din experiență inginerilor proiectanți și urmărește obținerea unei soluții economice. Deci a treia ecuație este:

$$\rho = \rho_{opt} \tag{8.8}$$

Înlocuind în (8.1) se obține:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{\lambda b \eta f_{cd}} = \rho_{opt} \frac{f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd}} d$$

și, introducând în (8.2), rezultă în final:

$$d = \sqrt{\frac{M}{b f_{yd} \rho_{opt} \left(1 - \frac{\rho_{opt} f_{yd}}{2 \eta f_{cd}}\right)}} \tag{8.9}$$

Se obține apoi înălțimea h a secțiunii, adăugând acoperirea de beton și rotunjind la multiplu de 1 cm pentru plăci și de 5 cm pentru grinzi:

$$h_{nec} = d + a_s \tag{8.10}$$

Aria de armătură necesară se obține apoi cu schema de la punctul (b).

8.5 Secțiuni dreptunghiulare dublu armate

În practică, utilizarea armăturilor comprimate este necesară în două cazuri:

- când din motive care țin de arhitectură, de exploatare sau de estetică, dimensiunile secțiunii, și îndeosebi înălțimea, sunt limitate astfel încât solicitarea depășește momentul maxim al secțiunii simplu armate ($M > M_{max}$).
- când există mai multe combinații de acțiuni care dau momente de semn opus pe aceeași secțiune (Figura 8.4).

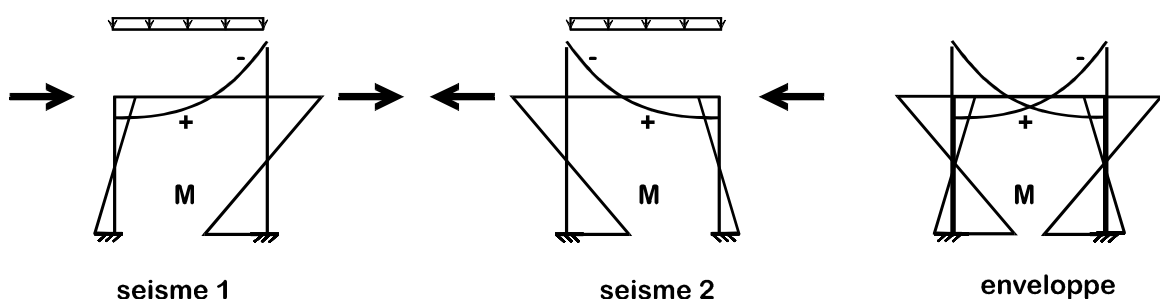


Figura 8.4 – cadru supus la mai multe combinații de acțiuni

Echivalența statică este exprimată prin două ecuații, ca pentru secțiunea simplu armată, dar trebuie adăugat și efectul armăturilor comprimate.

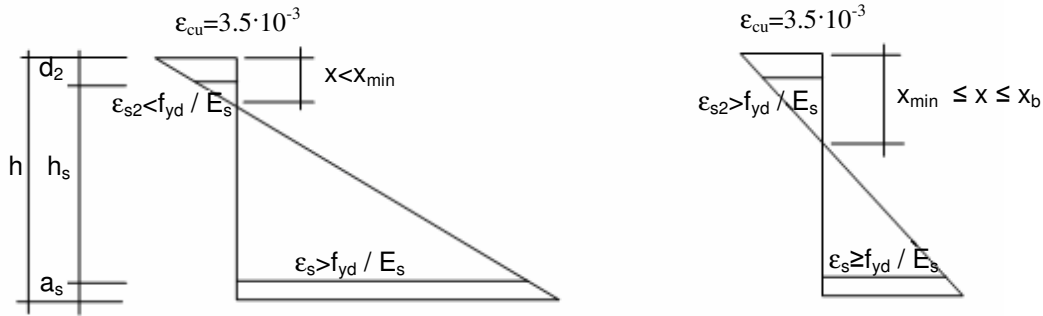


Figura 8.5 - Diagrame de deformații pe secțiunea cu armături comprimate

Condiția ca armăturile întinse să atingă limita de curgere ($\epsilon_s > \epsilon_y$) este:

$$x \leq x_b \quad (8.11)$$

Condiția ca armăturile comprimate să atingă limita de curgere ($|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_y$) este:

$$x \geq x_{min} = d_2 \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{cu2} - \epsilon_y} \quad (8.12)$$

Obs. : Pentru oțel PC60, $x_{min} = d_2 \frac{0,0035}{0,0035 - 350/210000} \cong 2d_2$

Pentru oțeluri cu limita de curgere mai mică (OB 37, PC52) se poate considera acoperitor $x \cong 2d_2$; pentru oțeluri cu limita de curgere mai înaltă (S400, S500), această aproximație nu mai este valabilă.

Dacă cele două condiții sunt îndeplinite, ecuațiile de echivalență sunt:

$$b\lambda x \eta f_{cd} + A_{s2} f_{yd} - A_s f_{yd} = 0 \quad (8.13)$$

$$M = b\lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) + A_{s2} f_{yd} h_s \quad (8.14)$$

Efectul armăturilor comprimate este de a da un surplus de moment față de secțiunea simplu armată, după cum se vede în figura 8.5.

Dacă $x < x_{min}$, atunci $|\sigma_{s2}| < f_{yd}$, și pentru a evita calculul eforturilor unitare în armătura comprimată, este preferabil să se scrie ecuația de moment în raport cu aceasta:

$$M = b\lambda x \eta f_{cd} \left(d_2 - \frac{\lambda x}{2} \right) + A_s f_{yd} h_s \cong A_s f_{yd} h_s \quad (8.15)$$

Termenul care conține efectul betonului comprimat se poate neglija, pentru că este relativ mic (zona comprimată este mică, iar brațul de pârghie al rezultantei este mic).

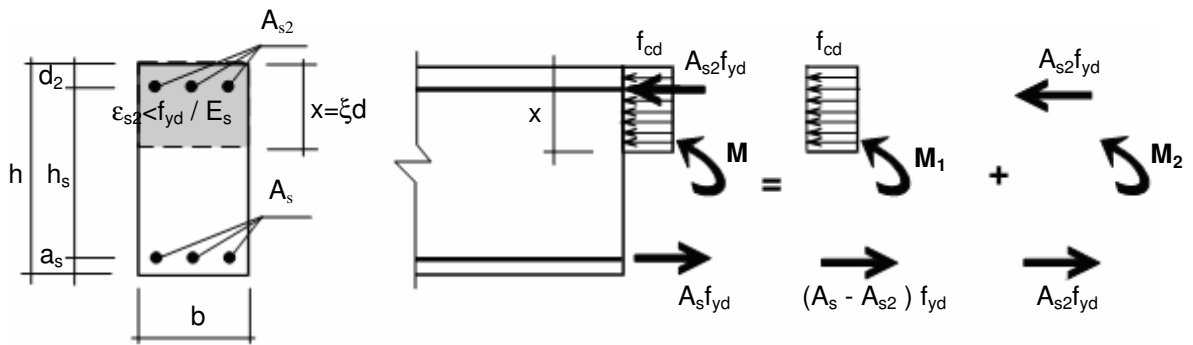


Figura 8.5 - Schema de acțiune armăturilor întinse și comprimate

a) Verificare

Date: $b, h, a, A_s, A_{s2}, f_{yd}, f_{cd}$
 Necunoscute: x, M_{Rd}

Se calculează mai întâi înălțimea zonei comprimate, cu ecuația (8.13):

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_{s2} f_{yd}}{\lambda b \eta f_{cd}} \quad (8.16)$$

Dacă $x \geq x_{min}$, atunci capacitatea la încovoiere este dată de relația (8.14).

Dacă $x < x_{min}$, atunci valoare calculată nu este valoarea reală a lui x , dar indică totuși faptul că armătura comprimată nu ajunge la curgere, iar capacitatea la încovoiere se va determina cu relația (8.15).

b) Dimensionare (A_{s2} și A_s)

Date: $b, h, a, M_{Sd}, f_{yd}, f_{cd}$
 Necunoscute: x, A_s, A_{s2}

Sunt trei necunoscute și numai două ecuații. Trebuie adăugată o a treia condiție, care este de regulă condiția de economicitate: utilizarea la maximum a secțiunii de beton și a armăturilor întinse. În consecință se consideră:

$$x = x_b \quad (8.17)$$

În acest caz, armătura comprimată se poate determina din relația (8.14):

$$A_{s2} = \frac{M_{Sd} - b \lambda x_b \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x_b}{2} \right)}{f_{yd} h_s} \quad (8.18)$$

Armătura întinsă este apoi calculată din relația (8.13):

$$A_s = A_{s2} + \frac{b \lambda x_b \eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.19)$$

c) Dimensionare (A_{s2} cunoscută)

Date: $b, h, M_{Sd}, f_{yd}, f_{cd}, A_{s2}$

Necunoscute: x, A_s

Sunt două necunoscute și două ecuații. Se calculează mai întâi x din ecuația (8.14):

$$\lambda x = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2(M_{Sd} - A_{s2} f_{yd} h_s)}{bd^2 \eta f_{cd}}} \right) \quad (8.20)$$

Dacă $x \geq x_{min}$, atunci armătura întinsă se calculează din ecuația (8.13):

$$A_s = A_{s2} + \frac{b \lambda x \eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.21)$$

Dacă $x < x_{min}$, atunci valoarea calculată nu este valoarea reală a lui x , dar indică totuși faptul că armătura comprimată nu ajunge la curgere, iar armătura întinsă se va determina cu relația (8.15):

$$A_s = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} h_s} \quad (8.22)$$

8.6 Secțiuni în formă de T

În construcțiile de beton armat se găsesc frecvent elemente încovoiate cu secțiune în formă de T. Este cazul, de exemplu, al plăcilor turnate împreună cu placa (Figura 8.6a), al grinzilor prefabricate care susțin plăci prefabricate (Figura 8.6b) sau a unor plăci prefabricate, având secțiunea în formă de U sau II (Figura 8.6c).

Pentru calcul este importantă forma zonei comprimate, deoarece betonul întins nu este luat în calcul. Astfel, în cazul din Figura 8.7, grinda va fi considerată ca o grindă T pentru secțiunile cu moment pozitiv și ca o grindă cu secțiune dreptunghiulară pentru secțiunile cu moment negativ.

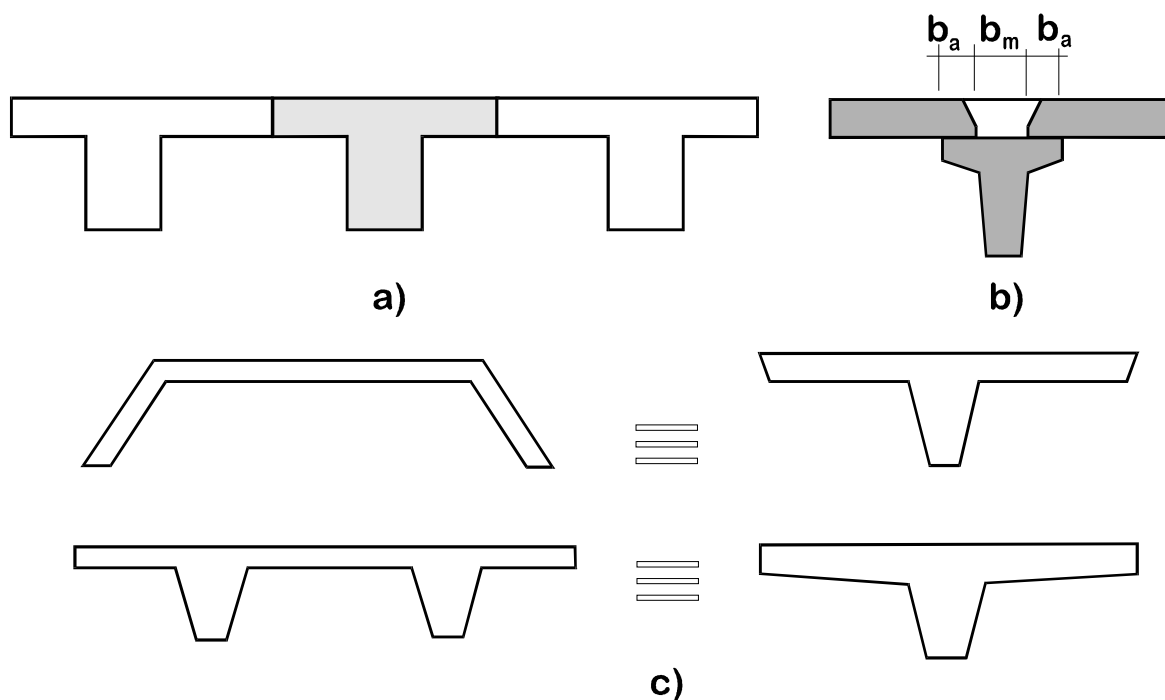


Figura 8.6 - Exemple de secțiuni T a) grindă cu placă monolită b) grindă prefabricată c) element prefabricat de planșeu

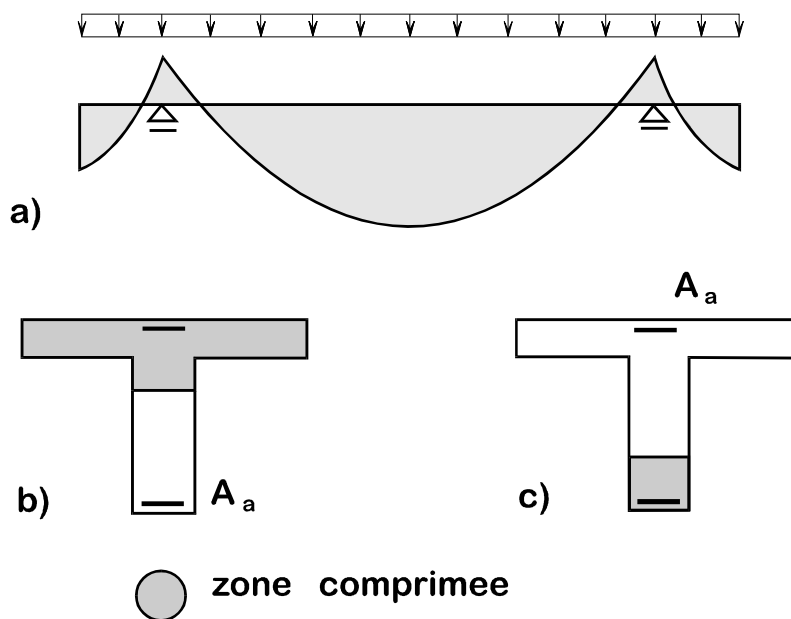


Figura 8.7 - Forma secțiunii de calcul în funcție de forma zonei comprimate

a) Lățimea activă a plăcii comprimate

În cazul grinzilor cu secțiuni T încovoiate, eforturile de compresiune din talpă descresc pe măsură ce crește distanța față de inimă (figura 8.8).

Pentru simplificare se adoptă o repartiție uniformă a eforturilor unitare pe o lățime mai mică de placă (figura 8.9). Această lățime, numită **lățime activă**, nu este constantă în lungul grinzii și depinde, între altele, de natura grinzii (independentă sau făcând parte dintr-un planșeu), de modul de aplicare al sarcinilor (distribuite sau concentrate), de dimensiunile secțiunii, de distribuția momentelor în lungul grinzii. Aceasta duce la o definiție forfetară a lățimii active de placă în norme.

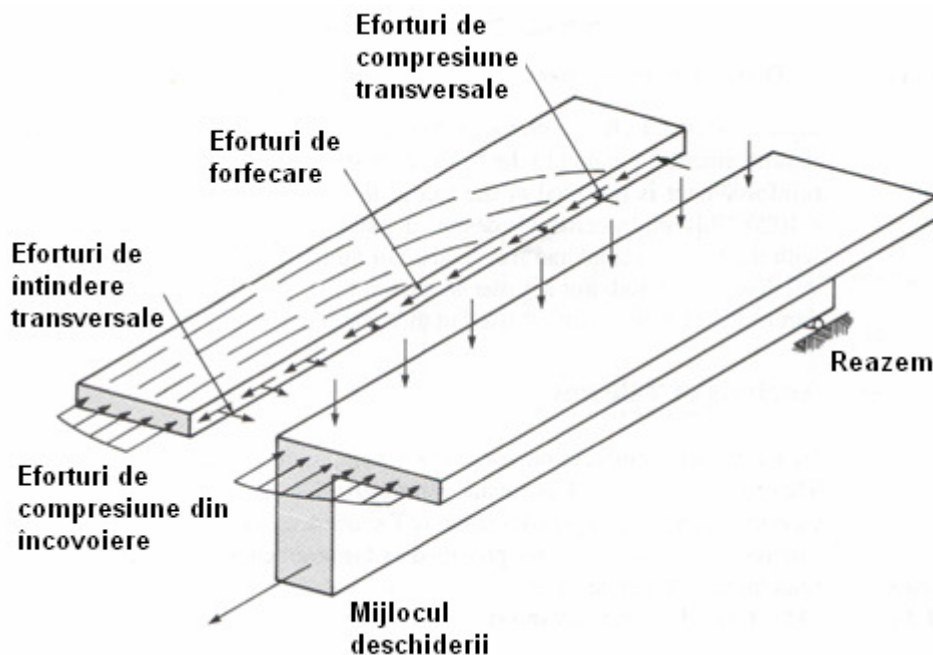


Figura 8.8 – Eforturi în placa unei grinzi T (McGregor, 1997)

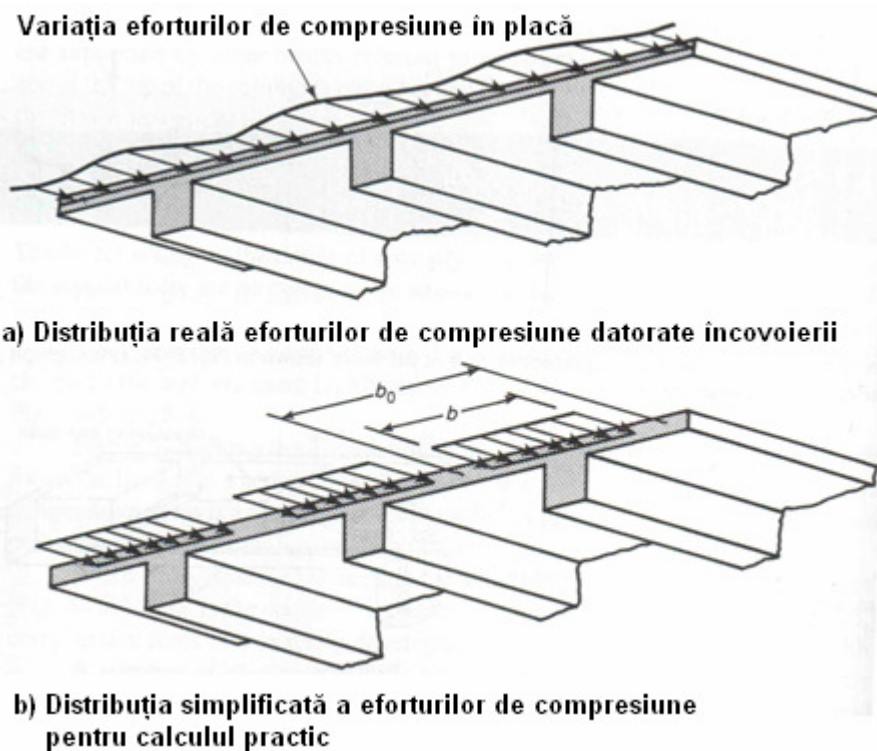


Figura 8.9 – Lățimea efectivă de placă (McGregor, 1997)

Conform STAS 10107/0-90, **lățimea de placă de luat în calcul, de fiecare parte a inimii, Δb** , este limitată de cea mai restrictivă dintre condițiile următoare:

- $\Delta b = l_c/6$ (l_c este definit în Figura 8.10)

- pentru grinzi independente (placa este în consolă):
 - $\Delta b \leq 6h_p$ dacă $h_p/h \geq 0,10$
 - $\Delta b \leq 3h_p$ dacă $0,05 \leq h_p/h < 0,10$
 - $\Delta b = 0$ dacă $h_p/h < 0,05$
- pentru grinzi făcând parte din planșee nerigidizate prin nervuri transversale:
 - $\Delta b \leq 6h_p$ dacă $h_p/h < 0,10$
- pentru grinzi făcând parte din planșee rigidizate prin nervuri transversale:
 - $\Delta b \geq 6h_p$

unde h_p este grosimea plăcii.

În toate cazurile, $b_p \leq b_{p\ real}$, unde $b_{p\ real}$ este definit în Figura 8.10.

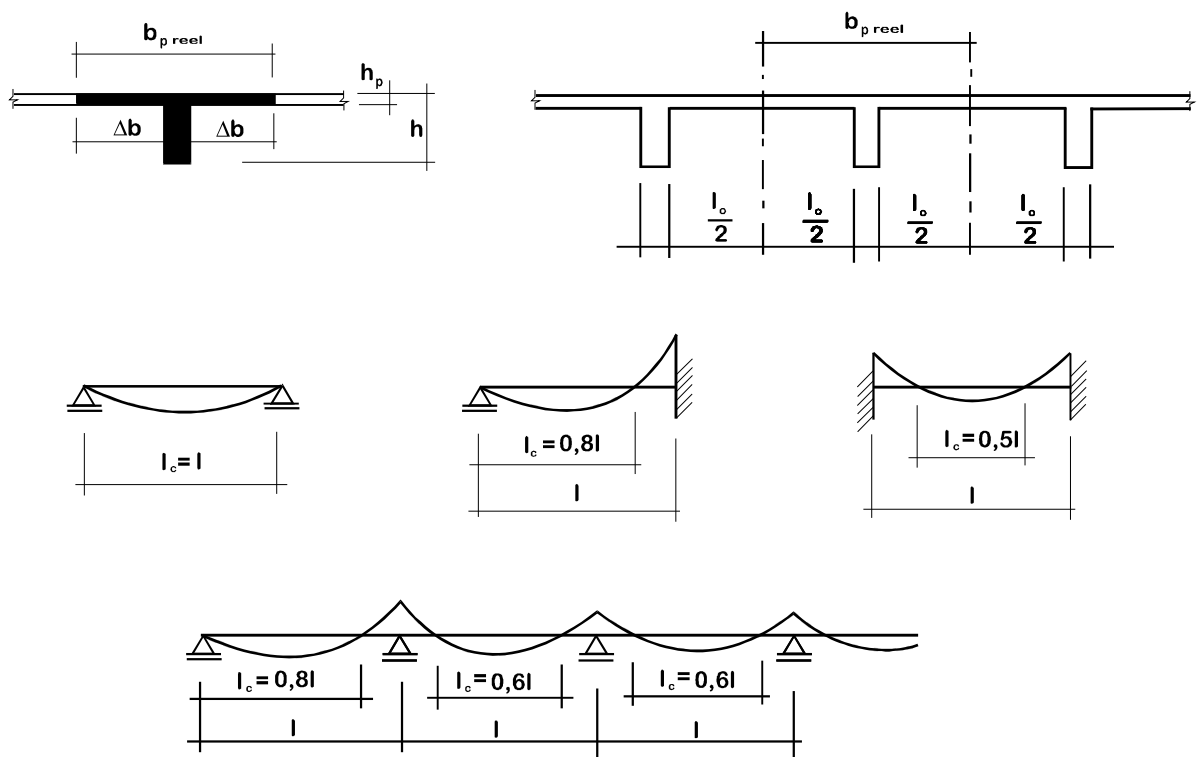


Figura 8.10 – Definiția lățimii active a plăcii comprimate

Calculul lățimii active de placă în EN 1992-1-1 se bazează, ca și cel din STAS 10107, pe distanța dintre punctele de inflexiune, notată cu l_0 , și definită în fig. 8.11.

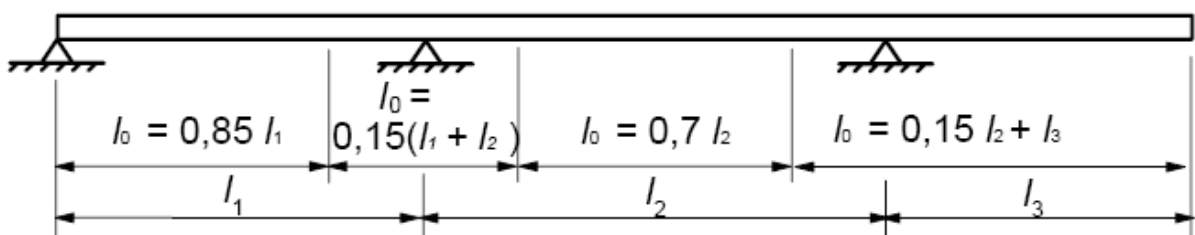


Figura 8.11 – Definiția lui l_0 pentru calculul lățimii active a plăcii comprimate (EN 1992-1-1)

Lățimea activă de placă b_{eff} se calculează cu relațiile următoare :

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

în care :

$$b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$$

și

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

Notațiile sunt explicate în figura 8.12.

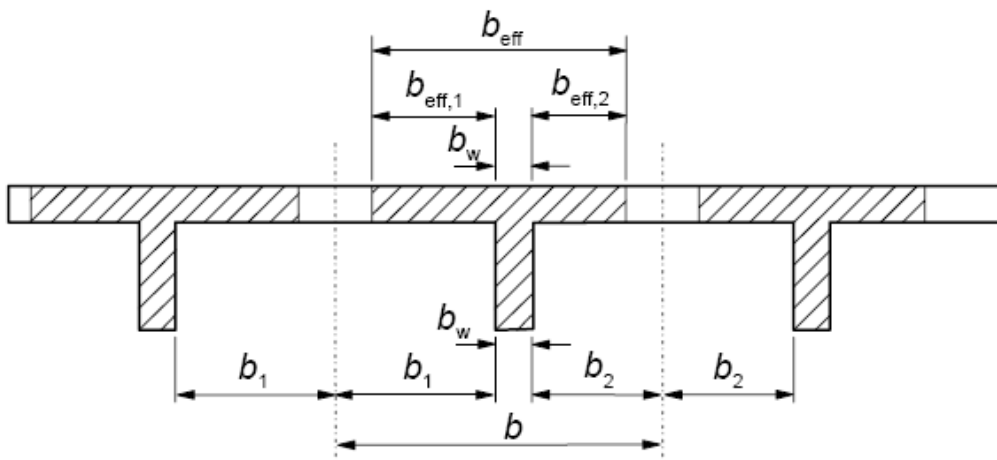


Figura 8.12 – Definierea parametrilor pentru calculul lățimii active a plăcii (EN 1992-1-1)

b) Ecuatii de echivalență

Calculul secțiunilor se face diferit după cum axa neutră este în placă sau în inimă.

Axa neutră în placă

Deoarece betonul întins nu intervine în calculul de rezistență, calculul se face ca și cum secțiunea ar fi dreptunghiulară de lățime egală cu lățimea activă de placă b_{eff} .

Axa neutră în inimă

Echivalența statică se exprimă prin următoarele două ecuații (vezi și Figura 8.13), cu condiția, evident, ca $x \leq x_b$:

$$(b_{eff} - b_w)h_f\eta f_{cd} + b_w\lambda x\eta f_{cd} - A_s f_{yd} = 0 \quad (8.23)$$

$$M = (b_{eff} - b_w)h_f\eta f_{cd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + b_w\lambda x\eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) \quad (8.24)$$

c) Verificarea

Date: $b_w, h, b_{eff}, h_f, a, A_s, f_{cd}, f_{yd}$

Necunoscute: x, M_{Rd}

Se începe prin determinarea cazului corespunzător problemei date (axa neutră în inimă sau în placă), considerând mai întâi cazul limită când axa neutră se află chiar la intersecția inimii cu placa ($\lambda x = h_p$). Cantitatea de armătură necesară pentru a echilibra compresiunea din beton este:

$$A_{sf} = \frac{b_{eff} h_f \eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.25)$$

Dacă: $A_s \leq A_{sf}$ atunci $\lambda x \leq h_f$ altminteri $\lambda x > h_f$

$$\lambda x \leq h_f : \quad \lambda x = \frac{A_s f_{yd}}{b_{eff} \eta f_{cd}} \quad (8.26)$$

$$\text{și} \quad M_{Rd} = b_{eff} \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) \quad (8.27)$$

$$\lambda x > h_f : \quad \lambda x = \frac{A_s f_{yd} - (b_{eff} - b_w) h_f \eta f_{cd}}{b_w \eta f_{cd}} \quad (8.28)$$

$$\text{și} \quad M_{Rd} = b_w \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) + (b_{eff} - b_w) h_f \eta f_{cd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (8.29)$$

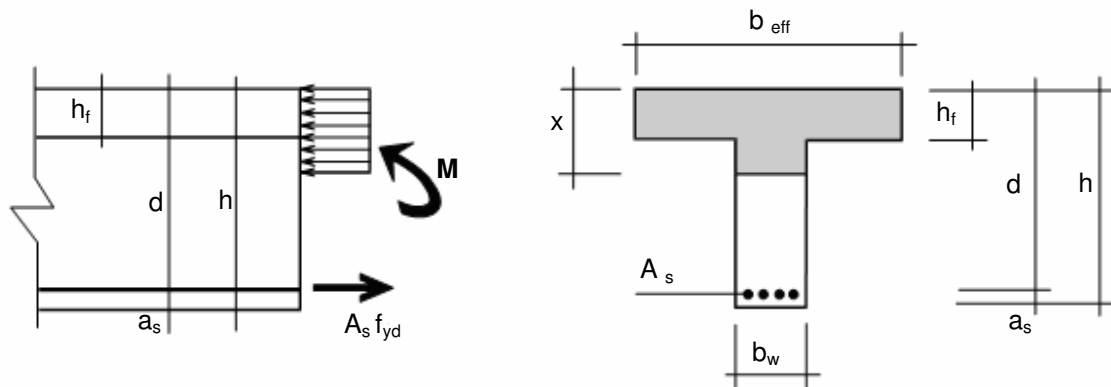


Figura 8.13 - Diagrame de eforturi pe o secțiune T cu axa neutră în inimă

d) Dimensionare

Date: $b_w, h, b_{eff}, h_f, a, M_{Sd}, f_{yd}, f_{cd}$

Necunoscute: x, A_s

Se începe, ca și în cazul problemei de verificare, prin determinarea cazului corespunzător problemei date (axa neutră în inimă sau în placă), considerând mai întâi cazul limită când axa neutră se află chiar la intersecția inimii cu placa ($\lambda x = h_p$). Momentul corespunzător este:

$$M_f = b_{eff} h_f \eta f_{cd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (8.30)$$

Dacă $M_{Sd} \leq M_f$ atunci $\lambda x \leq h_f$ altminteri $\lambda x > h_f$

$$\lambda x \leq h_f : \quad \lambda x = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Rd}}{b_{eff} d^2 \eta f_{cd}}} \right) \quad (8.31)$$

$$\text{și} \quad A_s = b_{eff} \lambda x \frac{\eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.32)$$

$$\lambda x > h_f : \quad \lambda x = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \left(M_{Sd} - (b_{eff} - b_w) h_f \eta f_{cd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right)}{b d^2 \eta f_{cd}}} \right) \quad (8.33)$$

$$\text{și} \quad A_s = \frac{[b_w \lambda x + (b_{eff} - b_w) h_f] \eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (8.34)$$

8.7 Exemple de calcul

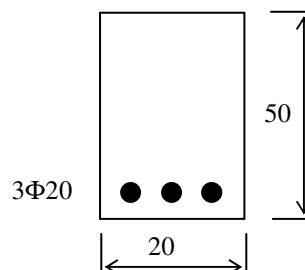
SECȚIUNI DREPTUNGHILARE SIMPLU ARMATE

EX 8-1. Să se determine capacitatea portantă a grinzii cu secțiunea din figură.

$b \times h = 20 \times 50$ cm

Beton: C25/30
Oțel: S 500, clasa C

$d_1 = 50$ mm
 $d = h - d_1 = 500 - 50 = 450$ mm
 $A_s = 3 \times 314 = 942$ mm²
 $\rho = A_s / (b d) = 942 / (200 \times 450) = 1,05$ %



Rezistențele de calcul ale betonului și armăturii sunt:

$f_{cd} = 25 / 1,5 = 16,67$ MPa
 $f_{yd} = 500 / 1,15 = 435$ MPa

Deformația armăturii la curgere este: $\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = 435 / 2 \cdot 10^5 = 2,175 \cdot 10^{-3}$

Înălțimea relativă a zonei comprimate la balans este;

$\xi_b = \varepsilon_{cu2} / (\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu2}) = 3,5 / (2,175 + 3,5) = 0,617$

Calculul se va face considerând blocul rectangular de compresiuni (§3.1.7(3)) Pentru betonul de clasă C20/25 ($f_{ck} < 50$ MPa) parametrii blocului sunt $\lambda = 0,8$ și $\varphi = 1$.

Pentru armături se va face calculul în ambele ipoteze prevăzute la §3.2.7(2):

- ramura superioară înclinată, cu o limită de deformație egală cu ε_{ud} și un efort unitar maxim $k f_{yk} / \lambda_s$ pentru ε_{uk} , cu $k = (f_t / f_y)_k$,
- ramura superioară orizontală, fără necesitatea de a verifica limita de deformație.

Pentru că ipoteza (b) conduce la un calcul mai simplu și este similară cu modul de calcul folosit tradițional în România, se va face mai întâi calculul în această ipoteză.

Varianta (b) cu ramura superioară orizontală

Din ecuația de echilibru axial:

$$C_c = T_s \Leftrightarrow \eta f_{cd} \lambda x b = A_s f_{yd}$$

de unde rezultă înălțimea zonei comprimate:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd} b} = \frac{942 \cdot 435}{0,8 \cdot 1 \cdot 16,67 \cdot 200} = 153,6 \text{ mm}$$

sau

$$\xi = x/d = 153,6/450 = 0,341 < \xi_b = 0,617$$

Brațul de pârghie al eforturilor interne este:

$$z = d - 0,5 \lambda x = 450 - 0,5 \times 0,8 \times 153,6 = 388,5 \text{ mm}$$

Momentul capabil este:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} z = 942 \times 10^{-6} \times 435 \times 0,3885 = 159,2 \text{ kNm}$$

Varianta (a) cu ramura superioară înclinată

Deoarece oțelul este de clasă de ductilitate C, deformația ultimă de calcul este $\epsilon_{ud} = 0,9 \epsilon_{uk} = 0,9 \times 7,5 \times 10^{-2} = 6,75 \times 10^{-2}$, iar panta după intrarea în curgere este $k = 15\%$.

Procedeul de rezolvare este iterativ. Se pornește de la soluția obținută în cazul (b): pentru x calculat în ipoteza cu ramură orizontală (corespunzând la $f_s = f_{yd}$). Se determină ϵ_s și apoi f_s . Cu noul f_s se recalculează x din ecuația de echilibru axial.

Din ipoteza secțiunilor plane:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cu}(d/x - 1)$$

Din relația constitutivă biliniară pentru armături rezultă:

$$f_s = f_{yd} + (k-1)f_{yd}(\epsilon_s - \epsilon_{yd})/(\epsilon_{ud} - \epsilon_{yd})$$

în care $k = f_t/f_y$ este raportul între efortul unitar de rupere și cel de curgere în armătură.

Calculul este sintetizat în tabelul următor:

Iterația	x (mm)	ϵ_s (‰)	f_s (MPa)	f_s^1/f_s^{1-1}
1	153,60	6,754	439,57	1,010
2	155,25	6,65	439,48	0,999

Deoarece raportul între valoarea f_s din ultima iterație și cea precedentă este foarte aproape de 1, se poate opri procesul iterativ.

Rezultă momentul capabil:

$$M_{Rd} = 160,6 \text{ kNm}$$

Obs.: Creșterea de moment capabil față de cazul în care s-a considerat palier orizontal este $(160,6 - 159,2)/159,2 \approx 1\%$

EX 8-2. Să se determine capacitatea portantă a grinzii cu secțiunea din figură.

$$b \times h = 20 \times 50 \text{ cm}$$

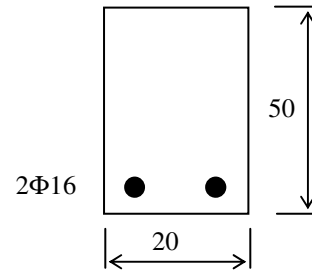
Beton: C25/30
Oțel: S 500, clasa C

$$d_1 = 50 \text{ mm}$$

$$d = h - d_1 = 500 - 50 = 450 \text{ mm}$$

$$A_s = 2 \times 201 = 402 \text{ mm}^2$$

$$\rho = A_s / (bd) = 402 / (200 \times 450) = 0,45 \%$$



Rezistențele de calcul ale betonului și armăturii sunt:

$$f_{cd} = 25 / 1,5 = 16,67 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa}$$

Varianta (b) cu ramura superioară orizontală

Din ecuația de echilibru axial:

$$C_c = T_s \quad \Leftrightarrow \quad \eta f_{cd} \lambda x b = A_s f_{yd}$$

de unde rezultă înălțimea zonei comprimate:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd} b} = \frac{402 \cdot 435}{0,8 \cdot 1 \cdot 16,67 \cdot 200} = 65,6 \text{ mm}$$

sau

$$\xi = x/d = 65,6/450 = 0,146 < \xi_b = 0,617$$

Brațul de pârghie al eforturilor interne este:

$$z = d - 0,5 \lambda x = 450 - 0,5 \times 0,8 \times 65,6 = 423,8 \text{ mm}$$

Momentul capabil este:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} z = 402 \times 10^{-6} \times 435 \times 0,424 = 74 \text{ kNm}$$

Varianta (a) cu ramura superioară înclinată

Iterația	x (mm)	ε_s (‰)	f_s (MPa)	f_s^1 / f_s^{1-1}
1	65,60	20,52	453,3	1,042
2	68,32	19,55	452,4	0,998

Deoarece raportul între valoarea f_s din ultima iterație și cea precedentă este foarte aproape de 1, se poate opri procesul iterativ.

Rezultă momentul capabil:

$$M_{Rd} = 77 \text{ kNm}$$

Obs. 1: Creșterea de moment capabil față de cazul în care s-a considerat palier orizontal este $(77 - 74)/74 \approx 4 \%$

Obs. 2: Deformația specifică în armătură este de circa 2% și depășește limita de 1% impusă de vechile norme. Această limitare urmărea limitarea deformațiilor grinzii și deschiderii fisurilor în exploatare. În lipsa ei este necesară verificarea la SLS a elementului de beton armat.

SECȚIUNI DREPTUNGHILARE DUBLU ARMATE

Comentariu

Condiția $\lambda x < 2a'$ din STAS 10107/0-90 pentru a testa dacă armăturile comprimate ajung la curgere trebuie revizuită dacă se folosesc armături cu limita de curgere mai ridicată (S400 și S500).

Într-adevăr, condiția de mai sus, exprimată în deformații și pentru betonaie de clasa mai mică decât C50 duce la următoarele rezultate:

$$\epsilon_{s2} \leq 0,4\epsilon_{cu2} = 0,4 \times 3,5 \times 10^{-3} = 1,4 \times 10^{-3}$$

Pentru oțelurile laminate românești cu $E_s = 2,1 \times 10^5$ MPa rezultă $f_{yd} = 294$ MPa, ceea ce corespunde aproximativ valorii de calcul a limitei de curgere pentru oțelurile PC 52, și este acoperitoare pentru OB 37.

Pentru S 500, $\epsilon_{yd} = 2,175 \times 10^{-3}$, ceea ce înseamnă că, pentru a intra în curgere, armătura comprimată trebuie să fie situată la cel puțin $2,175/3,5 = 0,62x$. Aceasta înseamnă $a' \leq 0,38x = 0,3\lambda x$. Cu alte cuvinte, condiția de intrare în curgere va fi:

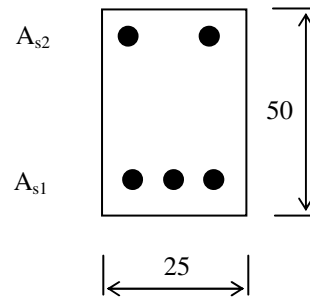
$$\lambda x < 3a'$$

EX 8-3. Să se determine armătura întinsă pentru grinda cu secțiunea din figură.

$b \times h = 25 \times 50$ cm

Beton: C25/30
Oțel: S 500, clasa C

$d_1 = 75$ mm (estimăm 2 rânduri de armătură)
 $d_2 = 75$ mm
 $d = h - d_1 = 500 - 75 = 425$ mm
 $A_s = 2\Phi 20 = 2 \times 314 = 628$ mm²
 $M_{Ed} = 375$ kNm



Rezistențele de calcul ale betonului și armăturii sunt:

$f_{cd} = 25/1,5 = 16,67$ MPa
 $f_{yd} = 500/1,15 = 435$ MPa

Presupunem că armătura comprimată ajunge la curgere și scriem echilibrul momentelor față de axa armăturii întinse:

$$M_{Ed} = \lambda x b \eta f_{cd} (d - 0,5\lambda x) + A_{s2} f_{yd} (d - d_2)$$

Pentru simplificarea calculului numeric, vom împărți ecuația de mai sus prin $bd^2 f_{cd}$.

Calculăm mai întâi:

$$m = (M_{Ed} - A_{s2} f_{yd} (d - d_2)) / (bd^2 f_{cd}) = (375 \times 10^6 - 628 \times 435 \times (425 - 75)) / (250 \times 425^2 \times 16,67) = 0,362$$

Obs.: Pentru x_b , valoarea corespunzătoare a momentului normalizat este:

$m_b = (1 - 0,5 \lambda \xi_b) \lambda \xi_b = (1 - 0,5 \times 0,8 \times 0,617) \times 0,8 \times 0,617 = 0,372$
 deci vom obține $x < x_b$.

Calculăm x :

$\lambda x / d = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,362} = 0,475$ sau $\lambda x = 0,475 \times 425 = 201,7$ mm

Se verifică ipoteza $\lambda x 201,7 > 3d_2 = 3 \times 50 = 150 \text{ mm}$

și rezultă din ecuația de proiecție:

$$A_{s1} - A_{s2} = \frac{\lambda x b \eta f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{201,7 \cdot 250 \cdot 16,67}{435} = 1932,4 \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} = 1932,4 + 628 = 2560,4 \text{ mm}^2$$

$$\text{Aleg } 3\Phi 25 + 3\Phi 22 = 3 \times 491 + 3 \times 380 = 2613 \text{ mm}^2$$

SECȚIUNI ÎN FORMĂ DE T

EX 8-4. Să se determine capacitatea portantă a grinzii cu secțiunea T din figură. Se va considera traveea intermediară a unei grinzi continue cu deschiderea $l = 6,00 \text{ m}$. În direcția perpendiculară deschiderile sunt tot de $6,00 \text{ m}$.

$$b \times h = 20 \times 50 \text{ cm}$$

$$h_f = 14 \text{ cm}$$

Beton: C25/30
Oțel: S 500, clasa C

$$d_1 = 50 \text{ mm}$$

$$d = h - d_1 = 500 - 50 = 450 \text{ mm}$$

$$A_s = 2 \times 201 = 402 \text{ mm}^2$$

$$\rho = A_s / (bd) = 402 / (200 \times 450) = 0,45 \%$$

Rezistențele de calcul ale betonului și armăturii sunt:

$$f_{cd} = 25 / 1,5 = 16,67 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa}$$

Calculul lățimii efective a plăcii (§5.3.2.1(3))

$$l_0 = 0,7l = 0,7 \times 6,00 = 4,20 \text{ m}$$

$$b_{\text{eff},i} = 0,2b_j + 0,1l = 0,2 \times (5,80/2) + 0,1 \times 4,2 = 0,58 + 0,42 = 1,00 \leq 0,2l_0 = 0,2 \times 4,20 = 0,84 \text{ m}$$

$$\text{și } b_{\text{eff},i} = 0,84 \leq b_j = 5,80/2 = 2,90$$

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w = 2 \times 0,84 + 0,20 = 1,88 \leq b = 6,00 \text{ m}$$

Varianta (b) cu ramura superioară orizontală

Din ecuația de echilibru axial, considerând cedarea cu pivot B:

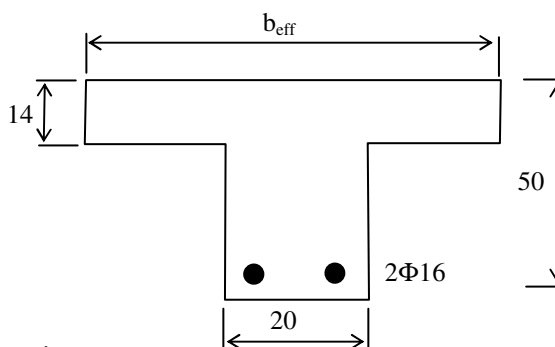
$$C_c = T_s \Leftrightarrow \eta f_{cd} \lambda x b = A_s f_{yd}$$

de unde rezultă înălțimea zonei comprimate:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd} b} = \frac{402 \cdot 435}{0,8 \cdot 1 \cdot 16,67 \cdot 1880} = 7 \text{ mm}$$

Brațul de pârghie al eforturilor interne este:

$$z = d - 0,5\lambda x = 450 - 0,5 \times 0,8 \times 7 = 447 \text{ mm}$$



Momentul capabil este:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} z = 402 \times 10^{-6} \times 435 \times 0,447 = 78,2 \text{ kNm}$$

Obs.: Deformația în armătură ar fi:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} (d/x - 1) = 3,5 \times 10^{-3} \times (450/7 - 1) = 22,15 \times 10^{-2} > \varepsilon_{ud} = 6,75 \times 10^{-2}$$

Calculul este convențional, dar rezultatul este suficient de apropiat de valoarea corectă, drept care este admis pentru simplificarea calculelor.

Varianta (a) cu ramura superioară înclinată

Se va considera $\varepsilon_s = 6,75 \times 10^{-2}$, ceea ce înseamnă un efort unitar în armătură la SLU:

$$f_s = 1,15 \times 435 = 500 \text{ MPa}$$

Calculul se face iterativ, cu pivot A, adică deformația în armătură se păstrează constantă și egală cu $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud} = 6,75 \times 10^{-2}$, și se modifică deformația maximă în beton $\varepsilon_{cmax} < \varepsilon_{cu2} = 3,5 \times 10^{-3}$ până când se obține $C_c = T_s$.

După mai multe iterații, care nu vor fi detaliate aici, se obține:

$$\varepsilon_{cmax} = 1,65 \times 10^{-3}$$

$$x = 10,74 \text{ mm}$$

$$z = 445 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} z = 402 \times 10^{-6} \times 500 \times 0,445 = 89,4 \text{ kNm}$$

Obs.: Creșterea de moment capabil față de cazul în care s-a considerat palier orizontal, fără limită de deformație în armătură este $(89,4 - 78,2)/78,2 \approx 14 \%$

9. Starea limită ultimă la încovoiere cu forță axială

9.1 Considerații preliminare

Elementele supuse la încovoiere cu forță axială sunt numeroase; este cazul în special al stâlpilor și pereților structurali. Un exemplu tipic este cadrul din figura de mai jos.

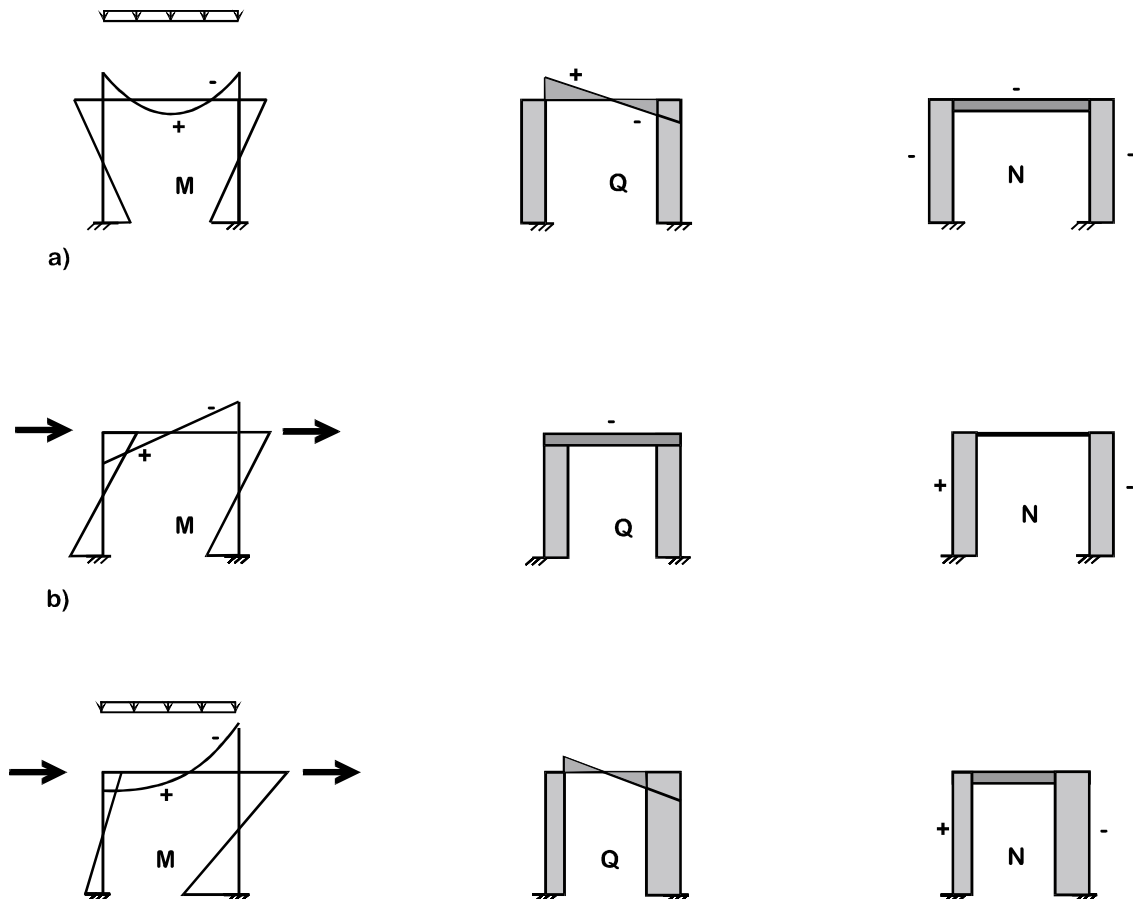


Figura 9.1 - Solicitări în elementele unui cadru supus la încărcări verticale și orizontale

Sub încărcări verticale, stâlpii sunt supuși la compresiune și încovoiere (Figura 9a). Dacă adăugă efectul forțelor orizontale, unul din stâlpi poate fi solicitat la întindere și încovoiere din efectul indirect al forțelor orizontale (Figura 9b).

Reducerea forțelor

Solicităriile (M și N) pot fi înlocuite cu o forță N situată la o distanță (excentricitate) $e_0 = M/N$ față de poziția inițială (Figura 9.2). De aici apare denumirea “compresiune excentrică” sau “întindere excentrică”.

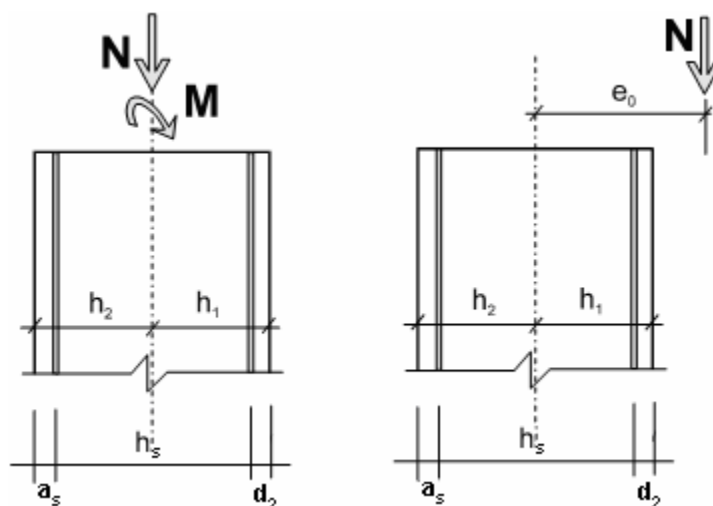


Figura 9.2 - Echivalența statică a solicitărilor

În general reducerea solicitărilor se face în raport cu *centrul secțiunii de beton nefisurate*, care este diferit de centrul secțiunii de beton omogene echivalente, de centrul secțiunii fisurate în stadiul II sau de centrul secțiunii la starea limită ultimă.

Domeniile de solicitare (distinge prin valorile forței axiale), care au caracteristici diferite sunt următoarele (vezi și capitolul 7, figura 7.6)):

- Compresiune excentrică, cazul II, când armăturile întinse (sau mai puțin comprimate) nu ajung la curgere din întindere la SLU;
- Compresiune excentrică, cazul I, când armăturile întinse ajung la curgere la SLU;
- Întindere excentrică cu excentricitate mare, când forța axială este de întindere și secțiunea este parțial comprimată;
- Întindere excentrică cu excentricitate mică, când forța axială este de întindere și toată secțiunea este întinsă.

Compresiunea pură și întinderea pură nu există în practică, datorită imperfecțiunilor geometrice ale secțiunii. STAS 10107, ca și EN 1992-1-1, impune luarea în considerare a acestor situații prin intermediul unei excentricități “accidentale”:

$$e_a = h/30 \geq 20 \text{ mm.}$$

Aceasta revine în a considera la calculele de dimensionare a unei solicitări de încovoiere mai mari:

$$M_{calc} = M_{Sd} + N_{Sd}e_a = Ne_{oc}$$

cu

$$e_{oc} = e_o + e_a \text{ și}$$

$$e_o = M_{Sd}/N_{Sd}$$

Pentru verificare trebuie considerată o capacitate portantă micșorată:

$$M_{Rd,ef} = M_{Rd} - Ne_a$$

în care

$$M_{Rd} = \text{capacitatea la încovoiere a secțiunii}$$

9.2 Compresiune excentrică, cazul I

9.2.1 Definiție

Cazul I de compresiune excentrică este definit prin faptul că *armăturile întinse ajung la curgere înainte de cedarea secțiunii*.

Următoarele două definiții sunt echivalente cu aceasta:

- înălțimea zonei comprimate nu depășește valoarea corespunzătoare punctului de balans ($x \leq x_b$);
- forța axială este de compresiune și mai mică sau egală cu forța corespunzătoare ($0 < N \leq N_b$);

Blocul dreptunghiular de compresiuni în beton este acceptat în acest caz.

9.2.2 Ecuații de echilibru

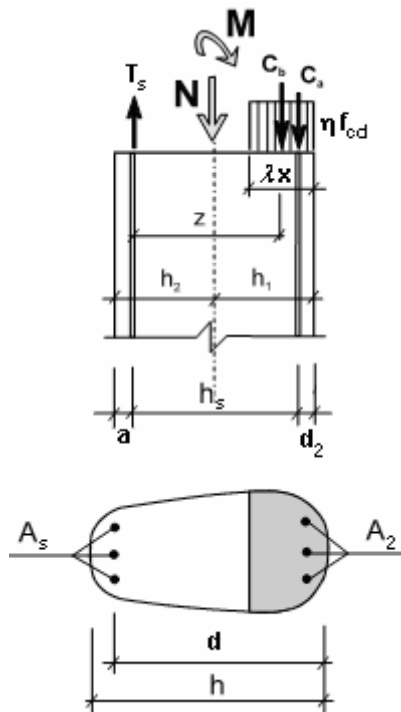


Figura 9-3. Distribuția eforturilor interne și poziția solicitărilor pe secțiune

cele comprimate sunt în domeniul plastic)

Condițiile de echivalență statică sunt:

- ecuația de proiecție de forțe în lungul axei elementului:

$$N = C_c + C_s - T_s \quad (9.1)$$

- ecuația de momente (scrisă în general fie față de armătura întinsă, fie față de armătura comprimată, fie față de poziția excentrică a forței N):

$$M + N \frac{h_1 - a}{2} = C_c z + C_s h_s \quad (9.2)$$

$$M - N \frac{h_2 - a}{2} = C_c (h_s - z) + T_s h_s \quad (9.2')$$

$$T_s e - C_c (e - z) - C_s e_2 = 0 \quad (9.2'')$$

În cazul secțiunii dreptunghiulare, $h_1 = h_2 = h/2 \cong h_s/2$ și ecuațiile de mai sus devin:

- a) pentru $x_{\min} \leq x \leq x_b$ (armăturile întinse și

$$N = b \lambda x \eta f_{cd} + A_{s2} f_{yd} - A_s f_{yd} \quad (9.3)$$

$$M + N \frac{h_s}{2} = b \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) + A_{s2} f_{yd} h_s \quad (9.4)$$

$$M - N \frac{h_s}{2} = b \lambda x \eta f_{cd} \left(h_s - d + \frac{\lambda x}{2} \right) + A_s f_{yd} h_s \quad (9.4')$$

$$A_s f_{yd} e - b \lambda x \eta f_{cd} \left(e - d + \frac{x}{2} \right) - A_{s2} f_{yd} e_2 = 0 \quad (9.4'')$$

În ecuația (9.4''), excentricitățile e și e_2 sunt definite astfel :

$$e = e_0 + d - h_1 \quad \text{și} \quad e_2 = e_0 - h_1$$

b) pentru $x < x_{min}$ (armăturile comprimate nu sunt în domeniul plastic)

$$N = b\lambda x \eta f_{cd} + A_{s2} \sigma_{s2} - A_s f_{yd} \quad (9.5)$$

$$M - N \frac{h_s}{2} = b\lambda x \eta f_{cd} \left(h_s - d + \frac{x}{2} \right) + A_s f_{yd} h_s \cong A_s f_{yd} h_s \quad (9.6)$$

Nota : Valoarea x_{min} a fost definită în capitolul precedent, la calculul secțiunii dublu armate la încovoiere.

9.2.3 Calculul practic

a) *Verificare (calculul lui M_{Rd})*

Date: $b, h, a, A_s, A_{s2}, f_{yd}, f_{cd}, N_{Sd}$

Necunoscute: x, M_{Rd}

Se calculează mai întâi înălțimea zonei comprimate, din ecuația (9.3):

$$x = \frac{N_{Sd} + A_s f_{yd} - A_{s2} f_{yd}}{\lambda b \eta f_{cd}} \quad (9.7)$$

Dacă $x \geq x_{min}$, atunci momentul capabil este dat de ecuația (9.4).

Dacă $x < x_{min}$, atunci valoarea calculată nu este valoarea reală a lui x , dar ne indică totuși faptul că armătura comprimată nu este în domeniul plastic și momentul capabil este dat de ecuația (9.6).

Capacitatea efectivă la încovoiere este:

$$M_{Rd,ef} = M_{Rd} - N_{Sd} e_a$$

b) *Verificare (calculul lui N_{Rd})*

Date: $b, h, a, A_s, A_{s2}, f_{yd}, f_{cd}, e_0$

Necunoscute: x, N_{Rd}

Se calculează mai întâi înălțimea zonei comprimate x , din ecuația (9.4'').

Forța capabilă N_{Rd} este apoi determinată din ecuația (9.3).

c) *Dimensionare (A_{s2} și A_s)*

Date: $b, h, a, M_{Sd}, N_{Sd}, f_{yd}, f_{cd}$

Necunoscute: x, A_s, A_{s2}

Sunt trei necunoscute și numai două ecuații. Trebuie adăugată o a treia condiție, care este de regulă o condiție economică: utilizarea la maximum a secțiunii de beton și a armăturii întinse. În consecință se alege:

$$x = x_b \quad (9.8)$$

În acest caz, armătura comprimată poate fi determinată din (9.4):

$$A_{s2} = \frac{M_c + N \frac{h_s}{2} - b \lambda x_b \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x_b}{2} \right)}{f_{yd} h_s} \quad (9.9)$$

în care $M_c = M_{Sd} + N_{Sd} e_a$

Dacă valoarea obținută este mică sau negativă, trebuie prevăzut procentul minim de armătură recomandat (0.2% în normele românești).

Armătura întinsă este apoi calculată din (9.3):

$$A_s = A_{s2} + \frac{b \lambda x_b \eta f_{cd} - N_{Sd}}{f_{yd}} \quad (9.10)$$

c) Dimensionare (A_{s2} cunoscută)

Date: $\lambda, h, a, M_{Sd}, N_{Sd}, f_{yd}, f_{cd}, A_{s2}$

Necunoscute: x, A_s

Sunt două necunoscute și două ecuații. Se calculează mai întâi x din (9.4):

$$x = \frac{d}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2(M_{Sd} + N_{Sd} h_s / 2 - A_{s2} f_{yd} h_s)}{b d^2 \eta f_{cd}}} \right) \quad (9.11)$$

Dacă $x \geq x_{min}$, atunci armătura întinsă se determină din ecuația (9.3):

$$A_s = A_{s2} + \frac{b \lambda x_b \eta f_{cd} - N_{Sd}}{f_{yd}} \quad (9.12)$$

Dacă $x < x_{min}$, atunci valoarea calculată nu este valoarea reală a lui x , dar ne indică totuși faptul că armătura comprimată nu este în domeniul plastic și, pentru a nu trebui să calculăm și efortul unitar în armătura comprimată, armătura întinsă se determină din ecuația (9.4')

$$A_s = \frac{M_{Sd} - N_{Sd} h_s / 2}{f_{yd} h_s} \quad (9.13)$$

9.2.4 Cazul particular al secțiunii dreptunghiulare cu armare simetrică

Cazul armăturilor simetrice ($A_s = A_{s2}$) este foarte frecvent în practică.

Dacă $x_{min} \leq x \leq x_b$, ecuația (9.3) devine:

$$N = b \lambda x \eta f_{cd} \quad (9.14)$$

de unde:

$$x = \frac{N}{\lambda b \eta f_{cd}} \tag{9.15}$$

Pentru verificarea capacității portante, momentul capabil este:

$$M_{Rd} = -N_{Sd} \frac{h_s}{2} + b \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right) + A_{s2} f_{yd} h_s \tag{9.16}$$

La dimensionare, aria de armătură se obține din ecuația următoare:

$$A_s = A_{s2} = \frac{M_{Sd} + N_{Sd} \frac{h_s}{2} - b \lambda x \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right)}{f_{cd} h_s} \tag{9.17}$$

Momentele M_{Sd} și M_{Rd} trebuie corectate cu efectul excentricității accidentale.

9.3 Compresiune excentrică, cazul II

Cazul II de compresiune excentrică este definit prin faptul că *armăturile întinse nu ajung la curgere înainte de cedarea betonului comprimat*.

Următoarele două definiții sunt echivalente cu definiția de mai sus:

- înălțimea zonei comprimate este mai mare decât cea corespunzătoare punctului de balans ($x > x_b$);
- forța axială de compresiune este mai mare decât cea corespunzătoare punctului de balans ($N > N_b$);

Diagrama dreptunghiulară de compresiuni în beton este acceptată și în acest caz, dacă $x \leq 0.8d$.

Totuși, pentru calculul secțiunii trebuie să fie folosită relația care exprimă ipoteza secțiunilor plane. Calculul “manual” este dificil, și este recomandabilă fie folosirea unui program de calcul, fie a tabelor (sau abacelor) cum sunt cele din lucrarea “*Îndrumător pentru calculul și alcătuirea elementelor structurale de beton armat*” (R. Agent, T. Postelnicu, D. Dumitrescu, Ed. Tehnică 1992). Tabelele sunt date pentru secțiuni dreptunghiulare cu armare simetrică, care reprezintă situația curentă. De altminteri, aceste tabele pot fi folosite pentru toate cazurile de încovoiere cu forță axială (compresiune excentrică cazul I, întindere excentrică cu excentricitate mică sau mare).

Forma și modul de utilizare al acestor tabele este prezentat în figura de mai jos:

n	Valori 1000 m pentru $\alpha =$									
	0.0	0.04	0.06		•			•		0.50
1.00					↑			↓		
0.90					↑			↓		
•	Dimensionare				→					
•	Verificare							→		
-0.26										

Figura 9.4 - Calculul secțiunilor dreptunghiulare cu armare simetrică cu ajutorul tabelor

Notațiile utilizate au semnificația următoare:

- valoarea relativă a forței axiale:
$$n = \frac{N}{bh f_{cd}}$$
- valoarea relativă a momentului:
$$m = \frac{M}{bh^2 f_{cd}}$$
- coeficientul mecanic de armare:
$$\alpha = \frac{A_s f_{yd}}{bh f_{cd}}$$

Există mai multe tabele, în funcție de valoarea raportului a/h .

9.4 Întindere excentrică cu excentricitate mare

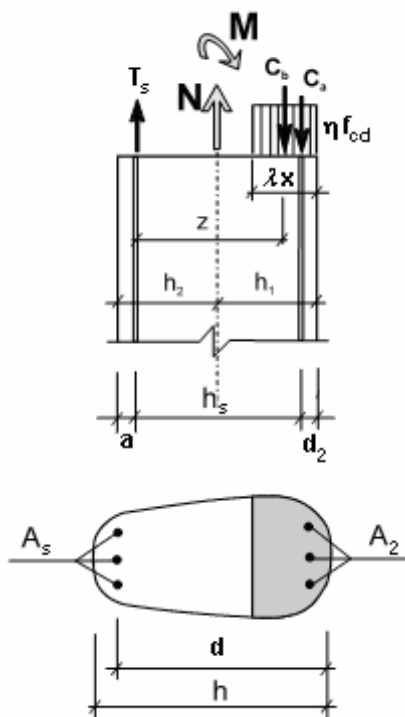


Figura 9.5 - Distribuția eforturilor interne și poziția solicitărilor pe secțiune

Întinderea excentrică cu excentricitate mare este definită prin faptul că forța axială este de întindere și o parte din secțiune este comprimată. În consecință, excentricitatea este astfel încât forța axială se găsește în exteriorul armăturilor.

Se poate de asemenea defini întinderea excentrică cu excentricitate mare în funcție de forța axială N , prin relația $|N| < A_s f_{yd}$. Într-adevăr, în acest caz toată forța de întindere este echilibrată de o parte a armăturii A_s și diferența $A_s f_{yd} - |N|$ de armătura comprimată și zona comprimată de beton.

Ca și în cazul compresiunii excentrice, cazul I, armătura întinsă este în domeniul plastic înainte de cedarea secțiunii. Cedarea secțiunii poate fi produsă fie de atingerea deformației ultime în betonul comprimat, fie a deformației ultime în armătura întinsă.

Ecuatiile de echivalență sunt aceleași ca în cazul compresiunii excentrice, cazul I, în care se înlocuiește N cu $-N$.

Echilibrul forțelor interne și al

solicitărilor este dat în Figura 9.5.

9.5 Întindere excentrică cu excentricitate mică

Întindere excentrică cu excentricitate mică este definită prin faptul că toată secțiunea este întinsă. În consecință excentricitatea este astfel încât forța axială se găsește între armături, ca în figura următoare.

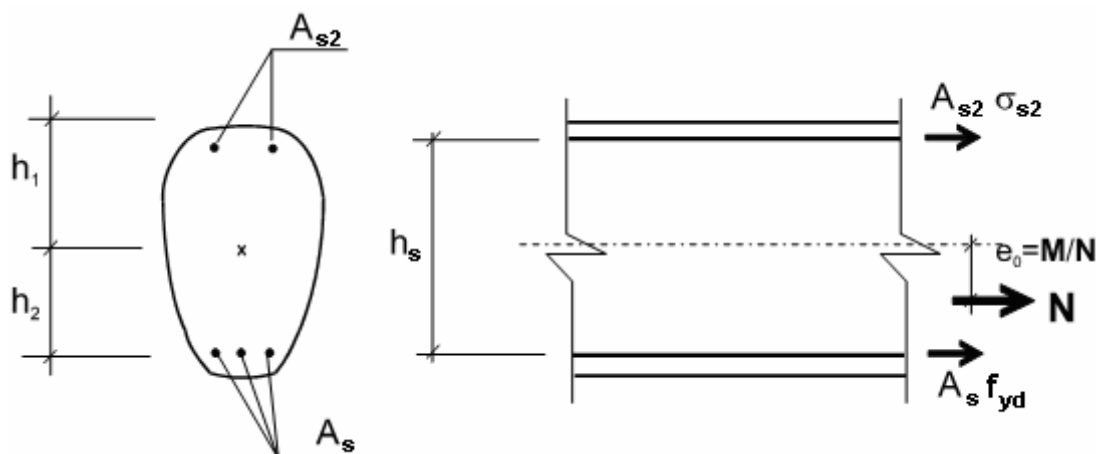


Figura 9.6 - Distribuția eforturilor interne și poziția solicitărilor pe secțiune

Se poate de asemenea defini întinderea excentrică cu excentricitate mare, în funcție de forța axială N , prin relația $|N| > A_s f_{yd}$. Într-adevăr, în acest caz armătura A_s nu poate echilibra decât o parte din întinderea N și diferența este echilibrată de armătura A_{s2} , care este de asemenea întinsă.

Ecuția de echilibru de momente poate fi scrisă fie față de axa armăturii A_{s2} (ec. 9.18), fie față de axa armăturii A_s (ec. 9.19).

$$M_{Rd1} = A_s f_{yd} h_s - N(h_1 - d_2) \tag{9.18}$$

$$M_{Rd2} = -A_{s2} f_{yd} h_s + N(h_2 - a) \tag{9.19}$$

Aceste două ecuații reprezintă două drepte în planul $M-N$. Intersecția lor este punctul D de coordonate:

$$N_D = (A_s + A_{s2}) f_{yd} \tag{9.20}$$

$$M_D = [A_s(h_2 - a) - A_{s2}(h_1 - d_2)] f_{yd} \tag{9.21}$$

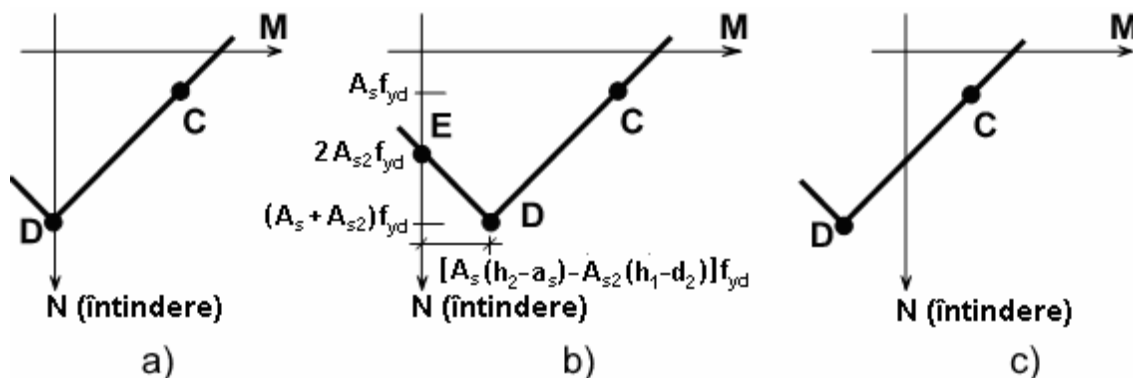


Figura 9.7 - Forma curbei limită de interacțiune N-M în zona întinderii cu excentricitate mică

Dacă centrul de greutate al armăturilor coincide cu cel al secțiunii de beton, atunci:

$$A_s(h_2 - a) - A_{s2}(h_1 - d_2) = 0 \text{ și } M_D = 0 \quad (\text{Figura 9.7a}).$$

Dacă $A_s(h_2 - a) > A_{s2}(h_1 - d_2)$ atunci $M_D > 0$ (Figura 9.7b).

Dacă $A_s(h_2 - a) < -A_{s2}(h_1 - d_2)$ atunci $M_D < 0$ (Figura 9.7c).

9.6 Efectul zvelteții elementelor supuse la compresiune și încovoiere

9.6.1 Definierea efectului de ordinul 2

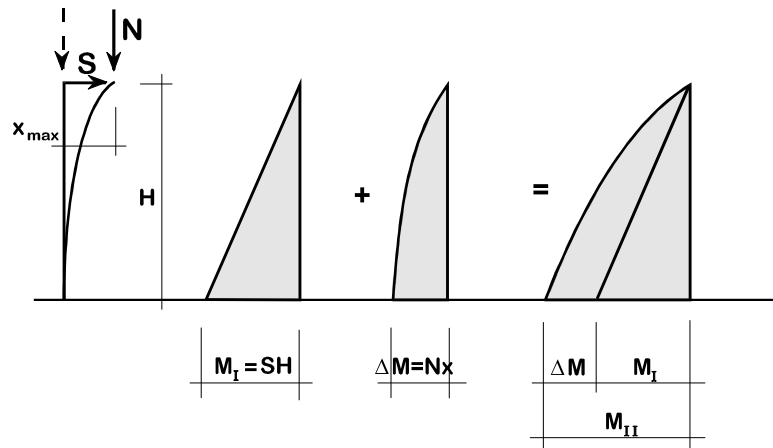


Figura 9.9 - Efectul deformației structurii asupra diagramei de momente

De regulă, calculul structurilor de beton armat se face considerând structura nedeformată (în configurația sa inițială). Acest calcul se numește calcul de ordinul întâi. Dacă se ține seama de configurația reală (deformată) a structurii în calcul, acesta se numește calcul de ordinul doi. Rezultatele calculului de ordinul doi diferă de cele ale calculului de ordinul întâi (vezi figura 9.9). Acesta este efectul de ordinul doi.

Astfel, într-un calcul de ordinul întâi, momentul la baza stâlpului este:

$$M_I = SH \quad (9.37)$$

Dacă se ține seama de deformația structurii se adaugă momentul de ordinul II ΔM și momentul total de calcul devine:

$$M_{II} = M_I + \Delta M = SH + Nx_{max} \quad (9.38)$$

9.6.2 Tipuri de comportare (R. Agent și V. Bănuț, 1979)

Efectul de ordinul doi $\Delta M = Nx_{max}$ este proporțional cu deformația, deci depinde de flexibilitatea (zveltețea) elementului. Această poate fi exprimată prin *coeficientul de zveltețe*:

$$\lambda_0 = \frac{l_f}{i} \quad (9.39)$$

Pentru calculul practic al stâlpilor cu secțiune dreptunghiulară se utilizează un *coeficient de zveltețe convențional*:

$$\lambda = \frac{l_f}{h} \quad (9.39')$$

în care

l_f = lungimea de flambaj

h = dimensiunea secțiunii transversale paralelă cu planul de acțiune al momentului încovoiator

Relația între λ_0 și λ este dată de raportul între i și h :

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{bh^3/12}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,288h$$

Deci : $\lambda = 0,288 \lambda_0$

Lungimea de flambaj depinde de legăturile de la capetele elementului. Câteva exemple tipice sunt date în figura 9.10.

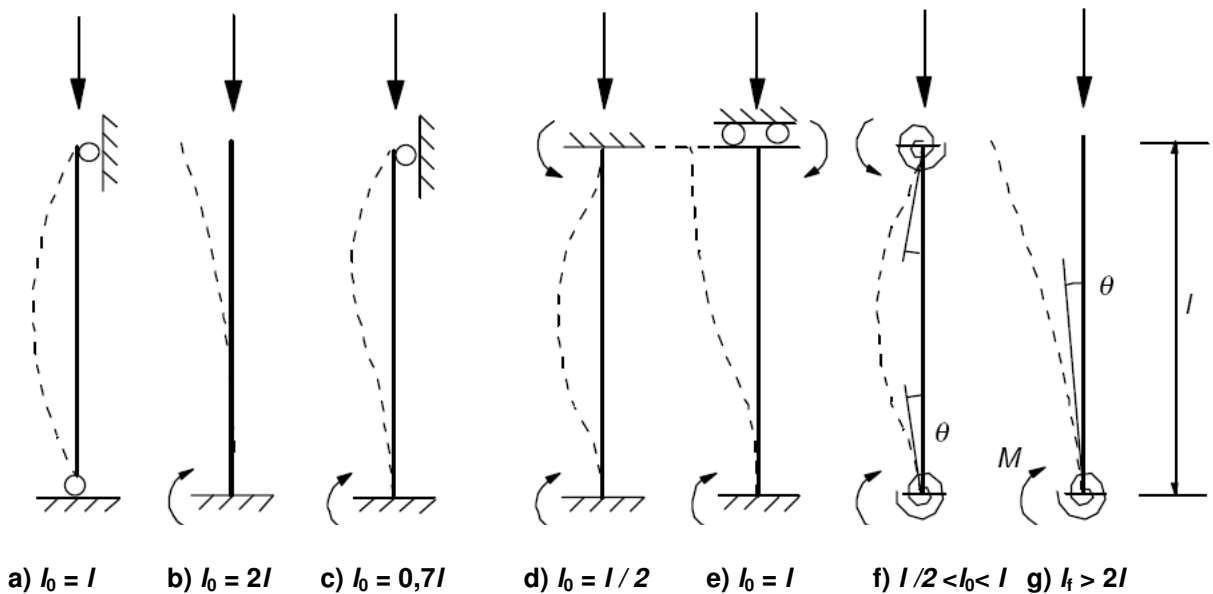


Figura 9.10 - Exemple de moduri de flambaj și lungimile de flambaj corespunzătoare în cazul elementelor izolate

Pentru elementele comprimate (stâlpi) ale cadrelor, lungimea de flambaj depinde de rigiditatea grinzilor care intră în nod. Eurocodul 2 recomandă următoarele relații pentru calculul lungimii de flambaj :

- cadre contravântuite (deplasările orizontale sunt împiedecate de elemente de contravântuire rigide, de exemplu pereți structurali de beton armat) :

$$l_f = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (9.40)$$

- cadre necontravântuite :

9.6.3 Evaluarea efectului de ordinul II (STAS 10107/0-90)

Ponderea efectului de ordinul II este măsurată prin coeficientul $\eta = M_{II} / M_I$.

Pentru un element din material ideal - elastic, pentru care lungimea de flambaj este cunoscută, coeficientul η poate fi evaluat cu formula Perry-Timoșenko:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (9.40)$$

în care N_{cr} este dat de formula lui Euler:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2} \quad (9.41)$$

De notat că formula (9.41) este exactă numai dacă diagramele M și ΔM sunt afine, condiție îndeplinită numai când forța laterală are o distribuție sinusoidală de-a lungul elementului. Totuși, erorile sunt neglijabile în celelalte cazuri.

În funcție de valoarea coeficientului η , metodele de calcul recomandate sunt diferite:

- A) $\eta \leq 1,2$: este admis să se facă un calcul de ordinul I al structurii, și să se amplifice apoi rezultatele obținute cu coeficientul η . Acesta din urmă este calculat cu relația (9.40), iar lungimea de flambaj este evaluată în mod aproximativ în funcție de legăturile de la extremitățile elementului.
- B) $1,2 < \eta \leq 1,5$: este necesar să se facă un calcul structural neliniar geometric. Se admite însă să se considere rigiditatea elementelor (EI) constantă în cursul calculului. Dacă acest lucru nu este posibil, trebuie făcut un calcul neliniar geometric și fizic al structurii, adică trebuie ținut cont nu numai de deformarea structurii ci și de variația rigidității EI a elementelor în funcție de nivelul lor de solicitare.

Se recomandă evitarea situațiilor în care efectul de ordinul II majorează cu mai mult de 50% momentul încovoiător ($\eta \leq 1,5$).

Efectul de ordinul II se poate neglija când $\lambda \leq 10$ ($\lambda_0 \leq 35$).

Pentru metodele A și B, valoarea rigidității poate fi calculată, conform STAS 10107/0-90, cu relația de mai jos, care ține cont de degradarea rigidității în vecinătatea stării limite ultime și de efectul curgerii lente:

$$EI = E_b I_b \frac{0,15(1 + \sqrt{p})}{1 + \frac{M_{ld}}{M}} \quad (9.42)$$

în care:

I_b = momentul de inerție al secțiunii brute de beton;

E_b = modulul de deformare al betonului;

p = procentul total de armătură longitudinală pe secțiune (în %);

M_{ld} = momentul dat de fracțiunea de lungă durată a încărcării, care produce o deformare de același sens ca cea considerată pentru calculul de ordinul II;
 M = momentul dat de încărcarea maximă de exploatare.

În cazurile curente, $EI \approx 0,3E_bI_b$

9.6.4 Evaluarea efectului de ordinul II (EN 1992-1-1)

Efectul de ordinul II poate fi neglijat dacă produce o amplificare a momentului de ordinul I mai mică de 10%.

Alternativ, acest criteriu poate fi înlocuit, pentru elemente izolate, cu condiția :

$$\lambda_0 \leq \lambda_{lim} \quad (9.43)$$

Pentru λ_{lim} se recomandă expresia :

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n} \quad (9.44)$$

în care :

$A = 1 / (1 + 0,2\varphi_{ef})$ (dacă φ_{ef} nu este cunoscut, se poate lua $A = 0,7$)

$B = \sqrt{1 + 2\omega}$ (dacă ω nu este cunoscut, se poate lua $B = 1,1$)

$C = 1,7 - r_m$ (dacă r_m nu este cunoscut, se poate lua $C = 0,7$)

φ_{ef} = coeficientul efectiv de curgere lentă;

$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$; coeficientul mecanic de armare

A_s = aria totală a armăturilor longitudinale

$n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$; forța axială relativă

$r_m = M_{01} / M_{02}$; M_{01} , M_{02} sunt momentele de ordinul întâi de la extremități, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$

Dacă momentele de la extremități M_{01} și M_{02} provoacă întinderi pe aceeași față, r_m se ia pozitiv (adică $C \leq 1,7$), altminteri r_m se ia negativ (adică $C > 1,7$).

Obs : Spre deosebire de valoarea limită $\lambda_{lim} = 35$ dată în STAS 10107/0-90, cea din EN 1992-1-1 depinde și de valoarea forței axiale relative. În plus, valorile λ_{lim} determinate cu (9.44) sunt în general mai acoperitoare (de ex., pentru $A = 0,7$, $B = 1,1$ și $C = 0,7$ rezultă $\lambda_{lim} = 34$ dacă $n=0,1$ și $\lambda_{lim} = 15$ dacă $n=0,55$).

Pentru clădiri, efectele globale de ordinul II se pot neglija dacă este îndeplinită condiția :

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (9.45)$$

în care:

$F_{V,Ed}$ este încărcarea verticală totală (pe elementele contravântuite și pe elementele de contravântuire)

n_s este numărul de etaje

L este înălțimea totală a clădirii deasupra nivelului de încastrare;

E_{cd} este valoarea de calcul a modulului de elasticitate al betonului;

- I_c este momentul de inerție (calculat cu secțiunea de beton nefisurată) a elementului (elementelor) de contravântuire
- $k_1 = 0,31$ (valoare recomandată în cazul în care se estimează că elementele de contravântuire sunt fisurate la SLU; în caz contrar se recomandă valoarea 0,62).

Considerarea efectului curgerii lente

Creșterea deformațiilor datorită efectului curgerii lente trebuie luată în considerație în calculul de ordinul II. Aceasta se realizează prin intermediul coeficientului efectiv de curgere lentă :

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) M_{0Eqp} / M_{0Ed} \quad (9.46)$$

în care:

- $\varphi(\infty, t_0)$ este valoarea finală a coeficientului de fluaj,
 M_{0Eqp} este momentul încovoiitor de ordinul întâi în combinația cvasipermanentă de încărcări (SLS)
 M_{0Ed} este momentul încovoiitor de ordinul întâi în combinația de încărcări de calcul (SLU)

Metode de calcul

EN 1992-1-1 propune trei metode de calcul : metoda generală, metoda rigidității nominale și metoda curburii nominale.

Metoda generală se bazează pe un calcul structural neliniar fizic și geometric. Aceasta implică utilizarea unor programe de calcul adecvate, care nu sunt disponibile în general în proiectarea curentă.

Metoda curburii nominale se bazează pe evaluarea curburii elementelor, ținând seama de comportarea lor după fisurare, și este adecvată mai mult pentru evaluarea efectelor de ordinul II la elemente izolate.

Metoda rigidității nominale se bazează pe utilizarea unor valori ale rigidității la încovoiere a elementelor care includ efectele fisurării, ale comportării neliniare a materialelor și ale curgerii lente. Ea poate fi folosită atât în calculul elementelor izolate cât și al structurii în ansamblu.

În continuare va fi prezentată numai metoda rigidității nominale.

Rigiditatea nominală

Rigiditatea nominală se determină cu relația :

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (9.47)$$

în care:

- $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$ este valoarea de calcul a modului de elasticitate al betonului,
și $\gamma_{cE} = 1,2$;
 I_c este momentul de inerție al secțiunii de beton nefisurate;
 E_s este valoarea de calcul a modului de elasticitate al oțelului;

- I_s este momentul de inerție al secțiunii armăturilor față de centrul de greutate al secțiunii de beton
 K_c este un coeficient ce ține seama de efectele fisurării și ale curgerii lente;
 K_s este un coeficient ce ține seama de contribuția armăturilor.

Coeficienții ce se utilizează în expresia (9.47) se determină astfel:

$$\begin{aligned} K_s &= 1 \\ K_c &= k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) \end{aligned} \quad (9.48)$$

în care:

- ρ este coeficientul de armare, A_s/A_c ;
 A_s este aria totală a secțiunii armăturilor;
 A_c este aria secțiunii de beton;
 φ_{ef} este coeficientul efectiv de curgere lentă ; vezi relația (9.46);
 k_1 este un coeficient care depinde de clasa de rezistență a betonului, conform expresiei :

$$k_1 = \sqrt{f_{ck} / 20} \text{ (MPa)} \quad (9.49)$$

- k_2 este un coeficient care depinde de efortul normal și de zveltețe, conform expresiei :

$$k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (9.50)$$

în care:

- n este forța axială relativă, $N_{Ed} / (A_c f_{cd})$
 λ este coeficientul de zveltețe.

Dacă coeficientul de zveltețe λ nu este definit, k_2 poate fi luat egal cu:

$$k_2 = n \cdot 0,30 \leq 0,20 \quad (9.51)$$

În mod simplificat, se pot adopta într-o primă iterație în expresia (9.47), dacă $\rho \geq 0,01$, valorile următoare:

$$\begin{aligned} K_s &= 0 \\ K_c &= 0,3 / (1 + 0,5 \varphi_{ef}) \end{aligned} \quad (9.52)$$

Coeficientul de amplificare al momentelor

Momentul total de calcul, incluzând efectele de ordinul II, se determină cu expresia :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \cdot \left[1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1} \right] \quad (9.53)$$

în care:

- M_{0Ed} este momentul de ordinul întâi;
 β este un coeficient care depinde de distribuția momentelor de ordinul întâi și doi;

N_{Ed} este forța axială de calcul

N_B este forța axială de flambaj bazată pe rigiditatea nominală (relația 9.41).

În cazul elementelor izolate cu secțiuni constantă, supuse unor forțe axiale constante pe lungimea elementului, se poate admite o distribuție sinusoidală a momentului de ordinul II (ΔM). În acest caz:

$$\beta = \pi^2 / c_0 \quad (9.54)$$

în care c_0 este un coeficient care depinde de distribuția momentului de ordinul întâi (de exemplu, $c_0 = 8$ pentru un moment de ordinul I constant, $c_0 = 9,6$ pentru o distribuție parabolică și $c_0 = 12$ pentru o distribuție triunghiulară simetrică etc.).

În cazul elementelor care nu sunt supuse la încărcări transversale, momentele de capăt de ordinul întâi cu valoare diferită M_{01} și M_{02} , pot fi înlocuite cu un moment de ordinul întâi echivalent M_{0e} , constant, și se adoptă $c_0 = 8$. Momentul echivalent se determină cu relația:

$$M_{0e} = 0,6 M_{02} + 0,4 M_{01} \geq 0,4 M_{02} \quad (9.55)$$

$$\text{cu } |M_{02}| \geq |M_{01}|.$$

Atunci când nu se aplică (9.54), se poate adopta $\beta = 1$ și expresia (5.53) se reduce la :

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - (N_{Ed} / N_B)} \quad (9.56)$$

Obs. : Expresia (9.56) este echivalentă cu utilizarea coeficientului η din expresia (9.40).

9.7 SLU a elementelor solicitate și încovoire oblică cu compresiune axială

9.7.1 Generalități

Această solicitare este definită prin faptul că vectorul moment nu este paralel cu nici una dintre axele principale ale secțiunii. Acest tip de solicitare este tipic pentru stâlpii structurilor în cadre spațiale.

Deși ipotezele și considerațiile generale sunt valabile pentru orice formă de secțiune, exemplele și metoda practică de rezolvare vor fi date numai pentru cazul secțiunii dreptunghiulare armate simetric.

9.7.2 Echivalența statică

Perechea (N, M) este echivalentă cu o forță axială N , care acționează după o axă excentrică cu e_o , și reciproc (Figura 9.11).

Excentricitatea e_o este definită de relația:

$$e_o = M / N \quad (9.57)$$

Momentul M poate fi descompus după direcțiile y și x astfel:

$$M_x = M \cos \omega = N e_o \cos \omega = N e_{ox} \quad (9.58)$$

$$M_y = M \sin \omega = N e_o \sin \omega = N e_{oy} \quad (9.59)$$

În care $e_{ox} = e_o \cos \omega$ și $e_{oy} = e_o \sin \omega$ sunt componentele lui e_o după cele două direcții principale.

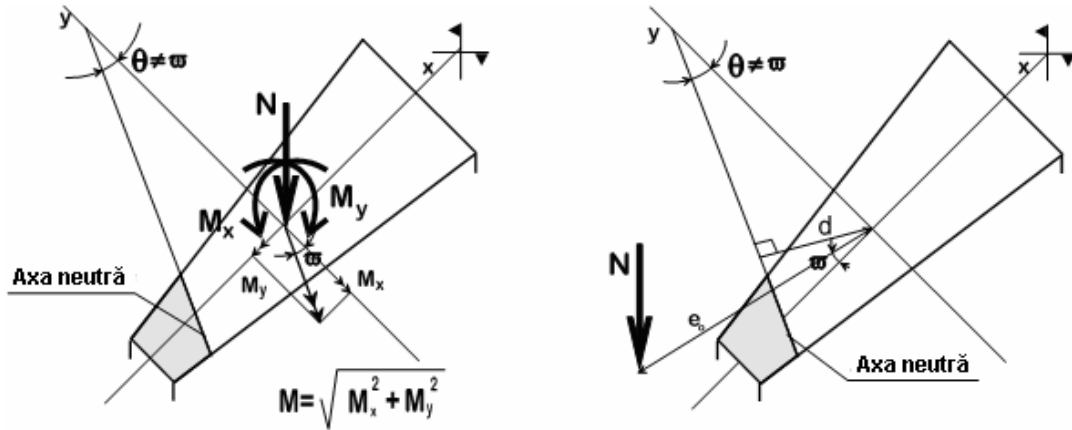


Figura 9.12 - Echivalența statică a solicitărilor

9.7.3 Ipoteze și ecuații generale

Ipotezele generale sunt cele de la încovoiere cu forță axială, date în capitolul 7 (vezi figura 9.13). Le reamintim pe scurt pe cele mai importante:

- ipoteza secțiunilor plane Bernoulli;
- ipoteza aderenței perfecte beton – armătură.

Diferența față de încovoierea uniaxială este faptul că apare o necunoscută suplimentară, dar apare și o ecuație suplimentară: poziția axei neutre este dată de doi parametri în loc de unul – de exemplu distanța d și unghiul ϕ (Figura 92). Trebuie precizat că, în general, axa neutră nu este paralelă cu vectorul moment ($\phi \neq \omega$).

Pe de altă parte, sunt trei ecuații de echilibru în loc de două: o ecuație de echilibru de forțe după axa z și două ecuații de echilibru de moment, după axele x și respectiv y .

Această ecuație suplimentară, precum și forma relativ complicată a zonei comprimate fac calculul "manual" practic imposibil și trebuie utilizat un program de calcul. O alternativă este utilizarea abacelor, care sunt construite pentru cazurile curente într-o formă cu parametri adimensionali:

$n = N/(bh f_{cd})$ = forța axială relativă

$m_x = M_x/(bh^2 f_{cd})$ = moment relativ după y

$m_y = M_y/(hb^2 f_{cd})$ = moment relativ după x

$\omega_x = (A_{sx}/bh) (f_{yd}/f_{cd})$ = coeficient mecanic de armare pe direcția x

$\omega_y = (A_{sy}/bh) (f_{yd}/f_{cd})$ = coeficient mecanic de armare pe direcția y

Pentru semnificația mărimilor b , h , A_{sx} , A_{sy} vezi Figura 92.

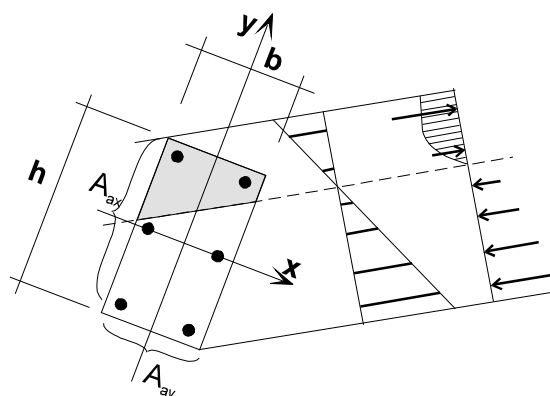


Figura 9.13 Diagrame de deformării și de eforturi unitare pe o secțiune solicitată la compresiune cu încovoiere biaxială

9.7.4 Suprafața limită de interacțiune

Suprafața limită de interacțiune este definită în sistemul de axe (M_x, M_y, N) printr-o suprafață $f(M_x, M_y, N) = 0$ (Figura 9.14a). Precizăm că în figură este reprezentată numai partea din primul octant. Această suprafață separă domeniul solicitărilor capabile ale secțiunii $f(M_x, M_y, N) \leq 0$ de domeniul solicitărilor care depășesc capacitatea secțiunii $f(M_x, M_y, N) > 0$. O secțiune cu un plan paralel cu $M_x - M_y$ (curbă de nivel) este reprezentată în Figura 9.14b.

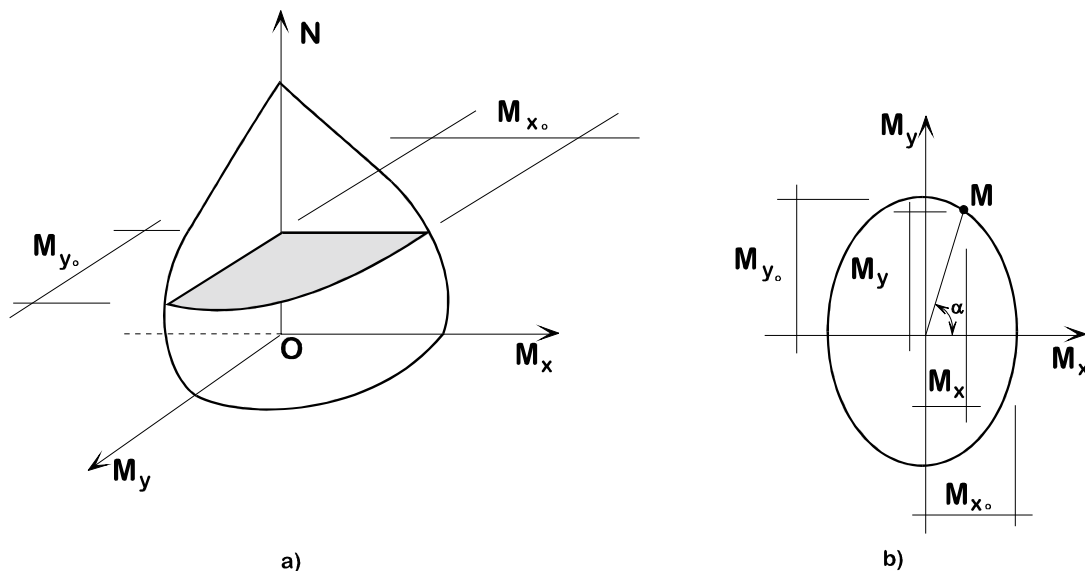


Figura 9.84 - Suprafața limită de interacțiune (a) vedere 3D (b) secțiune orizontală

9.7.5 Metodă aproximativă (metoda elipsei)

Calculule parametrice arată că curbele de nivel pot fi approximate cu elipse de grad β , unde $1,3 < \beta < 2,0$. Elipsa este definită prin trei puncte (Figura 95): $(M_{x0}, 0)$, $(0, M_{y0})$ et (M_{x45}, M_{y45}) .

Ecuția sa este:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}}\right)^\beta + \left(\frac{M_y}{M_{y0}}\right)^\beta = 1 \quad (9.60)$$

În care β este funcție de $n = N/(bhf_{cd})$ și de modul de dispunere al barelor pe secțiune. Valorile β sunt date în anexa B din STAS 10107/0-90.

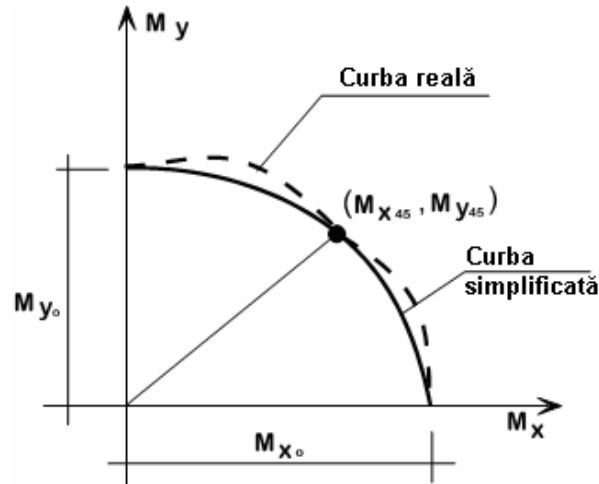


Figura 9.15 Aproximarea curbei de nivel

a. Verificarea capacității portante

Etaplele calculului sunt următoarele:

- calculul forței axiale relative $n = N/(bhf_{cd})$;
- determinarea lui β în anexa B din STAS 10107/0-90, în funcție de n și de modul de dispunere a barelor pe secțiune (tabelul 9-1 reprodus mai jos);
- verificarea criteriului:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}}\right)^\beta + \left(\frac{M_y}{M_{y0}}\right)^\beta \leq 1$$

b. Dimensionarea armăturilor

Dacă nu există decât o ipoteză de încărcare, deci un singur triplet (M_x, M_y, N) , și armăturile se vor dispune simetric ($A'_{ax} = A_{ax}$, $A'_{ay} = A_{ay}$), dimensionarea se poate face direct, folosind metoda propusă de D. Constantinescu și R. Agent (*"Revista Construcțiilor"*, 5/1984). Această metodă se bazează pe un criteriu de optimizare derivat din condiția de economicitate $(A_{sx} + A_{sy}) = \min$. În urma unor serii de calcule parametrice, au fost determinate valori k_x și k_y în funcție de β și de raportul m_x/m_y , unde:

$$k_x = m_x/m_{x0} \quad (9.61)$$

$$k_y = m_y/m_{y0} \quad (9.62)$$

și m_x , m_y , m_{x0} , m_{y0} și β sunt aceiași ca la paragraful 9.7.3.

Etapele de calcul sunt următoarele:

- calculul mărimilor n , m_x , m_y și a raportului m_x/m_y ;
- alegerea preliminară a unei distribuții a armăturilor;
- determinarea lui β în funcție de n și de modul de dispunere a barelor pe secțiune (Tabelul 9.1);
- calculul lui m_x/m_y (cu $m_x < m_y$)
- determinarea lui k_x și k_y ();
- calculul lui $m_{x0} = m_x / k_x$ și a lui $m_{y0} = m_y / k_y$;
- calculul armăturilor A_{sx} (în funcție de m_{x0} și n) și respectiv A_{sy} (în funcție de m_{y0} și n).

Tabelul 9.1 - Valori ale exponentului β

n=N/(bhR _c)	Dispunerea barelor de armătură		
	A. 4 bare, în colțurile secțiunii	B. > 4 bare A _{ay} = A _{ax}	C. > 4 bare A _{ay} = (1,5...2)A _{ax}
0,1	1,60	1,70	1,75
0,2	1,35	1,60	1,50
0,3	1,25	1,55	1,40
0,4	1,20	1,50	1,35
0,5	1,20	1,45	1,35
0,6	1,35	1,45	1,40
0,7	1,55	1,50	1,50
0,8	1,75	1,60	1,60

Tabelul 9.2 - Valori optimizate k_x și k_y

β	m_x/m_y	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1,20	1000k _x	285	360	408	444	472	496	515	533	548	561
	1000k _y	812	749	706	674	647	625	560	590	575	561
1,30	1000k _x	305	383	432	469	497	521	541	558	573	587
	1000k _y	831	771	730	698	672	650	632	615	600	587
1,40	1000k _x	325	404	454	491	520	544	564	581	596	610
	1000k _y	847	790	750	719	694	673	654	638	623	610
1,50	1000k _x	343	424	475	512	541	564	584	602	617	630
	1000k _y	861	806	768	738	723	692	674	658	643	630
1,60	1000k _x	360	442	493	530	560	583	603	620	635	648
	1000k _y	873	821	784	755	731	710	692	676	661	648
1,70	1000k _x	377	459	511	548	577	601	620	637	652	665
	1000k _y	883	833	798	769	746	726	708	692	678	665
1,80	1000k _x	392	475	527	564	593	616	636	653	668	680
	1000k _y	892	845	810	783	760	740	723	707	693	680

9.8 Exemple de calcul

SECȚIUNI DREPTUNGHILARE ARMATE SIMETRIC

EX 9-1. Să se determine momentul capabil (M_{Rd}) al stâlpului cu secțiunea din figură cunoscând forța axială din stâlp, $N=500\text{KN}$.

$$b \times h = 50 \times 50 \text{ cm}$$

Beton: C25/30
Oțel: S 500, clasa C

$$\begin{aligned} a_s &= 50 \text{ mm} \\ d_2 &= 50 \text{ mm} \\ d &= h - d_1 = 500 - 50 = 450 \text{ mm} \\ h_s &= d - d_2 = 450 - 50 = 400 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_s &= A_{s2} = 4 \times 314 = 3768 \text{ mm}^2 \\ \rho &= A_s / (bd) = 3768 / (500 \times 450) = 0,558 \% \end{aligned}$$

Rezistențele de calcul ale betonului și armăturii sunt:

$$\begin{aligned} f_{cd} &= 25 / 1,5 = 16,67 \text{ MPa} \\ f_{yd} &= 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\text{Deformația armăturii la curgere este: } \varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = 435 / 2 \cdot 10^5 = 2,175 \cdot 10^{-3}$$

Înălțimea relativă a zonei comprimate la balans este;

$$\xi_b = \varepsilon_{cu2} / (\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu2}) = 3,5 / (2,175 + 3,5) = 0,617$$

Calculul se va face considerând blocul rectangular de compresiuni (§3.1.7(3)) Pentru betonul de clasă C20/25 ($f_{ck} < 50 \text{ MPa}$) parametrii blocului sunt $\lambda = 0,8$ și $\eta = 1$.

Pentru armături se va face calculul în ipoteza că ramura superioară este orizontală (vezi §3.2.7(2)).

Se presupune inițial că $x > x_{min}$, de unde rezultă conform relației 9.15 :

$$\lambda x = \frac{N}{b f_{cd}} = \frac{500 \cdot 10^3}{500 \cdot 16,67} = 59,98 \text{ mm} < x_{lim} = 3d_2 = 3 \cdot 50 = 150 \text{ mm}$$

Momentul capabil se determină folosind relația 9.6 :

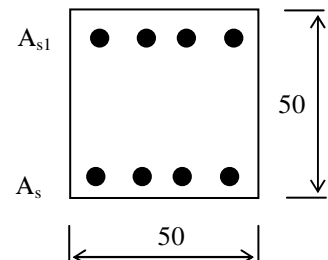
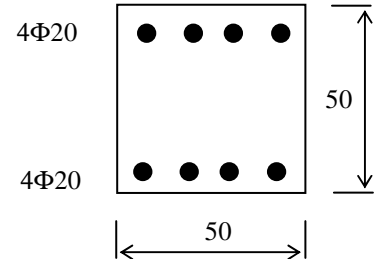
$$M_{Rd} \cong A_s f_{yd} h_s + N \frac{h_s}{2} = 1256 \cdot 435 \cdot 400 \cdot 10^{-6} + 500 \cdot 10^3 \frac{400}{2} \cdot 10^{-6} = 418,54 \text{ KNm}$$

EX 9-2. Să se determine armătura necesară a stâlpului cu secțiunea din figură cunoscând forța axială și momentul de dimensionare.

$$\begin{aligned} N_{Ed} &= 1500 \text{ KN} \\ M_{Ed} &= 400 \text{ KNm} \\ b \times h &= 50 \times 50 \text{ cm} \end{aligned}$$

Beton: C25/30
Oțel: S 500, clasa C

$$\begin{aligned} a_s &= 50 \text{ mm} \\ d_2 &= 50 \text{ mm} \end{aligned}$$



$$d = h - a_s = 500 - 50 = 450 \text{ mm}$$

$$h_s = d - d_2 = 450 - 50 = 400 \text{ mm}$$

Deformația armăturii la curgere este: $\epsilon_{yd} = f_{yd}/E_s = 435/2 \cdot 10^5 = 2,175 \cdot 10^{-3}$

Înălțimea relativă a zonei comprimate la balans este;

$$\xi_b = \epsilon_{cu2}/(\epsilon_{yd} + \epsilon_{cu2}) = 3,5/(2,175 + 3,5) = 0,617$$

Se presupune inițial că $x > x_{min}$ de unde rezultă conform relației 9.15 :

$$\lambda x = \frac{N}{bf_{cd}} = \frac{1500 \cdot 10^3}{500 \cdot 16.67} = 179.96 \text{ mm} > x_{min} = 3d_2 = 3 \cdot 50 = 150 \text{ mm}$$

Armătura necesară se obține folosind relația 9.46 :

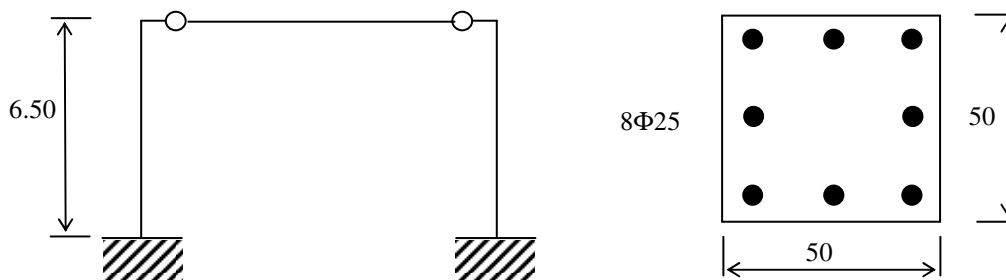
$$A_{s2} = \frac{M + N \frac{h_s}{2} - b \lambda x f_{cd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right)}{f_{yd} h_s}$$

$$A_{s2} = \frac{400 \cdot 10^6 + 1500 \cdot 10^3 \frac{400}{2} - 500 \cdot 179.96 \cdot 16.67 \left(450 - \frac{179.96}{2} \right)}{435 \cdot 400} = 1350.46 \text{ mm}^2$$

Se alege o armare cu patru bare pe latură, constituită din 2Φ25 și 2Φ16 pentru care aria efectivă este $A_{eff} = 2 \cdot 490 + 2 \cdot 200 = 1390 \text{ mm}^2$.

EVALUAREA EFECTELOR DE ORDINUL II

EX 9-3. Să se evalueze efectul de ordinul 2 la stâlpii cadrului curent al halei prefabricate cu secțiunea din figură.



$$b \times h = 50 \times 50 \text{ cm}$$

$$l = 6.50 \text{ m}$$

Beton: C30/37

Oțel: S 500

Forța axială: - în combinația fundamentală $N_{Ed} = 1,136 \text{ MN}$ $n = 0,123$
 - în combinația seismică $N_{Ed} = 0,614 \text{ MN}$ $n = 0,227$

$$\rho = A_s/A_c = 8 \times 4,91/2500 = 0,01$$

$$\omega = \rho f_{yd}/f_{cd} = 0,01 \times (500/1,15)/(30/1,5) = 0,217$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = \sqrt{1 + 2 \cdot 0,217} = 1,2$$

a) Combinația fundamentală



$$l_0 = 0,7l = 0,7 \times 6,50 = 4,55 \text{ m}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \frac{h}{2\sqrt{3}} = \frac{0,5}{2\sqrt{3}} = 0,144 \text{ m}$$

$$\lambda = l_0/i = 4,55/0,144 = 31,5$$

$$A = 0,7 \quad (\text{nu cunoaștem } \varphi_{\text{eff}})$$

$$C = 0,7 \quad (\text{nu cunoaștem } r_m)$$

$$\lambda_{\text{lim}} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n} = 20 \times 0,7 \times 1,2 \times 0,7 / \sqrt{0,227} = 24,7$$

$$\lambda = 31,5 > \lambda_{\text{lim}} = 24,7 \quad \text{efectele de ordinul II nu pot fi ignorate}$$

a) Combinația seismică



$$l_0 = 2,0l = 2,0 \times 6,50 = 13,00 \text{ m}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \frac{h}{2\sqrt{3}} = \frac{0,5}{2\sqrt{3}} = 0,144 \text{ m}$$

$$\lambda = l_0/i = 13,00/0,144 = 90,0$$

$$A = 1,0 \quad (\text{nu avem fluaaj})$$

$$C = 1,7 \quad (M_{01} = 0, \text{ deci } r_m = 0)$$

$$\lambda_{\text{lim}} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n} = 20 \times 1,0 \times 1,2 \times 1,7 / \sqrt{0,123} = 116,3$$

$$\lambda = 90 > \lambda_{\text{lim}} = 116,3 \quad \text{efectele de ordinul II pot fi ignorate.}$$

În continuare se va face calculul pentru combinația fundamentală, cu metoda bazată pe rigiditatea nominală.

Rigiditatea nominală se calculează cu expresia (9.47):

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

Pentru C30/37, rezultă (ec. 9.49) $k_1 = \sqrt{f_{ck} / 20} = \sqrt{30 / 20} = 1,225$

Din ec.9.50: $k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} = 0,227 \cdot \frac{31,5}{170} = 0,042 < 0,20$

Din ec. 9.48, considerând $\varphi_{\text{ef}} = 2$, rezultă:

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{\text{ef}}) = 1,225 \times 0,042 / (1 + 2) = 0,017$$

Valoarea de calcul a modului de elasticitate este:

$$E_{cd} = E_{\text{cm}} / \gamma_{\text{cE}} = 33 / 1,2 = 27,5 \text{ GPa}$$

Momentul de inerție al secțiunii de beton este:

$$I_c = bh^3 / 12 = 0,5^4 / 12 = 5,208 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

Rezultă $E_{cd} I_c = 27,5 \times 5,208 \cdot 10^{-3} = 143,22 \text{ MNm}^2$

Momentul de inerție al armăturilor este:

$$I_s = (3 \times 3,14 \times 10^{-4}) \times 0,21^2 \times 2 = 0,831 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

Rezultă $E_s I_s = 200 \times 0,831 \cdot 10^{-4} = 16,62 \text{ MNm}^2$

Deci:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 0,017 \times 143,22 + 1,0 \times 16,62 = 19,517 \text{ MNm}^2$$

adică $EI = 0,133E_{cd}I_c$

Observație: Cu metoda simplificată (ec.9.52), avem:

$$K_s = 0$$

$$K_c = 0,3 / (1 + 0,5\varphi_{ef}) = 0,3 / (1 + 0,5 \times 2) = 0,15$$

adică $EI = 0,15E_{cd}I_c$

Factorul de amplificare al momentului

Din expresia (9.53), factorul de amplificare al momentului este:

$$\eta = 1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1}$$

Pentru elemente izolate cu secțiune constantă și moment de ordinul I constant ($c_0 = 8$), cf. expresiei (9.54):

$$\beta = \pi^2 / c_0 = \pi^2 / 8 = 1,2337$$

Sarcina critică este:

$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 19,517}{4,55^2} = 9,30 \text{ MN}$$

Rezultă:

$$\eta = 1 + \frac{1,2337}{(9,30 / 1,36) - 1} = 1,17$$

Efectul de ordinul II aduce un surplus de moment de 17 % în cazul metodei bazate pe rigiditatea nominală.

Observație: Metoda simplificată (expresia 9.56) dă un coeficient de amplificare:

$$\eta = \frac{1}{1 - (N_{Ed} / N_B)} = \frac{1}{1 - (1,36 / 9,30)} = 1,14$$

10. SLU la forță tăietoare

10.1 Introducere

În elementele în care forța tăietoare este mare, direcțiile eforturilor principale nu mai sunt paralele și normale pe axa grinzii, ci înclinate (Figura 10.1b). În consecință, fisurile vor fi de asemenea înclinate, urmărind direcțiile eforturilor principale de compresiune (Figura 10.1a) și ruperea va avea loc după secțiuni înclinate.

În acest capitol este analizată siguranța elementelor de beton armat față de ruperea prin fisuri înclinate, rupere produsă de efectul combinat al forței tăietoare și momentului încovoietor. Notățiile utilizate sunt în general cele din STAS 10107/0-90.

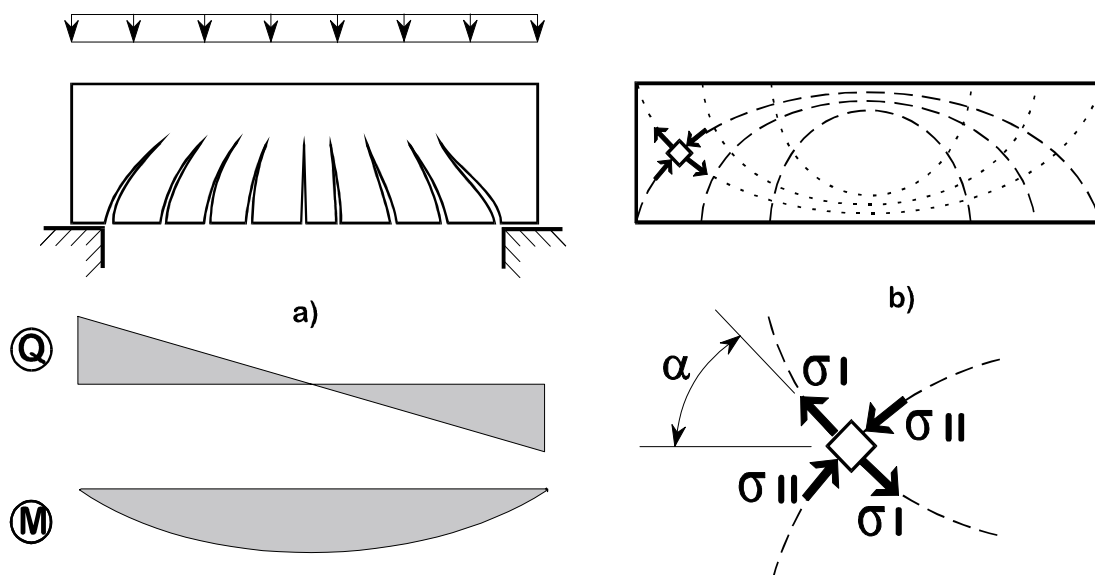


Figura 10.1 – Starea de eforturi și distribuția fisurilor într-o grindă

a) din beton armat b) din material elastic

10.2 Aplicarea Rezistenței materialelor

Pentru grinzile din material omogen și elastic (în ipotezele Rezistenței materialelor) efortul unitar tangențial este calculat cu formula lui Juravski (Figura 10-2a):

$$\tau = \frac{QS}{bI} \quad (10.1)$$

unde S și I au semnificația uzuală.

Eforturile principale de întindere σ_I și de compresiune σ_{II} sunt calculate cu relația:

$$\sigma_{I,II} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (10.2)$$

și valoarea unghiului direcțiilor eforturilor principale cu axa grinzii este dat de relația:

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma} \quad (10.3)$$

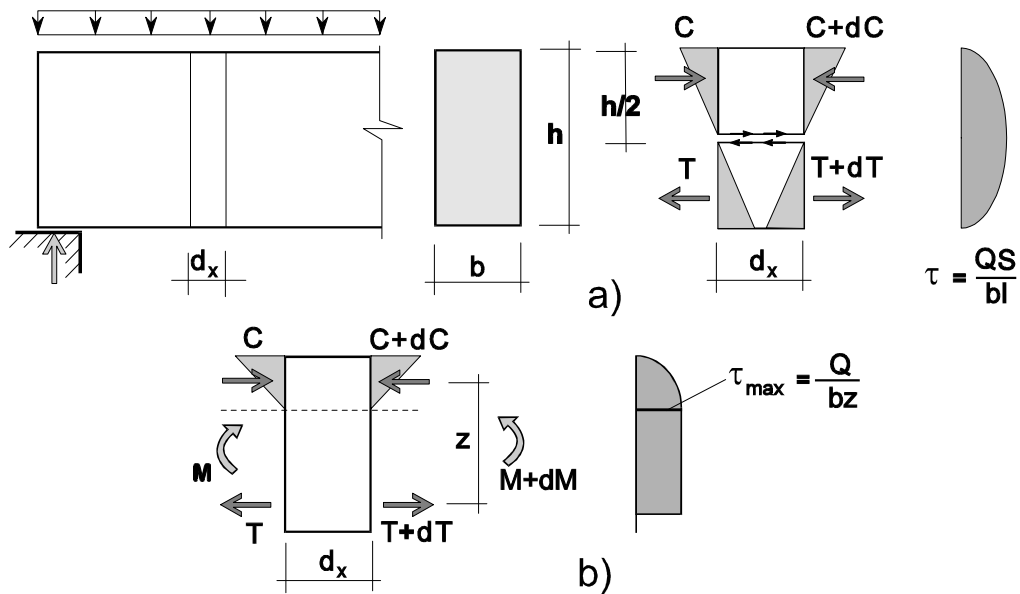


Figura 10.2 - Distribuția eforturilor unitare tangențiale în secțiunea unei grinzi
a) din material elastic b) din beton armat

Extinderea conceptelor clasice ale Rezistenței materialelor în cazul secțiunilor din beton armat dă, pentru secțiunea rectangulară fisurată (Figura 10-2b):

$$S = \frac{bx^2}{2} = nA_a(h_0 - x) \quad (10.4)$$

$$I = \frac{bx^3}{3} + nA_a(h_0 - x)^2 \quad (10.5)$$

unde $n=E_a/E_b'$ este coeficientul de echivalență.

Cu expresiile (10.4) și (10.5), raportul I/S este:

$$\frac{I}{S} = \frac{2}{3}x + h_0 - x = h_0 - \frac{x}{3} = z \quad (10.6)$$

unde z este brațul de pârghie al eforturilor interne.

În final, efortul unitar tangențial τ are expresia :

$$\tau = \frac{Q}{bz} \quad (10.7)$$

Relația (10.7) poate fi utilizată ca măsură a eforturilor principale într-o grindă din beton armat, căci sub axa neutră betonul este solicitat la forfecare pură (Figura 10-2b). Totuși, ea are un caracter convențional, pentru că se presupune că betonul fisurat poate transmite eforturi de forfecare.

În norme, efortul τ calculat cu relația (10.7) este utilizat pentru a exprima nivelul de solicitare la forță tăietoare. În plus, pentru a simplifica calculul, se admite $z \cong h_0$ și valoarea:

$$\sigma_{I,II} = \tau \cong \frac{Q}{bh_0} \quad (10.8)$$

trebuie să fie considerată un *indice* al intensității solicitării de forță tăietoare.

Observație: Dacă grinda are înălțime variabilă, trebuie ținut cont de componenta verticală a compresiunii din beton sau a întinderii din armături (Figura 10.3).

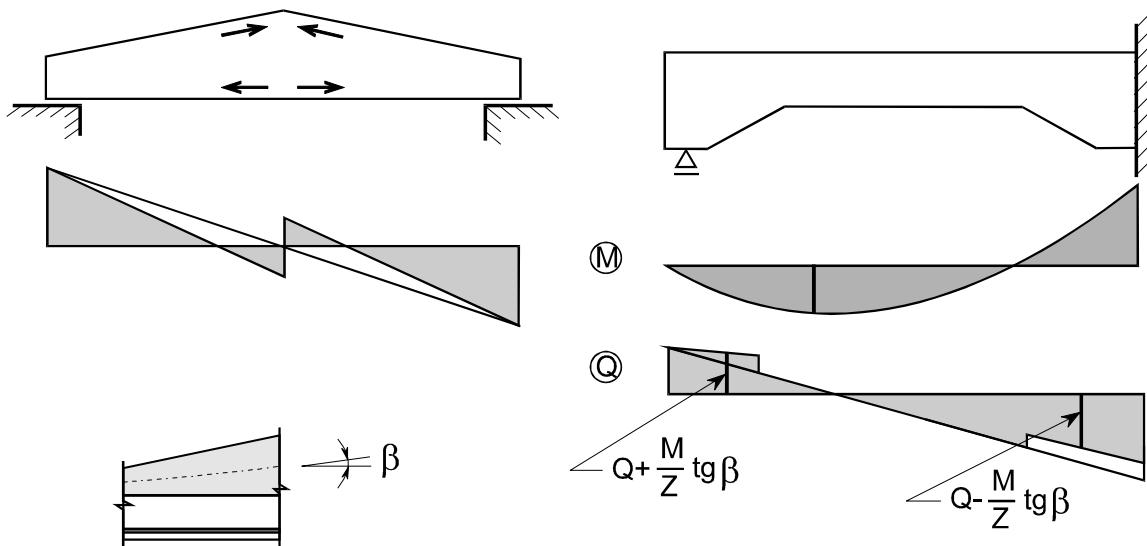


Figura 10.3 - Efectul variației înălțimii grinzii

Valoarea lui τ trebuie corectată conform relației:

$$\tau = \frac{Q \pm \frac{M}{z} \operatorname{tg} \beta}{bh_0} \cong \frac{Q}{bh_0} \pm \frac{M \operatorname{tg} \beta}{bh_0^2} \quad (10.9)$$

Semnul (-) corespunde cazului când secțiunea variază în același sens ca momentul încovoietor și semnul (+) în celălalt caz.

10.3 Evaluarea nivelului de solicitare la forță tăietoare

Betonul grinzii este în stare de eforturi biaxiale, la întindere-compresiune. Este deci necesar să fie puse următoarele condiții:

$$\sigma_I \leq R_t' \quad (10.10)$$

$$\sigma_{II} \leq R_c' \quad (10.11)$$

care reprezintă condițiile de rezistență la întindere și respectiv la compresiune.

Valorile R_t' și R_c' trebuie să țină cont de existența unei stări de eforturi de întindere datorate contracției, de prezența eventuală a fisuri de încovoier și de comportarea specifică a betonului la întindere-compresiune (vezi capitolul 2).

Dacă rezistența la întindere a betonului este depășită (relația (10.10) nu este satisfăcută), trebuie prevăzute armături transversale.

Dacă rezistența la compresiune a betonului este depășită (relația (10.11) nu este satisfăcută), trebuie mărită secțiunea de beton.

Considerând $R_t' = 0.5R_t$ și $R_c' = 4R_t$ și utilizând ecuația (10.8) pentru calculul eforturilor principale, se regăsesc condițiile prevăzute în STAS 10107/0-92 pentru grinzi sub încărcări statice:

$Q/(bh_o) \leq 0.5R_t$: Armăturile de forță tăietoare nu sunt necesare;

$0.5R_t \leq Q/(bh_o) \leq 4R_t$: Trebuie prevăzute armături de forță tăietoare;

$Q/(bh_o) \geq 4R_t$: Secțiunea de beton nu este suficientă și trebuie mărită.

10.4 Mecanisme de rezistență

10.4.1 Generalități

Forța tăietoare este egală cu variația momentului încovoietor în lungul grinzii. Pe de altă parte, într-o grindă de beton armat, momentul încovoietor este produsul dintre forța de întindere din armături și brațul de pârghie al eforturilor interne. Plecând de la aceste două relații se obține:

$$Q = \frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx}(T_a z) = z \frac{dT_a}{dx} + T_a \frac{dz}{dx} \quad (10.12)$$

Relația (10.12) arată că forța tăietoare poate fi echilibrată fie prin variația forței de întindere din armături, fie prin variația brațului de pârghie al eforturilor interne. Primul caz este numit „mecanism de grindă”, iar cele de-al doilea „mecanism de arc”.

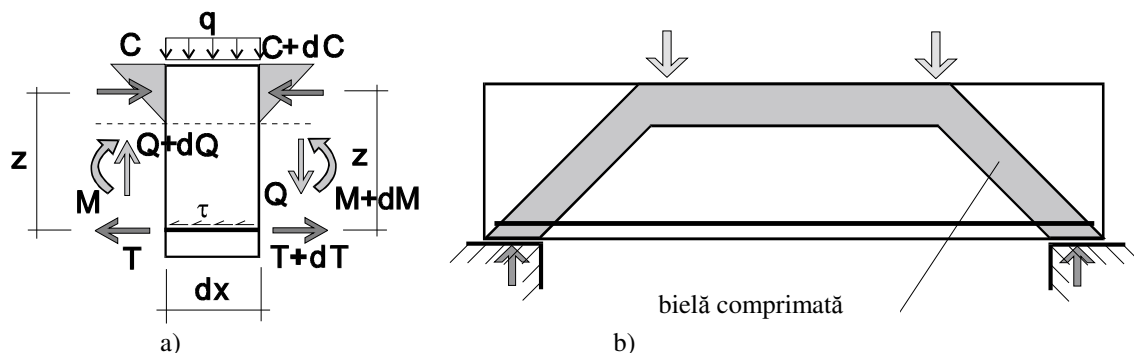


Figura 10.4 - Mecanisme de rezistență la forță tăietoare a) grindă b) arc

Mecanismul de grindă este bazat pe transmiterea eforturilor de forfecare în secțiuni orizontale, de la armătură, prin aderență, la beton, și apoi prin beton către zona comprimată (Figura 10.4a).

Mecanismul de arc este bazat pe transmiterea forței tăietoare prin componenta verticală a compresiunii înclinată din biela de beton (Figura 10.4b).

Cele două mecanisme se pot dezvolta simultan într-o grindă, dar importanța fiecăruia depinde de rigiditatea relativă a celor două mecanisme la deplasări verticale. Raportul rigidităților depinde în principal de raportul dimensiunilor (l/h) ale grinzii (Figura 10.5).

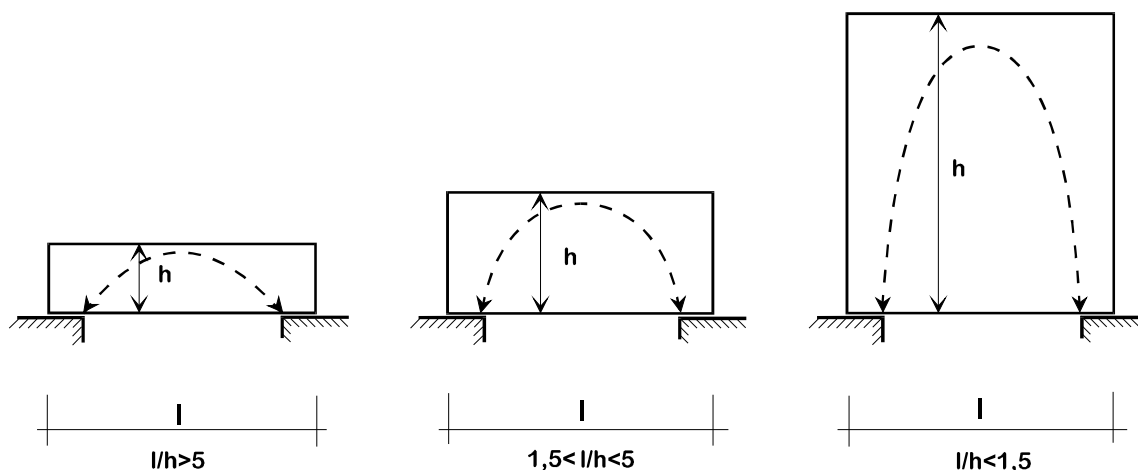


Figura 10.5 - Clasificarea grinzilor în funcție de raportul l/h

După acest criteriu, grinzile pot fi clasificate în trei categorii:

- *Grinzi lungi* ($l/h > 5$): mecanismul de grindă este practic singurul care acționează;
- *Grinzi-pereți* ($l/h < 1.5$): mecanismul de arc este practic singurul care acționează ;
- *Grinzi intermediare* ($1.5 \leq l/h \leq 5$): sunt prezente ambele mecanisme.

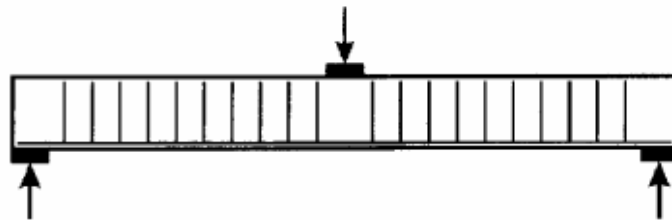
În acest capitol sunt studiate numai *grinzile lungi*.

10.5 Modele de calcul pentru grinzi

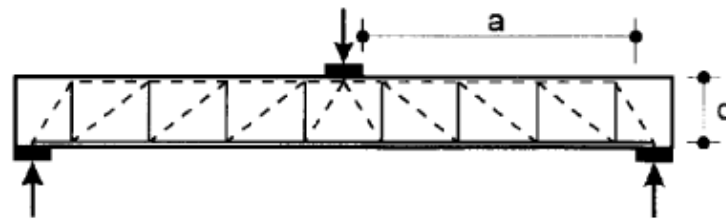
10.5.1 Modelul grinzii cu zăbrele plastice (Ritter - Morsch)

Acest model, propus în 1899 de inginerul elvețian Ritter și în 1902, independent, de inginerul german Morsch și perfecționat apoi (Kupfer 1964, Lampert și Thürlimann 1971) este utilizat în mai multe coduri de proiectare naționale și internaționale (BAEL 91, DIN 1045, CEB Model Code 1990, Eurocode 2, etc.).

Grinda este modelată ca o grindă cu zăbrele plană, unde talpa comprimată este zona comprimată (din încovoiere) de beton, talpa întinsă este armătura longitudinală întinsă, etrierii sunt montați întinși iar inima grinzii formează biele înclinate din beton, comprimate (Figura 10.6).



a) Grindă de beton armat lungă, cu armăturile principale.



b) Model de grindă cu zăbrele pentru o grindă de beton armat lungă

Figura 10.6 - Modelul grinzii cu zăbrele plastice

10.5.2 Modelul la echilibru limită

Acest model este utilizat în normele românești (STAS 10107/0-92).

La rupere, grinda este modelată ca două corpuri rigide care pot avea o rotație relativă în jurul unei articulații situată în zona comprimată (Figura 10.7).

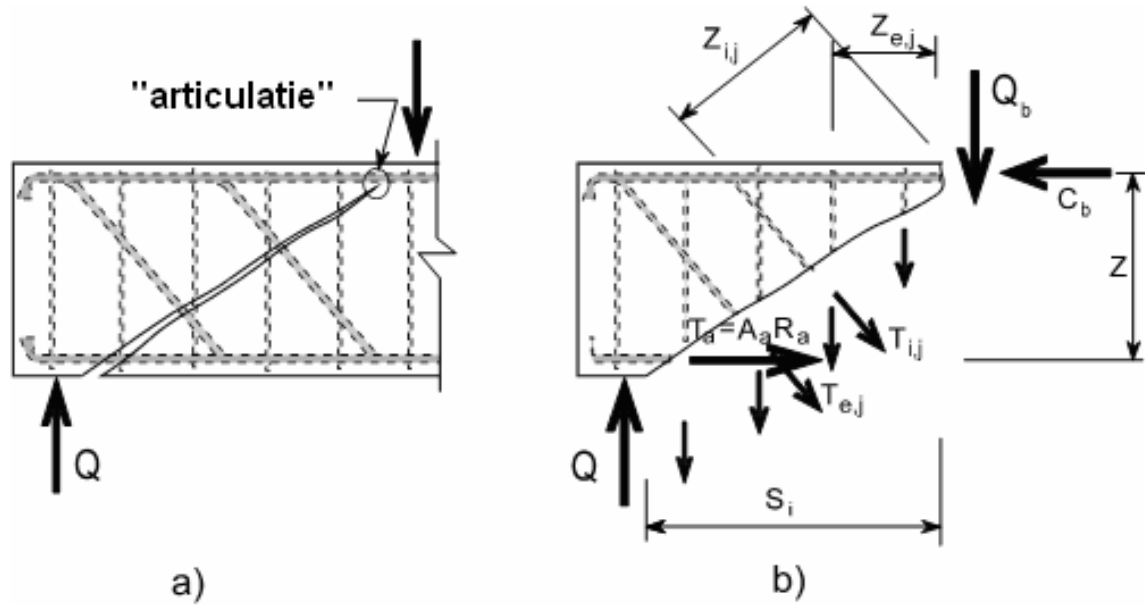


Figura 10.7 - Modelul la echilibru limită

Echilibrul limită în secțiunea înclinată se obține printr-o ecuație de echilibru de forțe pe direcția normală la axa grinzii și printr-o ecuație de echilibru de momente, scrisă în general în raport cu punctul de aplicație al rezultantei compresiunilor din beton.

$$Q = Q_b + \sum T_{ej} + \sum T_{ik} \sin \alpha \quad (10.13)$$

$$0 = C_b - T_a - \sum T_{ik} \cos \alpha \quad (10.14)$$

$$M = T_a z + \sum T_{ej} z_{ej} + \sum T_{ik} z_{ik} \quad (10.15)$$

unde:

Q_b este forța tăietoare preluată de beton;

T_{ej} , T_{ik} este forța care se dezvoltă la SLU în armătura verticale (etrierul) j , respectiv în armătura înclinată k ;

z_{ej} , z_{ik} sunt distanțele armăturilor verticale, respectiv înclinată față de punctul de aplicație al rezultantei eforturilor de compresiune din beton;

s_i proiecția pe orizontală a fisurii înclinate.

10.6 Metoda la echilibru limită

Condițiile de la SLU se exprimă prin relațiile următoare:

$$Q \leq Q_{cap} \quad (10.16)$$

$$M \leq M_{cap} \quad (10.17)$$

unde Q_{cap} și M_{cap} sunt rezistențele date de partea dreaptă a relațiilor (10.13) și respectiv (10.15), iar Q și M sunt solicitările rezultate din calculul structural.

Ecuția (10.16) este verificată printr-un calcul direct, în timp ce ecuația (10.17) este verificată în mod indirect, prin măsuri constructive, după cum se va arăta la paragraful 10.6.2.

10.6.1 Verificarea condiției $Q \leq Q_{cap}$

10.6.1.1 Calculul rezistenței Q_{cap}

10.6.1.1.1 Forța preluată de beton

În cazul unui element de beton armat fără armături transversale, forța tăietoare este preluată, într-o secțiune înclinată fisurată (Figura 10.8) prin:

- Forfecare în zona comprimată Q_b .
- Efectul de dorn („dowel effect”) al armăturilor longitudinale Q_a . Acest efect presupune o deplasare relativ importantă în lungul fisurii înclinată și depinde de existența unor „reazeme” apropiate (asigurate de exemplu de către etrieri). Nu este luat în considerare în norme.
- Întrepătrunderea („interlock”) neregularităților betonului de pe cele două fețe ale fisurii τ_{in} .

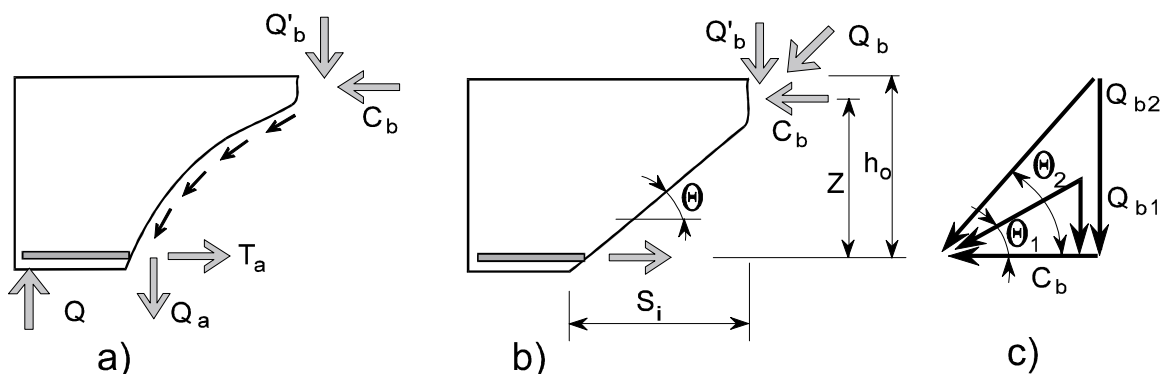


Figura 10.8 - Contribuția du betonului la rezistența la forță tăietoare

În normele românești (STAS 10107/0-90), contribuția du betonului este exprimată global prin relația următoare:

$$Q_b = \frac{bh_0^2 R_t^*}{s_i} \sqrt{\rho} \quad (10.18)$$

unde :

- ρ este procentul armăturilor longitudinale întinse în secțiune (în %);
- R_t^* rezistența la întindere a betonului, care depinde de tipul de solicitare:
 - $= R_t$, pentru elemente solicate la încovoiere;
 - $= R_t(1 + 0.5n)$, cu $n=N/(bh_0R_c)$, pentru elemente solicate la compresiune excentrică;
 - $= \frac{\bar{e}_0 - 0.5}{\bar{e}_0 + 0.5} R_t$, cu $\bar{e}_0 = \frac{e_{0c}}{h_0}$, pentru elemente solicate la întindere excentrică cu excentricitate mare ;
 - $= 0$, pentru elemente solicate la întindere excentrică cu excentricitate mică.

Contribuția betonului este limitată la valoarea:

$$Q_b \leq 2bh_0R_t \quad (10.19)$$

care corespunde condiției de limitare a înălțimii zonei comprimate $x < x_b$.

Privind ecuația (10.18), trebuie făcute următoarele observații:

- Q_b este proporțional cu dimensiunile (înimii) secțiunii bh_0 ;
- Q_b este proporțional cu rezistența la întindere a betonului R_t ;
- Q_b crește cu procentul de armături întinse; de fapt, creșterea cantității de armătură întinsă implică o mărire a zonei comprimate de beton;
- Q_b crește cu unghiul fisurii $h_0/s_i = tg\theta$ pentru că $Q_b = C_b tg\theta$ (Figura 10.8).

10.6.1.1.2 Forța preluată de etrieri

Forța preluată de etrieri Q_e este suma forțelor T_{ej} din etrierii intersectați de fisura înclinată:

$$Q_e = \sum_{s_i} T_{ej} \quad (10.20)$$

Deformațiile în etrieri variază în funcție de poziția punctului de intersecție al etrierului cu fisura: către zona întinsă din încovoiere, deschiderea fisurii înclinate este mai mare și, la SLU, etrierii depășesc limita de elasticitate, în timp ce către partea comprimată, deschiderea fisurii este mai mică și eforturile în etrieri rămân în domeniul elastic. Pentru simplificarea calculului se consideră însă un efort mediu identic în toți etrierii care traversează fisura, egal cu rezistența de calcul a armăturii înmulțită cu un coeficient subunitar:

$$R_{at} = m_{at}R_a \quad (10.21)$$

Acest coeficient ia valorile:

$m_{at} = 0,8$ pentru barele din OB37, PC52 și PC60 și
 $m_{at} = 0,7$ pentru sârmele din STNB.

Forța de întidere într-un etrier este:

$$T_e = n_e A_{ae} R_{at} \quad (10.22)$$

Unde:

n_e este numărul de ramuri verticale ale etrierului (Figura 10.9) și
 A_{ae} este aria secțiunii barei.

Deseori este mai prectic să se utilizeze o forță echivalentă uniform distribuită:

$$q_e = \frac{T_e}{a_e} = \frac{nA_{ae}R_{at}}{a_e} = \frac{p_e}{100} bR_{at} \quad (10.23)$$

unde

a_e este distanța dintre etrieri și

$p_e = 100 \frac{nA_{ae}}{ba_e}$ este coeficientul de armare transversală în %.

Cu aceste notații, ecuația (10.20) poate fi rescrisă:

$$Q_e = q_e s_i \quad (10.24)$$

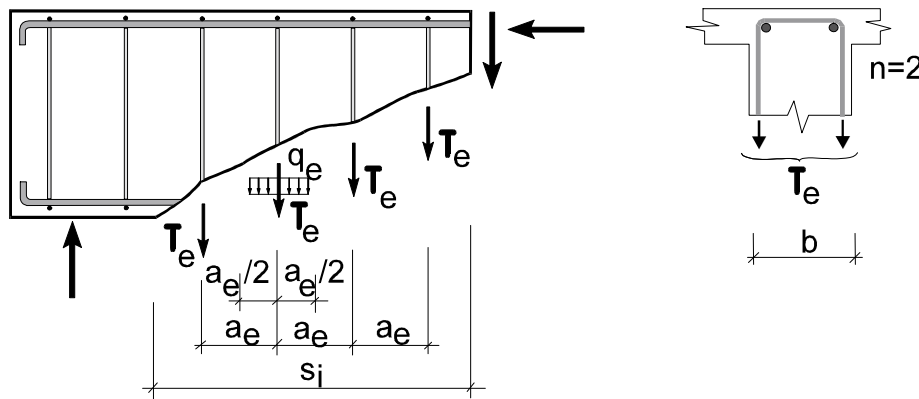


Figura 10.9 Forțele din etrieri

10.6.1.1.3 Forța preluată de barele înclinate

Forța tăietoare preluată de barele înclinate este suma componentelor verticale ale forțelor din armăturile înclinate care traversează fisura (Figura 10.10):

$$Q_i = \sum_{s_i} T_{ik} \sin \alpha = \sum_{s_i} A_{ai,k} R_{at} \sin \alpha \quad (10.25)$$

unde $A_{ai,k}$ este secțiunea unei bare k înclinată cu un unghi α față de axa elementului și R_{at} are aceeași semnificație ca la paragraful precedent.

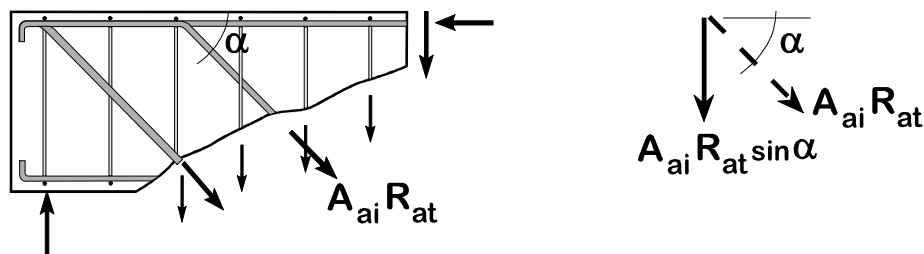


Figura 10.10 Forțe în barele înclinate

10.6.1.2 Calculul practic

Forța preluată de etrieri și de armăturile înclinate depinde de unghiul θ al fisurii înclinate cu axa grinzii (Figura 10.8b); forța tăietoare preluată de beton variază și ea în funcție de înclinarea fisurii, dar invers decât forța din armăturile transversale.

Încercările și considerațiile teoretice arată că acest unghi este în domeniul:

$$\operatorname{ctg}\theta = s_i / h_0 = 0,5 \dots 2,5$$

cu s_i = proiecția fisurii înclinate pe axa grinzii.

Pentru a găsi rezistența minimă trebuie calculată forța din armături și beton pentru diverse unghiuri posibile.

În cazul elementelor fără armături înclinate, problema de minim se poate rezolva direct, așa cum se arată în paragraful următor.

10.6.1.2.1 Grindă fără armături înclinate

Trebuie găsit minimumul sumei forțelor din beton și etrieri în funcție de unghiul de înclinare θ al fisurii înclinate :

$$Q_{eb} = \min(Q_b + Q_e) = \min\left(\frac{bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}}{s_i} + q_e s_i\right) \quad (10.26)$$

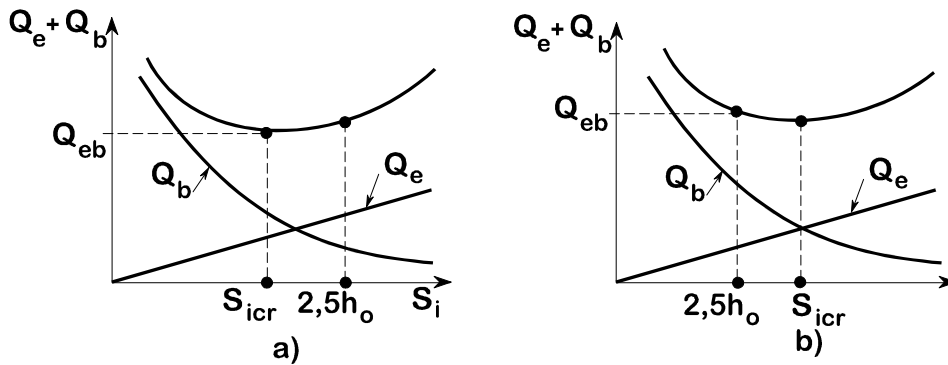


Figura 10.11. Rezistența betonului și etrierilor a) $s_{i,cr} < 2,5h_0$ b) $s_{i,cr} > 2,5h_0$

Expresia lui Q_{eb} pentru o grindă dată depinde numai de s_i (Figura 10-11) și minimumul este dat de punctul de anulare a derivatei:

$$\frac{\partial Q_{eb}}{\partial s_i} = -\frac{bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}}{s_i^2} + q_e = 0 \Rightarrow s_{i,cr} = \sqrt{\frac{bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}}{q_e}} \quad (10.27)$$

$$\text{Dacă } s_{i,cr} \geq 2,5h_0 \Rightarrow s_{i,cr} = 2,5h_0 \text{ și } Q_{eb} = \frac{bh_0^2 R_t^*}{2,5h_0} \sqrt{p + q_e} 2,5h_0 \quad (10.28)$$

$$\text{Dacă } s_{i,cr} < 2,5h_0 \Rightarrow Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2 R_t^* \sqrt{pq_e}} \quad (10.28')$$

10.6.1.2.1.1 Verificarea capacității portante

Date: $b, h, p\%, A_{ae}, a_e, n_e, R_t, R_{at}$
 Necunoscute: Q_r

$$q_e = \frac{n_e A_{ae} R_{at}}{a_e} \quad (10.29)$$

$$s_{i,cr} = \sqrt{\frac{bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}}{q_e}} \quad (10.30)$$

$$\text{Dacă } s_{i,cr} \geq 2,5h_0 \Rightarrow s_{i,cr} = 2,5h_0$$

$$Q_r = Q_{eb} = \frac{bh_0^2 R_t^*}{2,5h_0} \sqrt{p + q_e} 2,5h_0 \quad (10.31)$$

$$\text{Dacă } s_{i,cr} < 2,5h_0$$

$$Q_r = Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2 R_t^* \sqrt{pq_e}} \quad (10.32)$$

10.6.1.2.1.2 Dimensionarea armăturii transversale

Date: $b, h, p\%, Q, R_t, R_{at}$
 Necunoscute: cantitatea de armătură transversală necesară $p_e\%$
 sau A_{ae}, a_e, n_e

$$\text{La limită: } Q = Q_{eb} \quad (10.34)$$

Și considerând $s_{i,cr} < 2,5h_0$ rezultă :

$$q_{e,nec} = \frac{Q^2}{4bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}} \quad (10.35)$$

$$s_{i,cr} = \sqrt{\frac{bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}}{q_{e,nec}}} \quad (10.36)$$

Dacă $s_{i,cr} < 2,5h_0$, atunci $q_{e,nec}$ este cel calculat cu relația (10.35)

$$\text{Dacă } s_{i,cr} \geq 2,5h_0 \Rightarrow s_{i,cr} = 2,5h_0$$

$$\text{și } q_{e,nec} = \frac{bh_0^2 R_t^* \sqrt{p}}{(2,5h_0)^2} + \frac{Q}{2,5h_0} \quad (10.37)$$

În sfârșit, armăturile transversale sunt ales plecând de la relația:

$$q_e = \frac{n_e A_{ae} R_{at}}{a_e} \quad (10.38)$$

sau:

$$p_e(\%) = 100 \frac{q_e}{b R_{at}} \quad (10.39)$$

Observație: Alegerea armăturilor transversale depinde și de o serie de prevederi constructive (diametrul minim și maxim, distanța minimă și maximă, etc.).

10.6.1.2.2 Grinzi cu armături înclinate

În cazul când există și bare înclinate, nu mai este posibil să se găsească direct soluția (valoarea $s_{i,cr}$), și trebuie făcute mai multe încercări considerând diferite înclinări ale fisurii (Figura 10.12a), în domeniul $0,5h_0 < s_i < 2,5 h_0$.

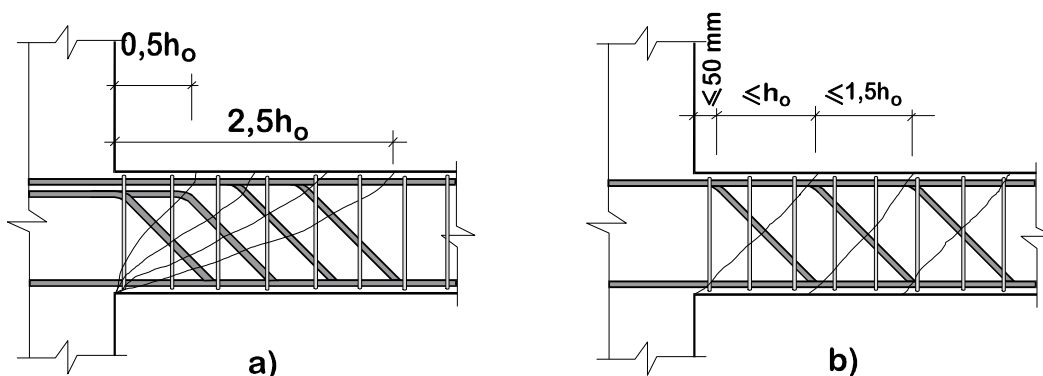


Figura 10.12 Grinzi cu armături înclinate a) planuri posibile de fisurare b) caz curent de armare

Totuși, în cazurile curente ale structurilor de clădiri, dacă sunt respectate regulile constructive, se poate admite că fisura înclinată cea mai periculoasă întâlnește un singur plan de armături înclinate (Figura 10.12b), și ecuația de echilibru este:

$$Q = Q_{eb} + A_{ai} R_{at} \sin \alpha \quad (10.40)$$

unde A_{ai} este suma ariilor barelor înclinate conținute în același plan.

10.6.1.2.2.1 Verificarea capacității portante

Date: $b, h, p\%, A_{ae}, A_{ai}, a_e, n_e, R_t, R_{at}$
Necunoscute: Q_r

Trebuie calculat mai întâi Q_{eb} ca la paragraful 10.6.1.2.1.1 și apoi determinată capacitatea la forță tăietoare cu ecuația (10.40):

$$Q_r = Q_{eb} + A_{ai} R_{at} \sin \alpha$$

10.6.1.2.2 Dimensionarea (etrierilor)

Date: $b, h, \rho\%, A_{ai}, Q, R_t, R_{at}$
 Necunoscute: cantitatea de armătură transversală necesară $\rho_e\%$
 sau A_{ae}, a_e, n_e

În general, calculul la forță tăietoare se efectuează după cel la încovoiere. În consecință armăturile longitudinale, inclusiv barele care pot fi ridicate, au fost alese și A_{ai} este cunoscut. Se poate deci calcula forța preluată de barele înclinate:

$$Q_i = A_{ai} R_{at} \sin \alpha$$

Si apoi capacitatea necesară pentru beton și etrieri:

$$Q_{eb,nec} = Q - Q_i$$

Cantitatea de armătură transversală (etrieri) este obținută apoi ca la paragraful 10.6.1.2.1.2.

10.6.1.3 Elemente fără armătură transversală

Elementele la care se admite lipsa armăturilor transversale sunt, în general, plăcile și unele grinzi secundare slab solícitate la forță tăietoare. Se admite în aceste cazuri că forța tăietoare capabilă este egală cu forța tăietoare care produce fisurarea înclinată a betonului (vezi 10.3).

Standardul STAS 10107/0-90 prevede următoarele valori ale rezistenței de calcul la forță tăietoare :

- pentru elemente liniare (grinzi) $Q_r = 0,5bh_0R_t$ (10.41)

- pentru plăci rezemate pe contur $Q_r = 0,75bh_0R_t$ (10.42)

Pentru plăci s-a considerat o valoare mai mare a rezistenței efective la întindere a betonului decât la grinzi ($0,75R_t$ față de $0,5R_t$), pentru că s-a ținut cont de posibilitatea redistribuirii eforturilor pe lățimea reazemului, precum și de slaba probabilitate de a atinge valoarea minimă a rezistenței betonului pe toată lățimea reazemului.

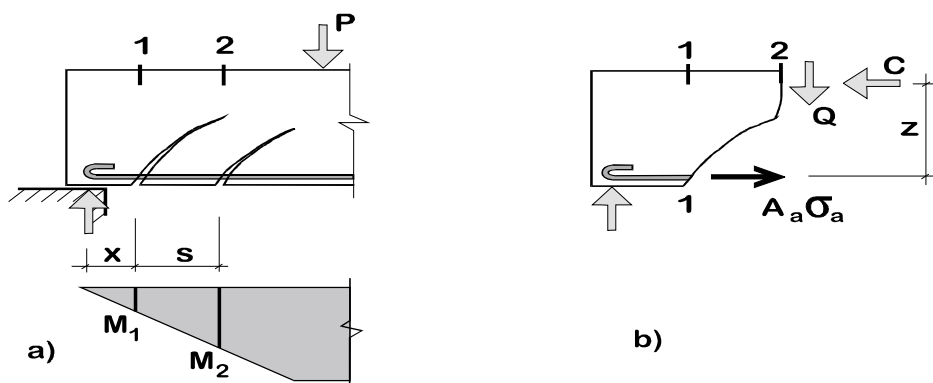
10.6.2 Verificarea condiției $M \leq M_{cap}$ 

Figura 10.13 Echilibrul forțelor la încovoiere în secțiuni înclinate

Dacă ruperea are loc după o secțiune înclinată, efectul este o creștere a efortului de întindere în armătura întinsă față de situația corespunzând unei ruperi în secțiune normală (Figura 10-13a și b). Într-adevăr, echilibrul la moment în secțiunea înclinată implică:

$$A_a \sigma_{a1} z - \sum A_{ae} R_{at} z_e = M_2 \quad (10.43)$$

de unde se vede că momentul încovoiitor din secțiunea 2 este echilibrat de forța în armătura întinsă din secțiunea 1.

Trebuie ținut cont de acest efect atunci când se stabilesc secțiunile de la care barele pot fi ridicate sau întrerupte. O bară poate fi ridicată începând dintr-o secțiune care este decalată față de secțiunea în care bara este integral necesară la încovoiere în secțiunea normală, astfel încât momentul capabil într-o secțiune înclinată să fie mai mare sau egal cu cel corespunzând secțiunii normale (Figura 10-13c și d):

$$M_{r1} = (A_a - A_{ai}) R_a z + A_{ai} z_i \geq M_{r21} = A_a R_a z \quad (10.44)$$

de unde:

$$z_i \geq z \quad (10.45)$$

Această ultimă condiție este îndeplinită dacă punctul de ridicare este decalat cu $0,41z$, dacă barele sunt înclinate la 45° , sau, acoperitor, $h/2$. Demonstrația este bazată pe considerații geometrice și nu va fi detaliată aici.

În practică, în loc să se facă verificările prin calcul, se construiește o diagramă de momente „dilatată” cu $0,5h$ (Figura 10-14) și se fac apoi toate verificările (rezistență la încovoiere, lungimi de ancorare, secțiunile de întrerupere ale barelor) în secțiuni normale, dar față de diagrama „dilatată”.

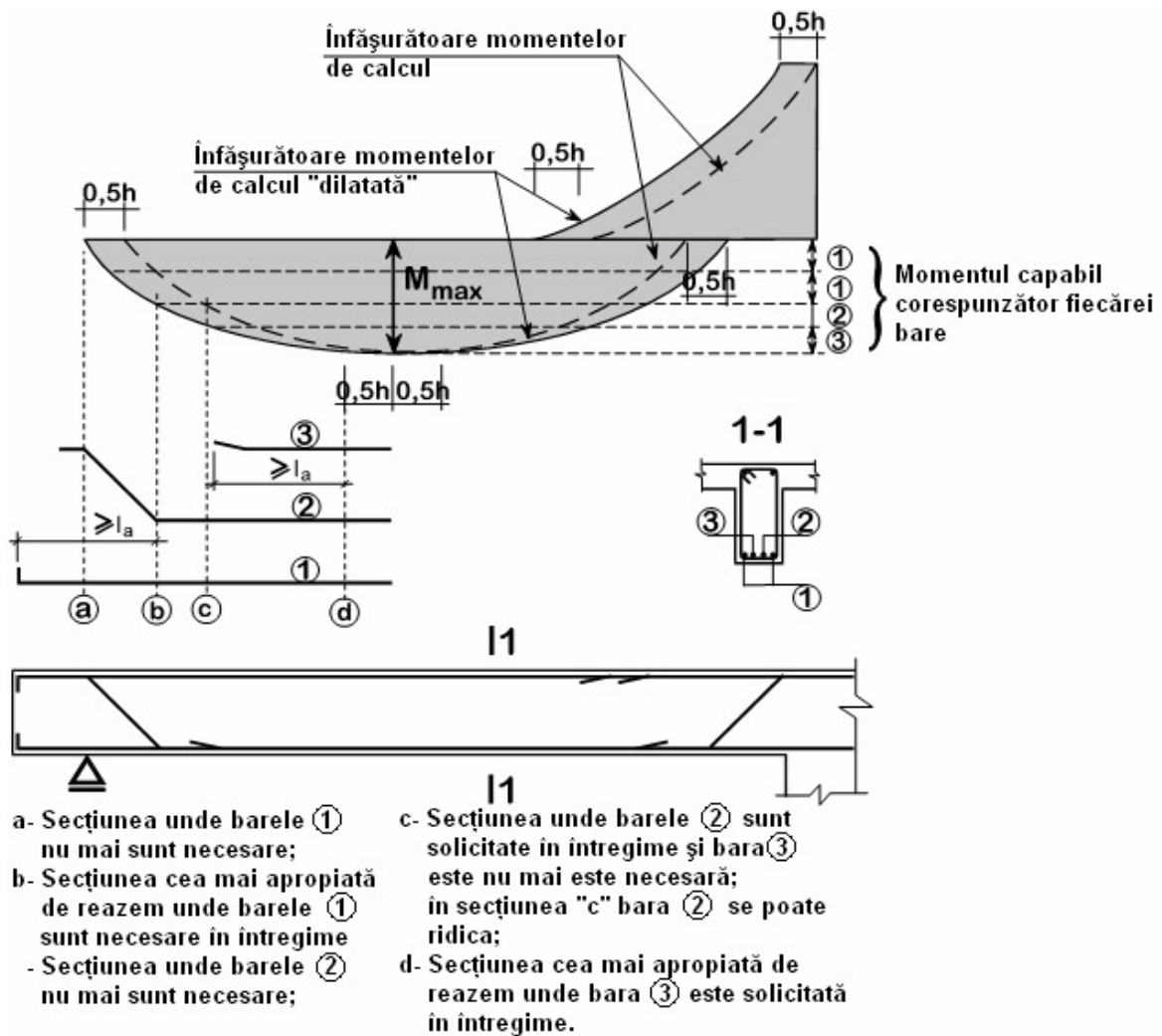


Figura 10.14. Diagrama înfășurătoare de momente „dilatată” și întreruperarea barelor (numai barele inferioare)

10.7 Metoda grinzii cu zăbrele (EN 1992-1-1)

10.7.1 Elemente ce nu necesită armături de calcul la forță tăietoare

Într-un element de beton armat nefisurat, forța tăietoare este preluată prin eforturi principale de compresiune și întindere în beton. Depășirea rezistenței la întindere a betonului duce la apariția fisurilor înclinate în inima grinzii.

Cazul acesta este însă rar întâlnit în practic (o excepție fiind, de exemplu, grinzile de beton precomprimit cu inima subțire). De regulă, înainte de depășirea rezistenței la întindere la eforturile principale înclinate din inima grinzii, apar fisuri din încovoiere, normale la axa grinzii, care, dezvoltându-se pe înălțimea secțiunii, se pot înclina sub acțiunea eforturilor din forță tăietoare. Fisurile delimitează o serie de „dinți” de beton, încastrați în zona comprimată. Transmiterea forței tăietoare se face în această situație prin următoarele mecanisme (Fig. 10.15a):

- forțe de frecare între fețele fisurilor;

- forțe datorate efectului de dorn al armăturilor longitudinale;
- forțe de alunecare preluate de betonul din zona comprimată.

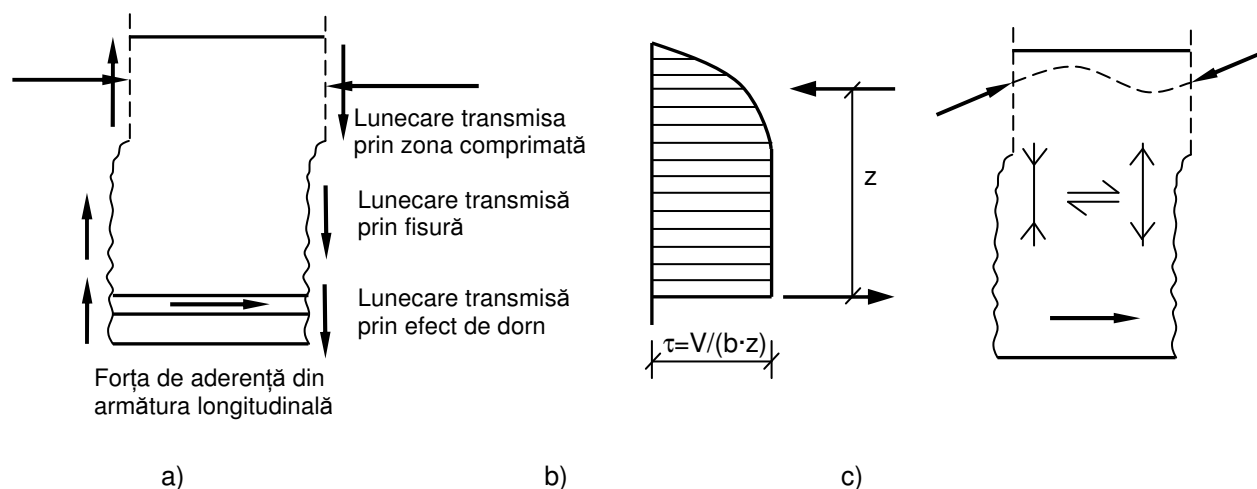


Figura 10.15 Mecanismul de transmitere al forței tăietoare într-o gindă fără armătură transversală (FIB, 1999)

Dacă aceste fisuri nu afectează transmiterea eforturilor de alunecare, distribuția eforturilor de forfecare pe înălțimea secțiunii este ca în Fig. 10.15b, cu o valoare maximă, constantă din axa neutră și până la armătura întinsă, $\tau = V/(b \cdot z)$.

Dacă fisurile nu transmit deloc forfecare, "dintele" lucrează ca o consolă sub acțiunea forței transmise prin aderență de armătura longitudinală (Fig. 10.15c).

Situația reală este intermediară între cele două extreme prezentate mai sus, și un model analitic de calcul este dificil de realizat. De aceea s-a adoptat o formulă empirică, care conține toți factorii de influență importanți puși în evidență experimental, și anume:

- dimensiunile secțiunii, b_w și d ;
- proprietățile betonului;
- coeficientul de armare cu armătură longitudinală întinsă $\rho_l = A_s/b_w d$;
- mărimea absolută a înălțimii secțiunii.

Forța tăietoare capabilă de calcul $V_{Rd,c}$ este dată de relația :

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \quad (10.46a)$$

cu o valoare minimă

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (10.46b)$$

expresii în care :

f_{ck} este în MPa

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ cu } d \text{ în mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$$

A_{sl} este aria secțiunii armăturilor întinse, prelungite pe o lungime $\geq (l_{bd} + d)$ dincolo de secțiunea considerată

b_w este cea mai mică lățime a secțiunii în zona întinsă, în mm

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2 f_{cd} \text{ în MPa}$$

N_{Ed} este forța axială acționând pe secțiune, datorită încărcărilor exterioare aplicate și/sau precomprimării ($N_{Ed} > 0$ pentru compresiune). Influența deformațiilor impuse asupra N_E poate fi neglijată

A_c este aria secțiunii transversale a betonului, în mm^2

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$k_1 = 0,15$$

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Analizarea rezultatelor experimentale duce la concluzia ca o valoare de 0,12 pentru raportul $\frac{V_{Rd,c}}{k^3 \sqrt{100 \rho f_{ck}}}$, unde $v_{Rd,c} = \frac{V_{Rd,c}}{b_w d}$, este satisfăcătoare (Fig. 10.16). De aici rezultă valoarea coeficientului $C_{Rd,c}$.

Relația (10.46a) din EN 1992-1-1 este preluată din Model Code 1990, cu adăugarea unui termen care să țină cont de efectul favorabil al unui efort axial de compresiune.

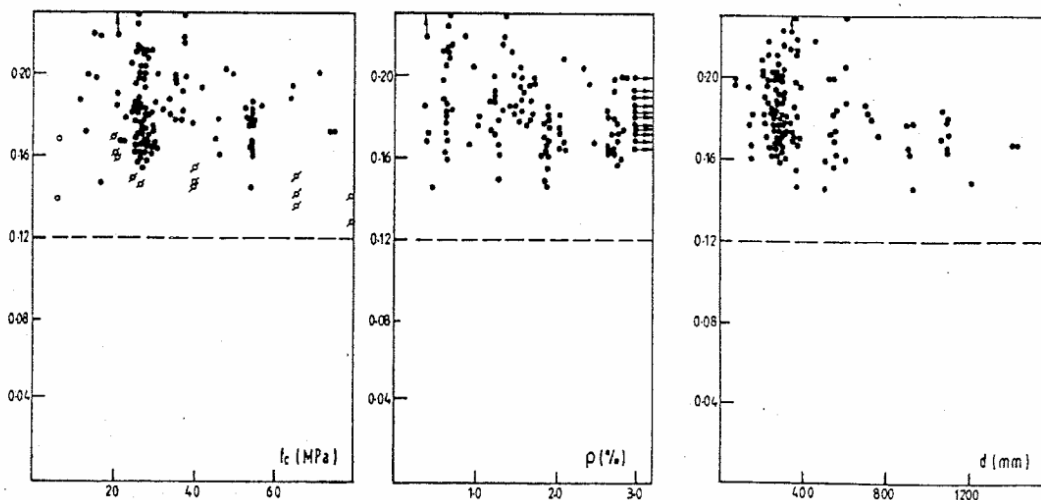


Figura 10.16 - Validarea relației (10.46a) (FIB, 1999)

În zonele elementului în care:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \tag{10.47}$$

nu sunt necesare armături rezultate din calcul. V_{Ed} este forța tăietoare de calcul în secțiunea considerată, provenind din încărcările exterioare aplicate și din precomprimare (armături aderente sau nu).

Chiar dacă nu sunt necesare armături pentru forță tăietoare, se prevede o armătură transversală minimă. Această armătură minimă se poate omite la elemente cum ar fi plăcile (pline, nervurate sau chesonate) atunci când este posibilă redistribuirea transversală a încărcărilor. Armătura minimă poate, de asemenea, lipsi la

elemente secundare (de exemplu la buiandrugi cu deschidere ≤ 2 m) care nu contribuie de manieră semnificativă la rezistența și stabilitatea ansamblului structurii.

10.7.2 Elemente la care sunt necesare armături pentru forța tăietoare

Elementele cu armătură transversală, cu betonul întins fisurat, pot fi reprezentate printr-o grindă cu zăbrele echivalentă (Fig. 10.6), cu talpa superioară reprezentând zona comprimată de beton, talpa inferioară, întinsă, constituită din armăturile longitudinale, diagonale comprimate din beton și montanți întinși constituiți din etrieri. Se presupune că toate fisurile înclinare fac același unghi θ cu axa grinzii, și acesta este și unghiul de înclinare al diagonalelor. Grosimea diagonalelor este grosimea minimă a inimii, b_w .

Se presupune de asemenea că toate elementele grinzii cu zăbrele sunt, la SLU, în domeniul plastic – adică în etrieri și armăturile longitudinale efortul unitar este f_{ywd} , respectiv f_{yd} , în talpa comprimată f_{cd} , iar în betonul diagonalelor $f_{cd2} = \nu f_{cd}$ (datorită prezenței eforturilor de întindere transversale se reduce rezistența betonului).

Modelul adoptat în EN 1992-1-1 nu ține seama de eforturile de lunecare preluate prin zona comprimată și prin frecarea între fețele fisurii înclinare.

10.7.2.1 Elemente cu armăturile transversale perpendiculare pe axa elementului

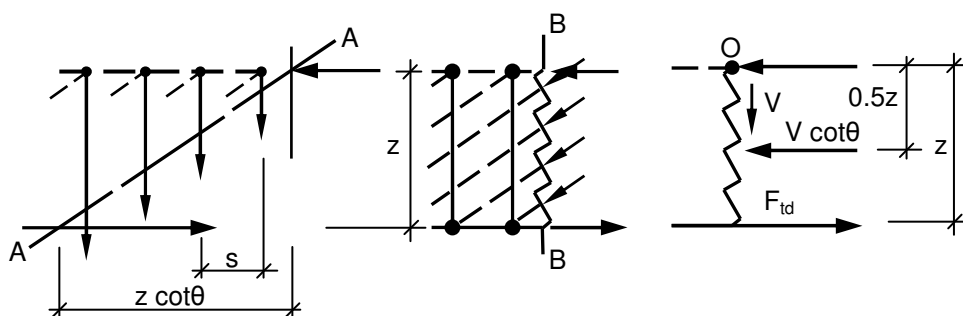


Figura 10.17 – Forțele din armături și beton într-o secțiune înclinată A-A și într-o secțiune normală B-B, pe baza modelului de grindă cu zăbrele

În cazul cel mai frecvent, în care armătura de forță tăietoare este dispusă perpendicular pe axa elementului, determinarea eforturilor în etrieri și în biela comprimată se face în modul următor:

Din condiția de echilibru pe direcție verticală în secțiunea A-A (Fig. 10.17) rezultă:

$$V = A_{sw} \sigma_{sw} (z \cot \theta) / s \quad (10.48)$$

Din condiția de echilibru pe direcție verticală în secțiunea B-B, și presupunând etrierii suficient de deși pentru ca betonul să fie solicitat uniform, rezultă:

$$V = \sigma_{cw} b_w z \sin \theta \cos \theta \quad (10.49)$$

Din ecuația de moment față de punctul O rezultă:

$$M = F_t z - (V z \cos \theta) / 2 \quad (10.50)$$

Dacă notăm cu f_{cd2} rezistența la compresiune a betonului din biebele înclinate, cu f_{ywd} rezistența de calcul a etrierilor, cu $F_{td} = A_s f_{yd}$ rezistența armăturilor longitudinale și cu V_{Ed} și M_{Ed} forța tăietoare de calcul, respectiv momentul încovoietor de calcul, condițiile la SLU sunt următoarele:

$$\sigma_{cw} = \frac{V_{Ed}}{b_w z \sin \theta \cos \theta} \leq f_{cd2} \quad (10.51)$$

$$\sigma_{sw} = \frac{V_{Ed} s}{A_{sw} z \operatorname{ctg} \theta} \leq f_{ywd} \quad (10.52)$$

$$F_{td} \geq \frac{M_{Ed}}{z} + \frac{V_{Ed} \operatorname{ctg} \theta}{2} \quad (10.53)$$

Relația (10.51) reprezintă condiția de rezistență pentru biela comprimată. Din această condiție rezultă unghiul minim de înclinare al bielei:

$$\sin \theta \cos \theta \geq \frac{V_{Ed}}{b_w z f_{cd2}} \quad \text{sau} \quad \theta \geq \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2V_{Ed}}{b_w z f_{cd2}} \right) \quad (10.54)$$

Unghiul de înclinare al bielei este însă limitat, inferior la o valoare care să permită transferul de forță tăietoare prin fisură și superior la o valoare care să permită curgerea etrierilor. În EN 1992-1-1 aceste valori sunt $21,8^\circ$, respectiv 45° , adică:

$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta \leq 2,5 \quad (10.55)$$

Dacă din relația (10.54) rezultă o valoare $\operatorname{ctg} \theta > 2,5$, înseamnă că rezistența bielei comprimate nu este critică. Se va alege o valoare $\operatorname{ctg} \theta \leq 2,5$. Se observă că valoarea $\operatorname{ctg} \theta = 2,5$ minimizează cantitatea de etrieri necesară.

Dacă rezultă $\operatorname{ctg} \theta < 1$, atunci trebuie redimensionată secțiunea de beton. Relația (10.52) folosește la dimensionarea etrierilor. O dată unghiul θ ales, etrierii necesari sunt:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{f_{ywd} z \operatorname{ctg} \theta} \quad (10.56)$$

Etrierii trebuie să respecte și condiția de “non-fragilitate”, adică să nu se rupă în momentul fisurării betonului, și de aceea se prevede un procent minim de armare (§ 9.2.2(5), relația 9.5N):

$$\rho_{w,\min} = (0,08 \sqrt{f_{ck}}) / f_{yk} \quad (10.57)$$

Din condiția $\operatorname{ctg} \theta = 1$ rezultă și cantitatea maximă de armătură transversală:

$$\frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{\frac{1}{2} \alpha_{cw} v_1 f_{cd}}{\sin \alpha} \quad (10.58)$$

Relația (10.53) pune în evidență sporul de întindere din armătura longitudinală datorat forței tăietoare:

$$\Delta F_{td} = \frac{V_{Ed} \operatorname{ctg} \theta}{2} \quad (10.59)$$

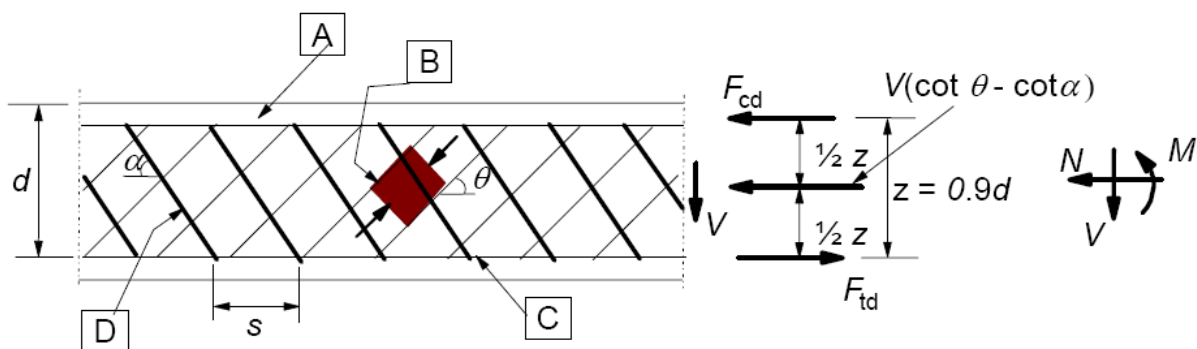
Această valoare folosește la determinarea forței de întindere care trebuie ancorată pe reazem, precum și la translatarea diagramei de momente (sau a diagramei de forțe de întindere din armături dacă se construiește diagrama M/z), cu $a_l = z \operatorname{ctg} \theta$ (vezi 9.2.1.3).

Rezistența betonului din biele comprimate, notată mai sus cu f_{cd2} , este mai mică decât f_{cd} datorită prezenței eforturilor de întindere transversală. Collins și colaboratorii săi de la Universitatea din Toronto au dezvoltat teoria "câmpului de compresiuni modificat" și au propus o relație între rezistența la compresiune a betonului și deformația de întindere transversală. Totuși, în stadiul actual al cunoștințelor și ținând seama de necesitățile proiectării, s-a considerat suficientă o relație mai simplă:

$$f_{cd2} = v_1 f_{cd} = 0,6(1 - f_{ck}/250) f_{cd} \quad (10.60)$$

10.7.2.2 Cazul armăturilor transversale înclinate

Dacă armăturile transversale sunt înclinate cu un unghi α față de axa elementului, modelul de grindă cu zăbrele se modifică ca în figura 10.18, iar relațiile de calcul devin (10.61) și (10.62).



A – fibra comprimată B - biele C – fibra întinsă D – armături de forță tăietoare

Figura 10.18. Modelul de grindă cu zăbrele în cazul armăturilor înclinate (după EN 1992-1-1)

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z \cdot f_{ywd} (\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha) \sin \alpha \quad (10.61)$$

și

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha) / (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \quad (10.62)$$

Cel mai important avantaj al armăturii înclinate este că reduce forțele de compresiune în biela de beton și mărește astfel forța tăietoare care poate fi preluată de

beton. De asemenea, se reduce forța de întindere din armătura longitudinală (Regan, P., Manual of Structural Concrete, cap. 4.4).

10.7.2.3 Verificarea la forfecare între inima și talpa secțiunilor T

Rezistența la forfecare la interfața între placă și inima grinzii poate fi calculată considerând placa formată dintr-un sistem de biele comprimate asociate unor tiranți corespunzând armăturilor întinse (fig. 10.18).

Efortul de forfecare longitudinal v_{Ed} , dezvoltat la joncțiunea între o latură a tălpii și inimă este determinat de variația forței axiale normale în partea de placă considerată:

$$v_{Ed} = \Delta F_d / (h_f \cdot \Delta x) \quad (10.63)$$

în care:

- h_f este grosimea plăcii la joncțiunea cu inima
- Δx este lungimea considerată, vezi figura 10.18
- ΔF_d este variația forței axiale în placă pe lungimea Δx

Pentru a evita zdrobirea bielor comprimate în talpa comprimată se verifică condiția :

$$v_{ED} \leq v_{fd} \sin \theta_f \cos \theta_f \quad (10.64)$$

Pentru unghiul de înclinare al bielor, în EN 1992-1-1 se recomandă următoarele intervale de valori:

- pentru tălpi comprimate: $1,0 \leq \text{ctg} \theta_f \leq 2,0$ ($45^\circ \geq \theta_f \geq 26,5^\circ$)
- pentru tălpi întinse: $1,0 \leq \text{ctg} \theta \leq 1,25$ ($45^\circ \geq \theta_f \geq 38,6^\circ$)

Aria secțiunii armăturilor transversale pe unitatea de lungime, A_{sf}/s_f , se determină cu relația :

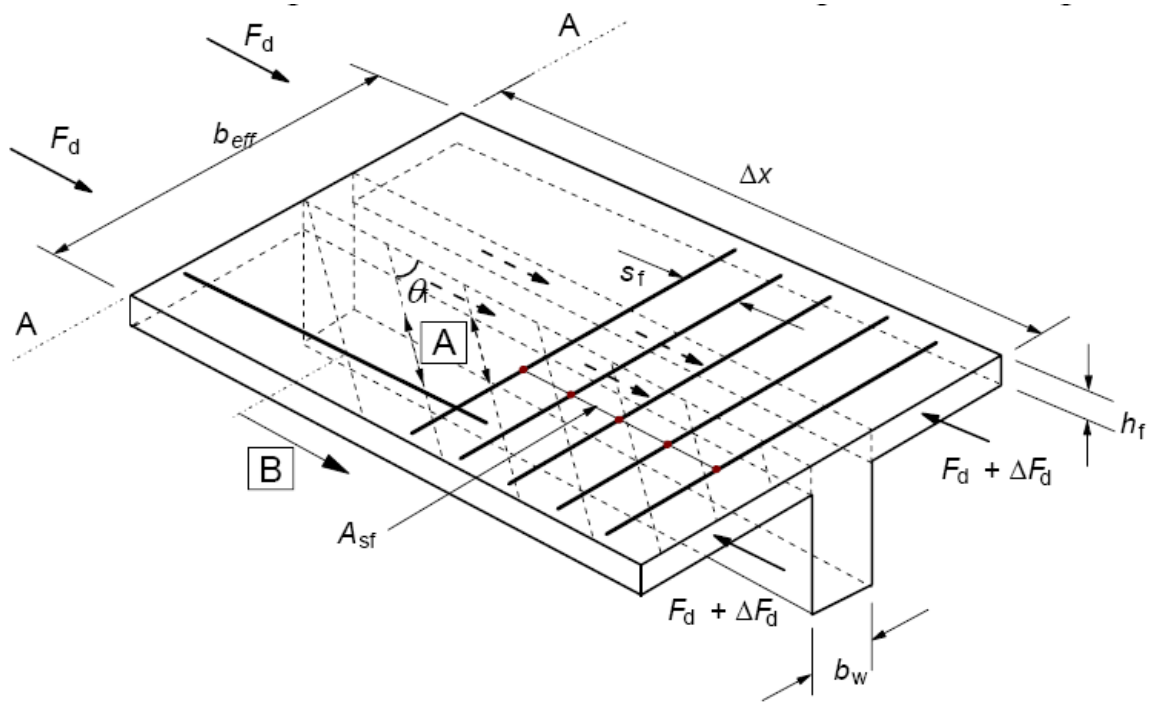
$$(A_{sf} f_{yd} / s_f) \geq v_{ED} \cdot h_f / \text{ctg} \theta_f \quad (10.65)$$

De obicei, forfecarea între placă și inimă este combinată cu încovoiere transversală. Dacă v_{Ed} este mai mic decât $0,4f_{ctd}$, nu este necesară o armare în plus față de cea necesară pentru încovoiere.

Dacă v_{Ed} este mai mare decât $0,4f_{ctd}$, se va dispune o cantitate de armătură egală cu cea mai mare valoare dintre:

- armătura calculată cu expresia (10.64) sau
- jumătate din aceasta plus aria necesară pentru încovoiere transversală.

Armătura longitudinală întinsă din talpă trebuie ancorată dincolo de biela necesară transmiterii forței înapoi la inimă (vezi figura 10.18).



A - biele comprimate B - bare longitudinale ancorate dincolo de proiecția punctului cu θ

Figura 10.18 - Notății pentru joncțiunea între inimă și talpă (EN 1992-1-1)

10.7.2.4 Întreruperea armăturii longitudinale întinse

Datorită forței tăietoare, efortul de întindere din armăturile longitudinale crește, față de efortul produs de acțiunea momentului încovoietor cu:

$$\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha) \quad (10.66)$$

Dacă considerăm brațul de pârghie z constant, atunci obținem diagrama forței din armătura întinsă împărțind diagrama de momente prin brațul de pârghie (fig. 10.20, curba A) $F_{td} = M_{Ed}/z$. Cum V_{Ed} reprezintă panta diagramei de momente, V_{Ed}/z va reprezenta panta diagramei F_{td} , iar decalarea spre exterior a diagramei cu mărimea

$$a_l = 0,5(\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha)z \quad (10.67)$$

are ca efect creșterea efortului în secțiunea considerată cu ΔF_{td} (curba B din fig. 10.20). În cazul elementelor fără armătură transversală, diagrama de momente trebuie „dilatată” cu $a_l = d$.

O bară de armătură va prelua o forță de întindere egală cu zero în punctul de întrerupere și o forță egală cu capacitatea barei la distanță l_{bd} de capătul ei. Între aceste două puncte se poate considera că efortul din bară variază liniar. Aplicând această regulă se poate construi diagrama forței de întindere capabile din armături (curba C din fig. 10.20).

Întreruperea barelor trebuie făcută astfel încât curba C să nu taie curba B (la limită poate să fie tangentă).

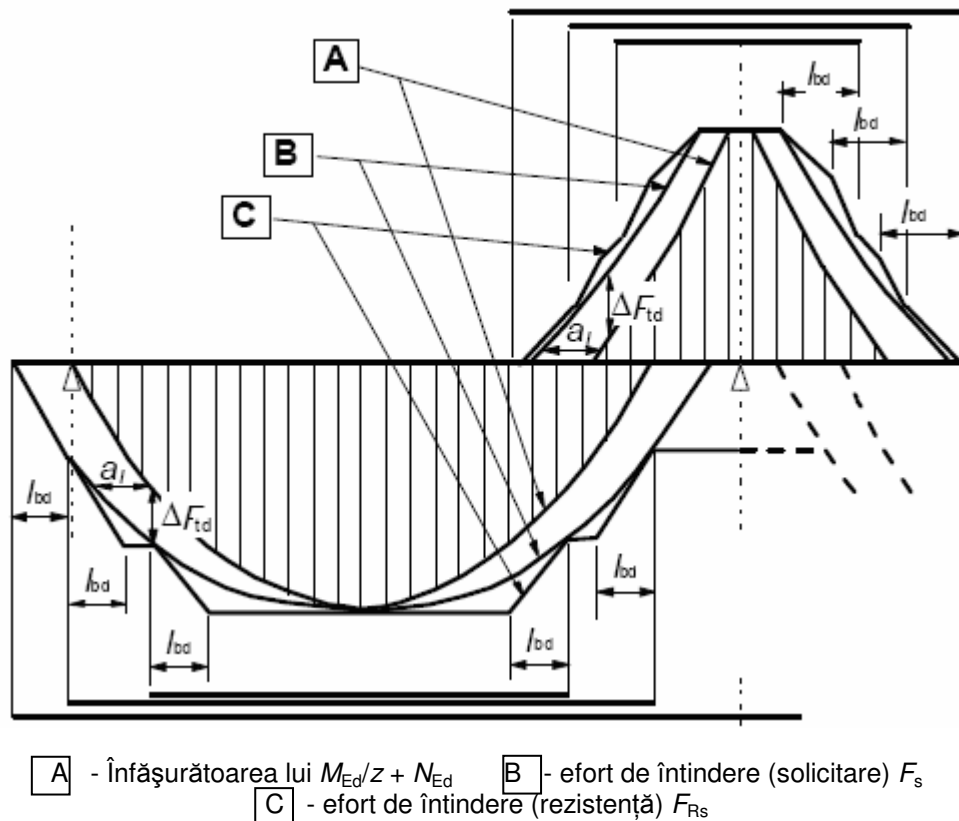


Figura 10.20 – Prezentarea întreruperii armăturilor longitudinale, ținând seama de efectul fisurilor înclinate și de rezistența armăturilor pe lungimea lor de ancorare

10.7.2.5 Ancorarea armăturii inferioare pe reazemul marginal

La reazemele marginale simplu rezemate (fig. 10.66) trebuie ținut cont că efortul în armătură la fața reazemului nu este nul, ci egal cu ΔF_{td} (ec. 10.65), datorită efectului forței tăietoare. Deci pe reazem armătura trebuie ancorată pentru o forță egală cu ΔF_{td} .

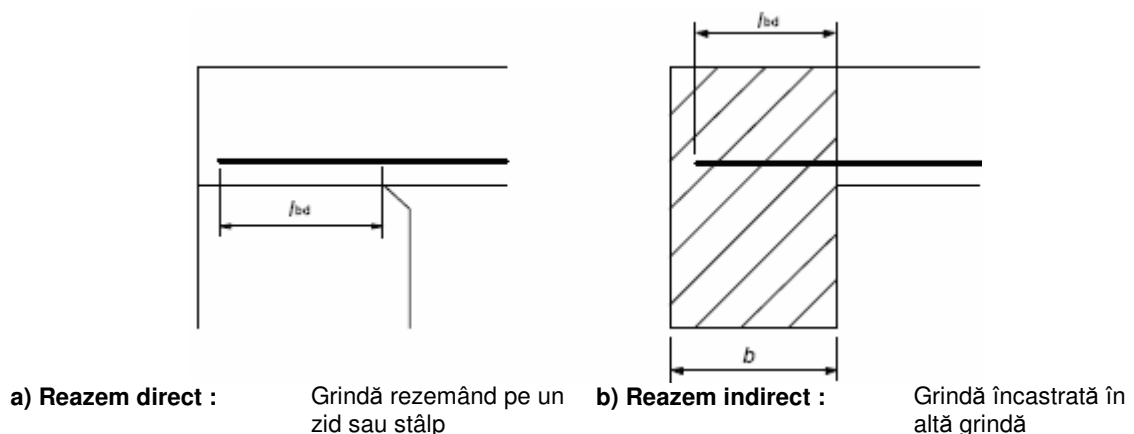


Figura 10.19 - Ancorarea armăturilor inferioare pe reazemele marginale

Ținând seama de expresia (10.67) și adăugând forța axială (dacă există), expresia forței de întindere care trebuie ancorată pe reazem este:

$$F_E = |V_{Ed}| \cdot a_l / z + N_{Ed} \tag{10.68}$$

11. Cazuri speciale de calcul la forță tăietoare

11.1 Străpungere

Dacă o forță concentrată importantă este aplicată pe o placă de beton, cedarea se produce de obicei după o suprafață înclinată, atunci când rezistența la întindere a betonului după direcția eforturilor principale de întindere este depășită (Figura 11.1). Ruperea este bruscă, fără avertizare.

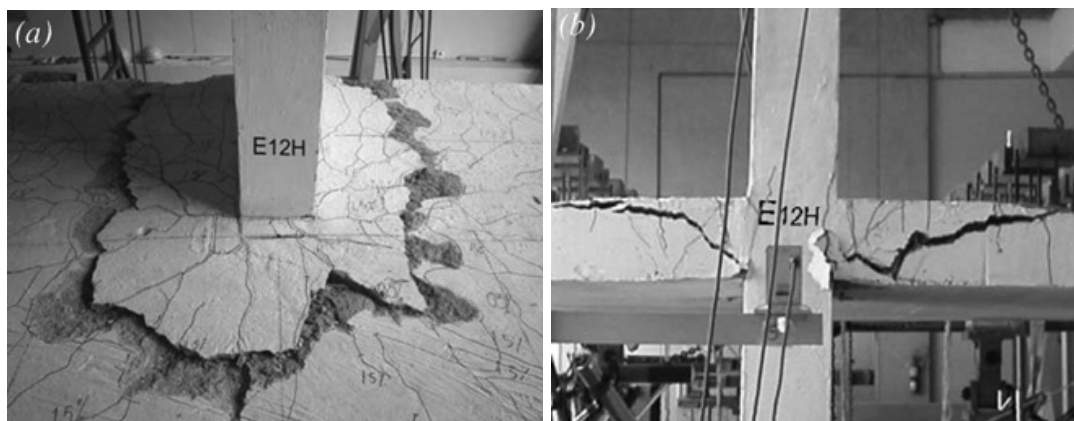


Figura 11.1 – Cedarea unei plăci prin străpungere (Anggadajaja, E. & Teng, S., 2008)

Forma suprafeței de rupere seamănă cu o pâlnie situată între fața stâlpului la partea inferioară a plăcii și intersecțiile ei cu armăturile principale la o distanță care este în mod obișnuit egală cu $2d$ de la fața stâlpului. Această distanță poate varia și poate să fie mai mică dacă placa este slab armată.

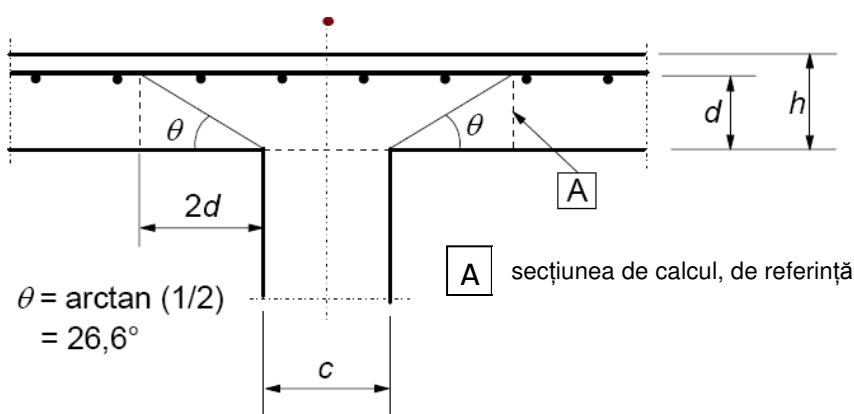


Figura 11.2 - Model pentru verificarea la străpungere la starea limită ultimă

Această situație este tipică pentru planșee dală (planșee fără grinzi, la care placa reazemă direct pe stâlpi) și pentru radiere (care sunt de fapt planșee dală întoarse).

Cele mai multe metode de calcul exprimă rezistența la străpungere în funcție de efortul unitar tangențial nominal egal cu încărcarea de calcul împărțită la o suprafață,

care este produsul dintre perimetrul probabil al bazei superioare a conului de străpungere ("perimetru critic") și grosimea plăcii.

11.1.1 Calculul conform STAS 10107/0-90

Normele românești recomandă relația următoare:

$$Q_{cap} = 0,75p_{cr}h_0R_t \quad (11.1)$$

în care p_{cr} este perimetrul teoretic al suprafeței de forfecare situat la $h_0/2$ de suprafața încărcată (Figura 11a).

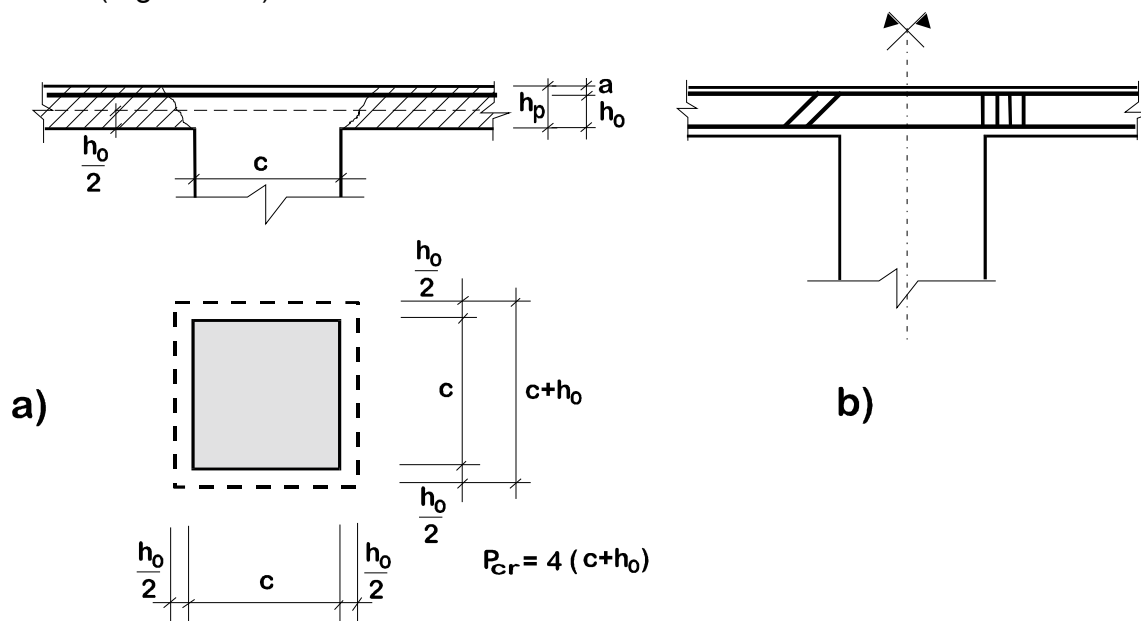


Figura 11.3 - a) perimetrul critic b) armături pentru forță tăietoare

Dacă sunt prevăzute armături de forță tăietoare, contribuția lor la capacitatea la străpungere este luată în calcul și relația de calcul devine:

$$Q_{cap} = 0,5p_{cr}h_0R_t + \sum n_v A_{av} R_{at} + \sum n_i A_{ai} R_{at} \sin \alpha \quad (11.2)$$

în care:

$n_v A_{av}$ = armăturile verticale care traversează fisura înclinată;

$n_i A_{ai}$ = armăturile înclinate cu unghiul α care traversează fisura înclinată.

Trebuie observat că în relația (11.2), contribuția betonului a fost diminuată față de relația (11.1), pentru că prezența armăturilor permite deschiderea mai mare a fisurilor și scade forța transmisă prin beton.

Pentru a evita dezvoltarea unor eforturi de forfecare prea mari în placă, rezistența la forfecare este limitată, oricât de mare ar fi cantitatea de armătură prevăzută, la:

$$Q_{cap} \leq 1,2p_{cr}h_0R_t \quad (11.3)$$

11.1.2 Calculul conform EN 1992-1-1

Perimetrul de referință

Se admite, de regulă, că perimetrul de calcul de referință u_1 este situat la o distanță $2,0d$ de aria încărcată și se trasează acesta astfel încât să se minimizeze lungimea sa (vezi figura 11.4).

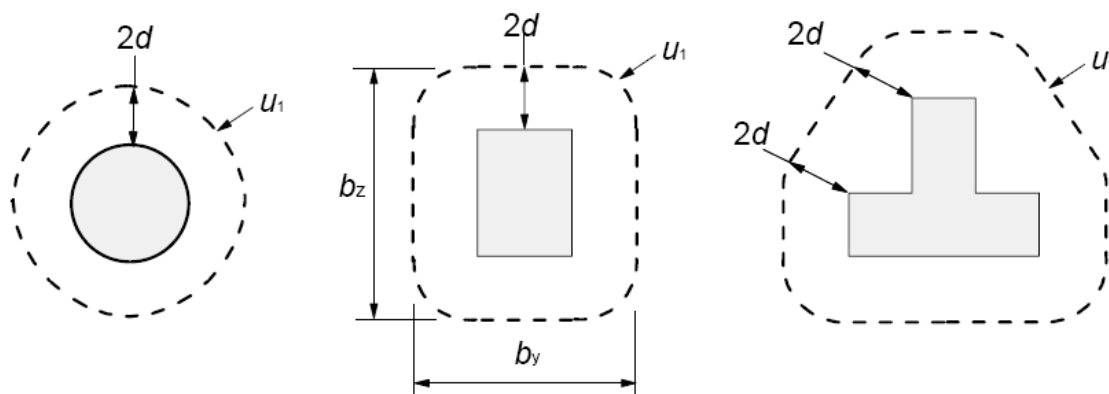


Figura 11.4 - Tipuri de contururi de calcul de referință în jurul ariilor încărcate

Înălțimea utilă a dalei este considerată constantă și se ia egală cu :

$$d_{eff} = \frac{(d_y + d_z)}{2} \quad (11.4)$$

în care d_y și d_z sunt înălțimile utile pentru armături în două direcții ortogonale.

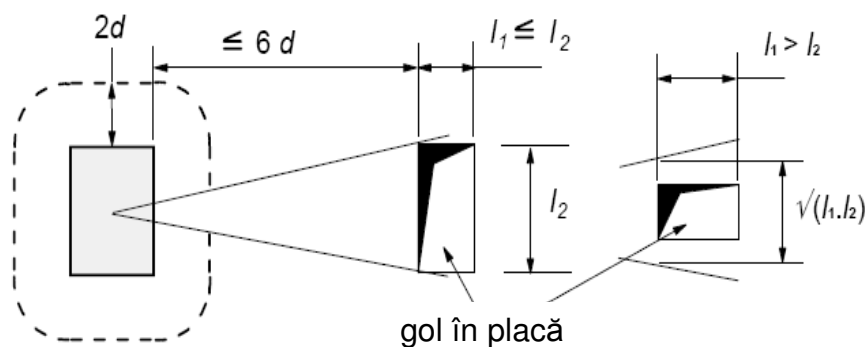


Figura 11.5 - Contur de calcul în vecinătatea unui gol

În cazul ariilor încărcate situate în vecinătatea unor goluri, dacă distanța cea mai mică între conturul ariei încărcate și marginea golului este mai mică sau egală cu $6d$, partea din conturul de calcul cuprinsă între două tangente, duse din centrul ariei încărcate, și gol, este considerată ca neparticipantă (vezi figura 11.5).

În cazul unei arii încărcate situate în vecinătatea unei margini sau a unui colț se va alege un contur de calcul ca cele din figura 11.6.

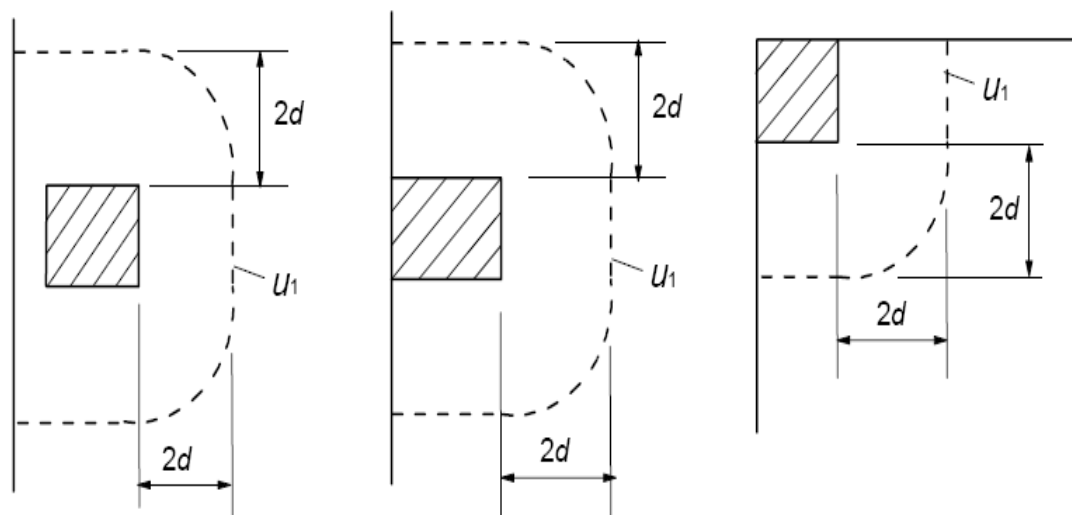


Figura 11.6 - Contururi de calcul de referință pentru arii încărcate în vecinătatea unei margini sau a unui colț

Străpungere centrică și străpungere excentrică

În cazul stâlpilor interiori ai unui planșeu dală solicitat de încărcări verticale, suma momentelor din placă în jurul stâlpului este zero și între dală și stâlp nu trebuie transferată decât forța tăietoare (“străpungere centrică”).

Nu este aceeași situație în cazul stâlpilor marginali și de colț, și chiar în cazul stâlpilor interiori când planșeul este solicitat de forțe orizontale. În aceste situații există un moment neechilibrat care trebuie transferat de la dală la stâlp, și aceasta se face prin încovoiere, torsiune și eforturi tangențiale distribuite neuniform (“străpungere excentrică”).

La stâlpi interiori, transferul se face prin mecanismele descrise în figurile 11.7a și b.

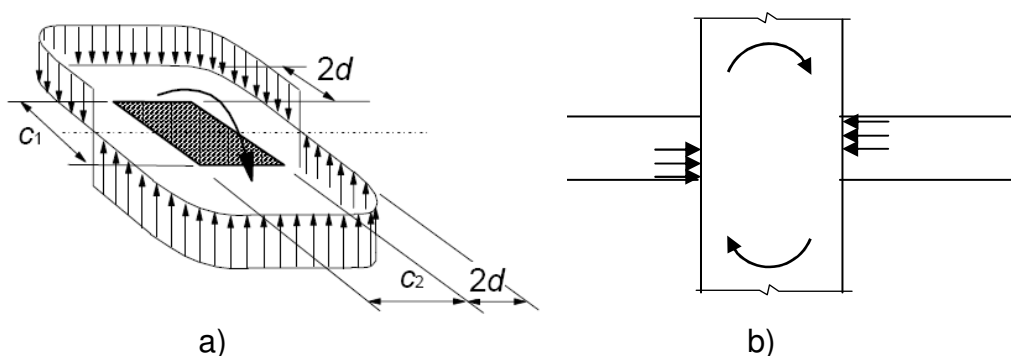


Figura 11.7 – Transferului momentului neechilibrat de la stâlp la placă prin a) repartiția eforturilor tangențiale în placă; b) eforturi de compresiune pe fețe opuse ale stâlpului

Este mai comod însă să se facă calculul ca la străpungere centrică, modificând doar forța tăietoare de calcul pentru a ține seama de efectul momentului neechilibrat:

$$V_{Ed, eff} = \beta V_{Ed} \quad (11.5)$$

în care:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad (11.6)$$

Mărimile care apar în relația (11.6) au semnificația următoare:

u_1 este perimetrul conturului de calcul de referință

k este un coeficient care depinde de raportul dimensiunilor c_1 și c_2 ale stâlpului: valoarea sa este funcție de proporția momentului neechilibrat transmis prin forfecare neuniformă și prin încovoiere și torsiune (vezi tabelul 11.1)

W_i corespunde unei repartiții a eforturilor de forfecare ca în figura 11.7a și este dat de expresia:

$$W_i = \int_0^{u_i} |e| dl \quad (11.7)$$

dl este lungimea elementară a conturului

e este distanța lui dl de la axa față de care acționează momentul neechilibrat M_{Ed} .

Tabelul 6.1 - Valorile lui k pentru arii încărcate rectangulare

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

La stâlpii marginali și de colț mecanismul este diferit, dar se pot folosi aceleași relații, dacă se modifică perimetrul de referință, ca în figura 11.8.

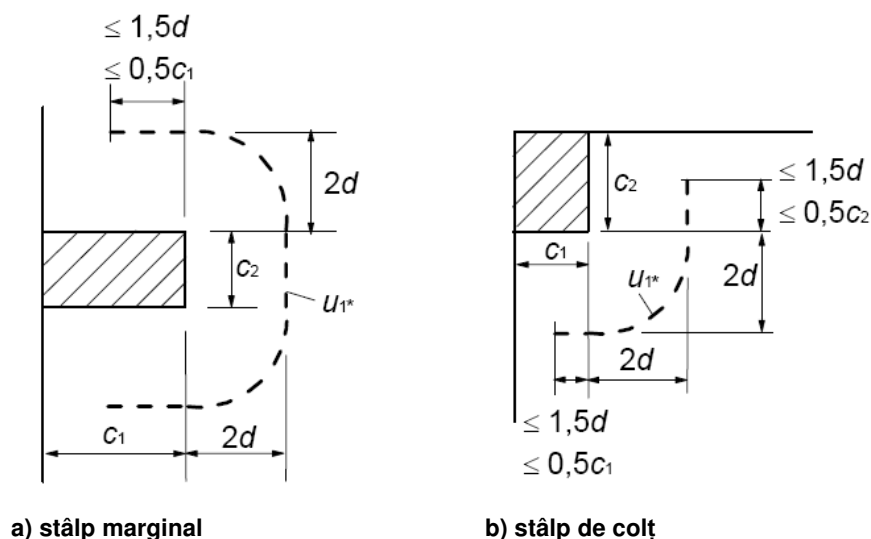


Figura 11.8 - Perimetru conturului de referință redus u_{1*}

Calculul coeficientului β

Stâlpi interiori rectangulari

Coeficientul β se determină cu relația (11.6), în care W_1 are expresia:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4c_2 \cdot d + 16d^2 + 2\pi dc_1 \quad (11.8)$$

în care:

c_1 este dimensiunea stâlpului paralelă cu excentricitatea încărcării

c_2 este dimensiunea stâlpului perpendiculară cu excentricitatea încărcării

Dacă încărcarea este excentrică pe 2 direcții se poate folosi pentru calculul coeficientului β expresia următoare:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad (11.9)$$

în care:

e_y și e_z sunt excentricitățile M_{Ed}/V_{Ed} după axa y și axa z respectiv

b_y și b_z sunt dimensiunile conturului de calcul

Stâlpi interiori circulari

$$\beta = 1 + 0,6\pi \frac{e}{D + 4d} \quad (11.10)$$

în care:

D este diametrul stâlpului circular;

e este excentricitatea încărcării aplicate $e = M_{Ed} / V_{Ed}$.

Stâlpi marginali

Când excentricitatea perpendiculară pe marginea dalei nu este îndreptată către interior se aplică relația (11.6).

Când excentricitatea perpendiculară pe marginea dalei este îndreptată către interior:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par} \quad (11.11)$$

în care:

u_1 este perimetrul conturului de referință ;

u_{1*} este perimetrul conturului de referință redus (vezi figura 11.8a);

e_{par} este excentricitatea paralelă cu marginea dalei, rezultând dintr-un moment față de o axă perpendiculară pe marginea dalei

k poate fi determinat cu ajutorul tabelului 9.1 înlocuind raportul c_1/c_2 cu $c_1/2c_2$;

W_1 este calculat pentru perimetrul de referință u_1 .

Pentru un stâlp rectangular ca în figura 11.8a :

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1 c_2 + 4c_1 d + 8d^2 + \pi d c_2 \quad (11.12)$$

Stâlpi de colț

Când excentricitatea perpendiculară pe marginea dalei nu este îndreptată către interior se aplică relația (11.6).

Când excentricitatea perpendiculară pe marginea dalei este îndreptată către interior:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1'} \quad (11.13)$$

Pentru structurile la care stabilitatea laterală nu depinde de efectul de cadru creat de sistemul dala-stâlpi (adică există un alt sistem structural "de contravântuire", de ex. pereți structurali), și dacă deschiderile adiacente nu diferă cu mai mult de 25%, se pot folosi valori aproximative pentru β , conform figurii 11.9:

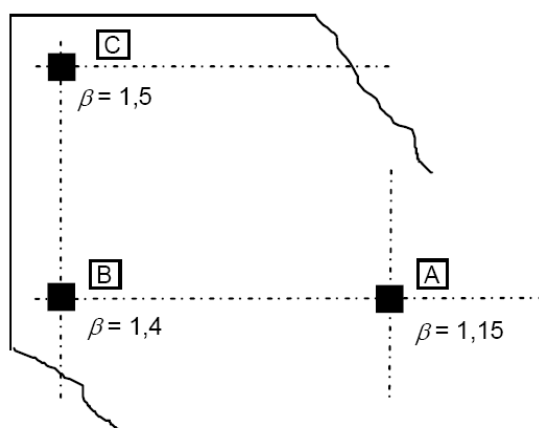


Figura 11.9 - Valori recomandate pentru β conform EN 1992-1-1

Verificarea dalelor fără armătură transversală

În primul rând trebuie limitat efortul tangențial în zona din imediata vecinătate a stâlpului. Pentru aceasta se cere ca în lungul conturului stâlpului sau al conturului ariei încărcate u_0 , efortul unitar de străpungere să depășească valoarea maximă a rezistenței la străpungere :

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max} = 0,5 v f_{cd} \quad (11.14)$$

$$\text{în care } v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

sau, în forțe:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = 0,5 u_0 v f_{cd} \quad (11.14')$$

Nota: Perimetrul u_0 se calculează astfel (pentru notații vezi fig. 11.8):

- pentru un stâlp interior $u_0 = \text{perimetrul stâlpului}$
- pentru un stâlp marginal $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$
- pentru un stâlp de colț $u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$

În al doilea rând, trebuie verificat dacă sunt necesare armături pentru străpungere. Dacă în lungul conturului de control u_1 este îndeplinită condiția:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (11.15)$$

nu sunt necesare armături de străpungere, în care $v_{Rd,c}$ este rezistența la străpungere a betonului, și are o expresie similară cu rezistența betonului în cazul verificării obișnuite la forță tăietoare:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) \quad (11.16)$$

în care:

f_{ck} este în MPa

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{cu } d \text{ în mm}$$

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c = 0,12.$$

$$k_1 = 0,1$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (11.17)$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$$

ρ_{ly}, ρ_{lz} se referă la armăturile întinse aderente în direcțiile y și z respectiv și se calculează ca valori medii pe o lățime de placă egală cu lățimea stâlpului plus $3d$ de o parte și de alta.

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz}) / 2$$

cu σ_{cy}, σ_{cz} eforturile normale în beton în secțiunea critică în direcțiile y și z (MPa, pozitive la compresiune) :

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad \text{și} \quad \sigma_{cz} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}}$$

$N_{Ed,y}, N_{Ed,z}$ forțele axiale ce acționează pe lățimile de placă asociate stâlpilor. Forța axială poate rezulta dintr-o încărcare exterioară sau din precomprimare.

A_c aria secțiunii de beton care corespunde forței N_{Ed}

Verificarea dalelor cu armătură transversală

Dacă v_{Ed} este mai mare ca $v_{Rd,c}$ pentru secțiunea de calcul considerată, trebuie prevăzute armături de străpungere. În acest caz, capacitatea la străpungere este dată de expresia:

$$v_{Rd,cs} = 0,75 v_{Rd,c} + 1,5 (d / s_r) A_{sw} f_{ywd,ef} (1 / (u_1 d)) \sin \alpha \quad (11.18)$$

în care:

A_{sw} este aria unui perimetru al armăturii de străpungere în jurul stâlpului [mm²]

s_r este distanța pe direcție radială a perimetrelor de armături de străpungere [mm]

$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$ [MPa] este rezistența efectivă de calcul a armăturilor de străpungere,

d este media înălțimilor utile în direcțiile ortogonale [mm]

α este unghiul între armăturile străpungere și planul dalei. Dacă se prevede un singur rând de bare înclinate, atunci în expresia (11.18) raportul d/s_r se ia 0,67.

Conturul de calcul u_{out} (sau $u_{out,ef}$, vezi fig. 11.10) de la care nu mai sunt necesare armături de străpungere se determină cu expresia :

$$u_{out,ef} = \beta V_{Ed} / (v_{Rd,c} d) \quad (11.19)$$

Atunci când se utilizează ca armături pentru străpungere produse cu marcă înregistrată, valoarea $v_{Rd,cs}$ este dată în Acordului Tehnic European corespunzător.

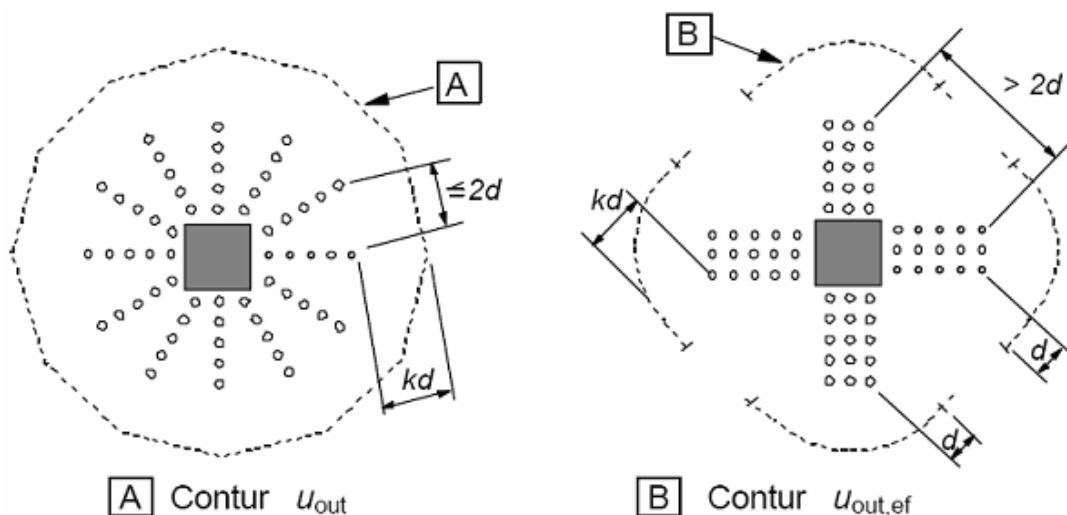


Figura 11.10 - Contururi de calcul pentru stâlpi interiori

Prevederi constructive pentru dispunerea armăturilor pentru străpungere

Cel mai îndepărtat perimetru al armăturii de străpungere se amplasează la o distanță mai mică sau egală cu $1,5d$ în interiorul lui.

Armăturile de străpungere trebuie dispuse în interiorul conturului dincolo de care nu mai este necesară armătură de străpungere u_{out} (sau $u_{out,ef}$), între suprafața încărcată sau stâlpul de reazem până la distanța $1,5d$ la interiorul conturului u_{out} (sau $u_{out,ef}$). Trebuie prevăzute cel puțin două rânduri de armături pe direcție radială (vezi figura 11.11), distanțate cu cel mult $0,75d$.

Distanța între armături de-a lungul unui contur nu trebuie să fie mai mare de $1,5d$, când acesta este în interiorul conturului de control de referință (situat la mai puțin de $2d$ de suprafața încărcată).

La exteriorul primului contur unde etrierii sunt necesari pentru rezistența la forță tăietoare, distanța dintre aceștia de-a lungul conturului care face obiectul verificării nu trebuie să fie mai mare decât $2d$ (vezi figura 11.10).

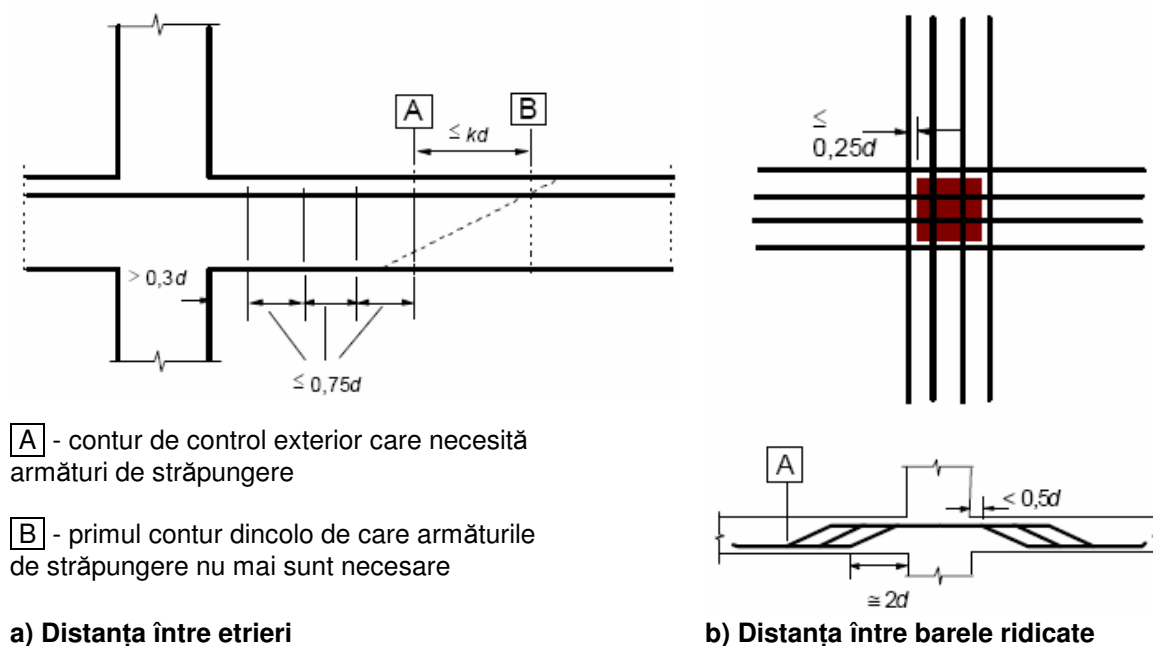


Figura 11.11 – Dispunerea armăturilor de străpungere

Pentru barele ridicate dispuse ca în figura 11.11b, un singur rând de armături pe direcție radială poate fi considerat suficient.

Barele ridicate care traversează suprafața încărcată sau se găsesc la o distanță mai mică de $0,25d$ de aceasta pot fi utilizate ca armături de străpungere (vezi figura 11.11b).

Distanța dintre fața reazemului, sau circumferința suprafeței încărcate, și armăturile de străpungere cele mai apropiate luate în calcul este limitată la $d/2$. Această distanță se măsoară la nivelul armăturilor întinse. Când este prevăzut un singur rând de bare ridicate, unghiul lor de îndoire poate fi redus la 30° .

Când armăturile de străpungere sunt necesare din calcul, trebuie dispusă o cantitate minimă, $A_{sw,min}$, care este dată de expresia (11.20) :

$$A_{sw,min} \cdot (1,5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} \quad (11.20)$$

în care:

- $A_{sw,min}$ este aria unei armături;
- α este unghiul dintre armăturile de străpungere și armăturile principale (adică pentru etrieri verticali, $\alpha = 90^\circ$ și $\sin \alpha = 1$)
- s_r este distanța dintre armături în direcția radială
- s_t este distanța dintre armături în direcția tangențială
- f_{ck} este în MPa

11.2 Forfecare în rosturi

Uneori trebuie transmise forțe tăietoare între două elemente (sau părți ale elementului) care pot aluneca între ele. Este vorba de rosturile de turnare, între betonul vechi și betonul nou, ca în figura 11.12 sau de interfața dintre un element prefabricat și o altă parte turnată monolit (fig. 11.13).

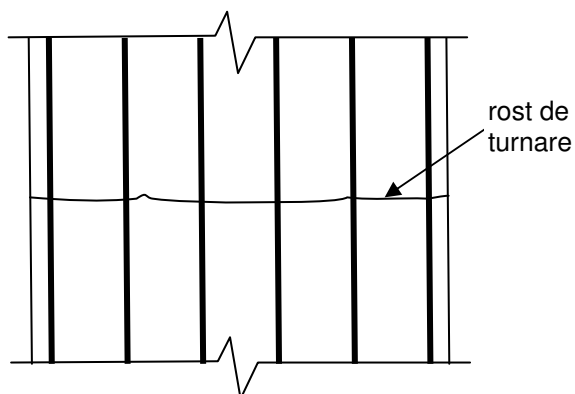


Figura 11.12 – Rost de turnare la un perete structural de beton armat

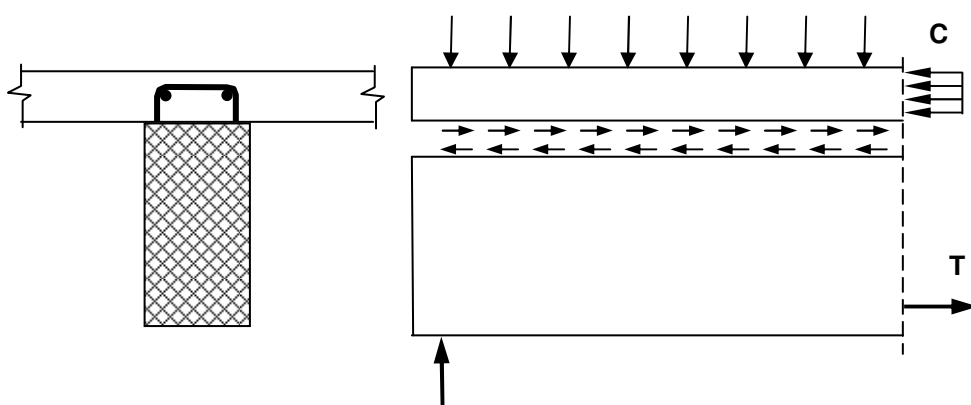


Figura 11.13 – Rost între grinda prefabricată și placa turnată monolit

Planul de forfecare are o suprafață rugoasă și când se produce o deplasare relativă a celor două fețe (fig. 11.14) se produce, în afară de o deplasare Δ_h paralelă cu planul, și o deplasare Δ_v perpendiculară pe plan (dilatantă).

Dacă dilatanța este împiedicată de armăturile de conectare (care traversează rostul), aceste armături vor fi solicitate la întindere, în timp ce betonul de pe cele două fețe va fi comprimat (fig. 11.15a), ceea ce mărește forța de frecare între cele două fețe ale rostului.

Forțele care acționează în planul de forfecare sunt : frecarea între cele două suprafețe, efectul de dorn al conectorilor și întrepătrunderea rugozităților betonului de pe cele două fețe. Cum ultimele două fenomene sunt greu de cuantificat, modelul de calcul se bazează pe o forță de frecare echivalentă: rezistența la forfecare este egală cu forța de compresiune normală multiplicată cu un coeficient de frecare. Forța de compresiune este egală cu forța de compresiune aplicată (din încărcări) și forța de întindere (la curgere) a conectorilor. În cazul conectorilor înclinați, componenta verticală a forței din conectori se adaugă la forța de compresiune, în timp ce componenta orizontală se poate adăuga direct la rezistența la forfecare (fig. 11.15b).

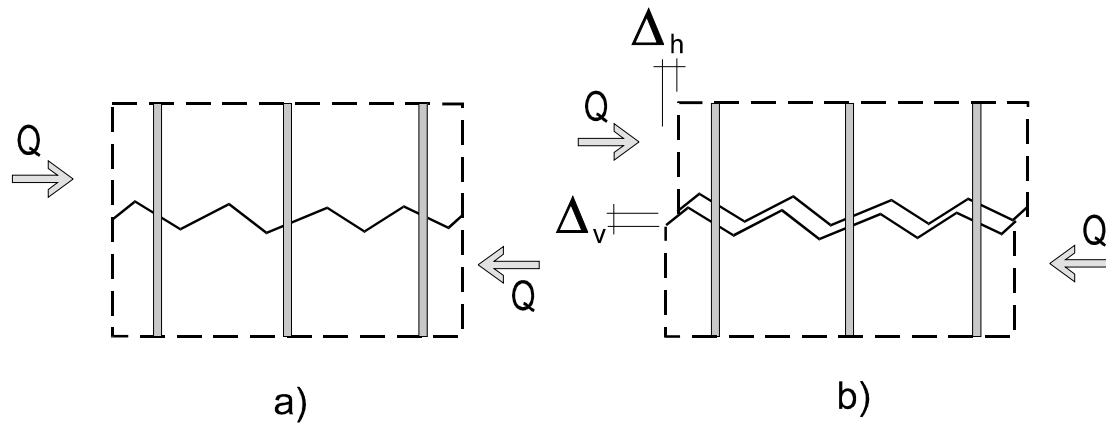


Figura 11.14 – Forfecare după un plan date. Dilatanță datorită rugozității suprafeței

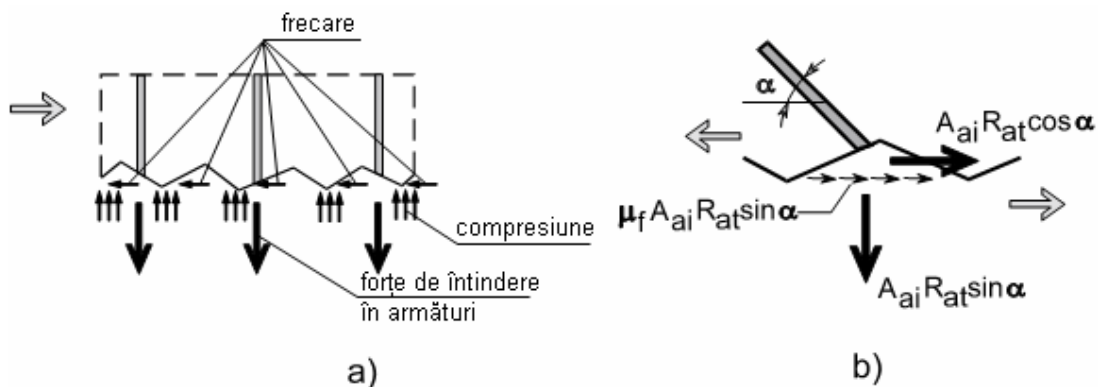


Figura 11.15 - Forțe în planul de forfecare a) cazul armăturilor perpendiculare; b) cazul armăturilor înclinate

Modelul propus mai sus a fost descris de Birkeland în 1966 (Birkeland&Birkeland, 1966), iar valorile coeficienților de frecare se bazează pe studiile lui Mattock și colaboratorilor săi (Hofbeck et al., 1969)

11.2.1 Calculul după STAS 10107/0-90

Rezistența rostului (forța de lunecare capabilă) este dată de expresia următoare:

$$L_{cap} = \mu_{\phi}(A_{ac}R_{at} + N) + A_{ai}R_{at}(\cos\alpha + \mu_f \sin\alpha) \quad (11.21)$$

în care:

μ_f = coeficient echivalent de frecare;

A_{ac} = aria armăturilor de conectare perpendiculare pe rost;

A_{ai} = aria armăturilor de conectare înclinate cu un unghi α față de planul de forfecare;

N = forța de compresiune datorită încărcărilor aplicate pe structură.

Pentru coeficientul echivalent de frecare, STAS 10107/0-90 prevede valorile următoare:

- $\mu_f = 1,4$ pentru beton turnat pe un beton întărit curățat de laptele de ciment și cu asperități sau profilatură realizate artificial cu adâncimea mai mare de 5 mm;
- $\mu_f = 1,0$ pentru beton turnat pe un beton întărit curățat de laptele de ciment și cu asperități sau profilatură realizate artificial cu adâncimea între 2 și 5 mm
- $\mu_f = 0,7$ pentru beton turnat pe un beton întărit curățat de laptele de ciment, sau pe plăci metalice curățate de rugină.

De asemenea se limitează valoare forței care trebuie să fie preluată de planul de lunecare la:

$$L_{max} = 4bl_0R_t \quad (11.22)$$

în care:

b este lățimea rostului;

l_0 este lungimea rostului;

R_t este cea mai mică dintre rezistențele de calcul la întindere ale betoanelor aflate în contact;

În cazul în care rostul este perpendicular pe axul elementului (ca de ex. la pereții structurali din fig. 11.12), trebuie verificată relația:

$$Q \leq L_{cap} \quad (11.23)$$

în care Q este forța tăietoare de calcul în secțiunea respectivă, iar L_{cap} se determină cu relația (11.21).

În cazul în care rostul este paralele cu axul elementului (ca de ex. la elementele prefabricate cu suprabetonare din fig. 11.13), trebuie verificată relația:

$$L \leq L_{cap} \quad (11.23)$$

în care L_{cap} se determină cu relația (11.21) în care $N = 0$, iar L este asociată cu capacitate elementului, adică $L = T = A_a R_a$, care reprezintă capacitatea armăturii corespunzătoare proționii de element analizate.

Calculul se face pentru porțiunile pe care momentul nu schimbă de semn, adică pentru zona de moment negativ, de la reazem la punctul de inflexiune, cu L calculat cu călăreții de pe reazem, respectiv pentru zona de moment pozitiv, de la punctul de inflexiune la punctul de moment maxim în câmp, cu armătura corespunzătoare momentului maxim în câmp.

Conectorii rezultați pot fi distribuiți uniform pe lungimea de calcul.

În cazul structurilor antiseismice, în zona plastică potențială trebuie luate măsuri suplimentare.

11.2.2 Calculul după EN 1992-1-1

Efortul unitar capabil de lunecare în rost este:

$$v_{Rdi} = cf_{ctd} + \mu\sigma_n + \rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5v_{fd} \quad (11.24)$$

în care :

c și μ sunt coeficienți care depind de rugozitatea interfeței;

f_{ctd} este rezistența de calcul la întindere a betonului

σ_n este efortul unitar produs de forța axială minimă normală la interfață care acționează în același timp cu forța de lunecare; este pozitiv dacă este de compresiune, dar limitat la $\sigma_n < 0,6 f_{cd}$, și negativ la întindere.

$$\rho = A_s / A_i$$

A_s aria armăturilor ce traversează interfața, (inclusiv a armăturilor pentru forță tăietoare, dacă există), ancorate de o parte și de alta a interfeței;

A_i aria rostului;

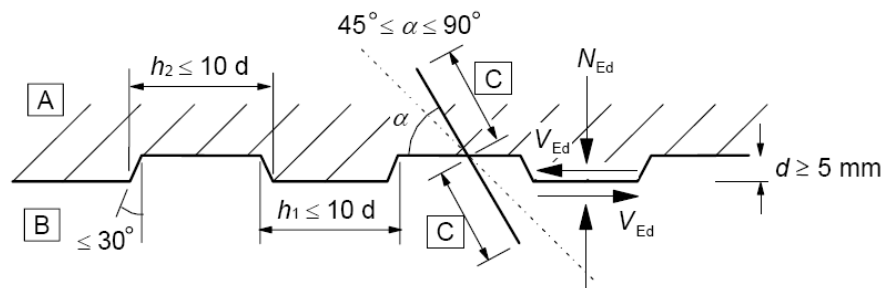
α unghiul făcut de armăturile A_s , limitat la $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;

v coeficient de reducere a rezistenței, $v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$

Suprafețele rosturilor sunt după cum urmează :

- foarte netedă: suprafață turnată în contact cu un tipar de oțel, mase plastice sau lemn tratat special: $c = 0,25$ și $\mu = 0,5$
- netedă: suprafață realizată cu ajutorul cofrajelor glisante, suprafață extrudată sau suprafață necofrată lăsată fără tratament ulterior: $c = 0,35$ și $\mu = 0,6$
- rugoasă : suprafață prezentând asperități de cel puțin 3 mm înălțime distanțate la circa 40 mm, obținute prin striere, spălare, etc.: $c = 0,45$ și $\mu = 0,7$
- cu praguri: suprafață prezentând dinți ca în figura 11.16 : $c = 0,50$ și $\mu = 0,9$

Atunci când σ_n este efort de întindere, se ia $c = 0$, iar sub încărcări dinamice sau repetate, valoarea coeficientului c trebuie multiplicată cu 0,5.



A- beton nou **B**- beton vechi **C**- ancoraj

Figura 11.16 - Rost de turnare cu praguri cf. EN 1992-1-1

Relația de verificare este:

$$V_{Edi} \leq v_{Rdi} \quad (11.25)$$

Efortul unitar capabil v_{Rdi} este dat de expresia (11.24), iar v_{Edi} este valoarea de calcul a efortului de lunecare pe interfață, dată de :

$$v_{Edi} = \beta \cdot V_{Ed} / (z \cdot b_i) \quad (11.26)$$

în care:

- β este raportul între forța axială în betonul nou și forța axială totală din zona comprimată (respectiv zona întinsă, dacă rostul se află în zona întinsă);
- V_{Ed} este forța tăietoare în secțiunea considerată;
- z este brațul de pârghie al forțelor interne ale secțiunii compozite;
- b_i este lățimea interfeței.

Armăturile transversale (conectorii) pot fi repartizate pe zone cu pas constant în lungul elementului, așa cum se arată în figura 11.17.

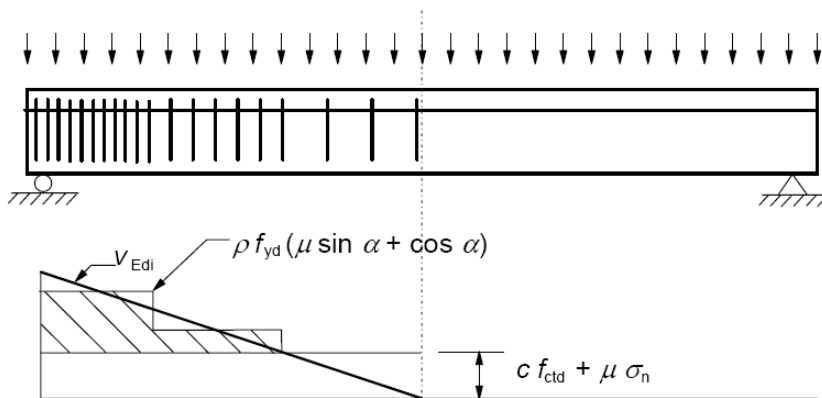


Figura 11.17 - Diagrama eforturilor de forfecare care dă armătura de conectare necesară (EN 1992-1-1)

11.3 Reazeme indirecte și armături suspendate

Când o grindă nu sprijină pe un element vertical (stâlp, perete structural), ci pe o altă grindă, spunem că avem o *rezemare indirectă*. Exemplul din figura 11.18 prezintă o grindă secundară rezemată pe o grindă principală, situație întâlnită frecvent la planșeele de beton armat.

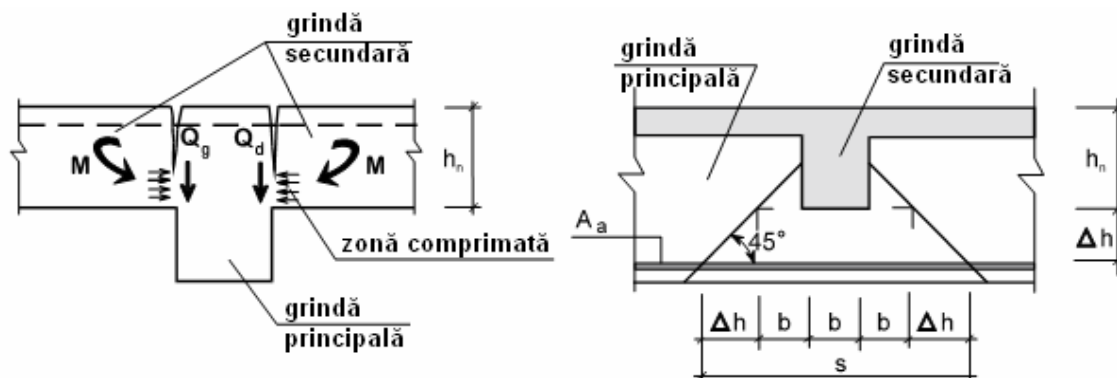
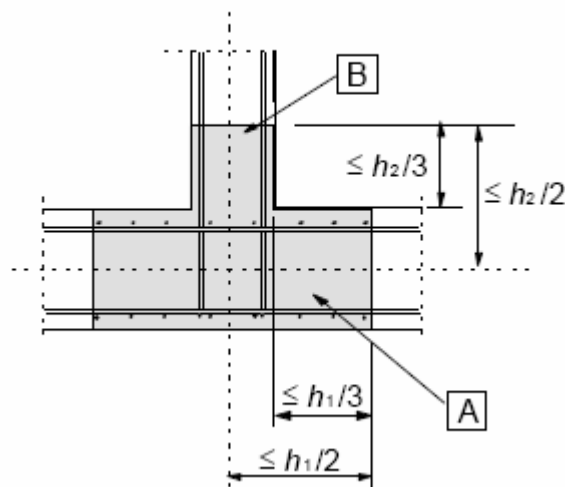


Figura 11.18 – Reazem indirect a) Transmiterea forței tăietoare prin zona comprimată; b) Zona afectată de eforturi de întindere după STAs 10107/0-90

Transmiterea forței tăietoare de la grinda secundară la cea principală se face prin betonul zonei comprimate a grinzii secundare, într-o zonă situată la partea inferioară a grinzii principale. Forța totală transmisă de la grinda secundară $V_1 + V_2$ are tendința de a disloca partea inferioară a grinzii principale, după planuri de fisurare inclinate. Pentru a evita acest fenomen, trebuie prevăzute armături de suspendare în grinda principală în zona de intersecție cu grinda secundară.

STAS 10107/0-90 prevede dispunerea acestora pe o lățime s (fig. 11.18b). EN 1992-1-1 recomandă dispunerea armăturilor de suspendare ca în figura 11.19, permițând dispunerea unei părți din armături în grinda secundară.

Armăturile (etrierii) de suspendare se adaugă la etrierii determinați în grindă printr-un calcul la forță tăietoare (vezi cap. 10).



Ⓐ grindă suport de înălțime h_1

Ⓑ grindă purtată de înălțime h_2 ($h_1 \geq h_2$)

Figura 11.19 - Dispunerea armăturilor de suspendare în zona de intersecție a două grinzi (vedere în plan) cf. EN 1992-1-1

Un fenomen asemănător celui de mai sus este cel al “încărcărilor suspendate” (fig. 11.20), când încărcările sunt aplicate la partea inferioară a grinzii, de obicei uniform distribuite pe lungimea acesteia. Aceste sarcini trebuie transmise la partea superioară a grinzii prin armături transversale suplimentare.

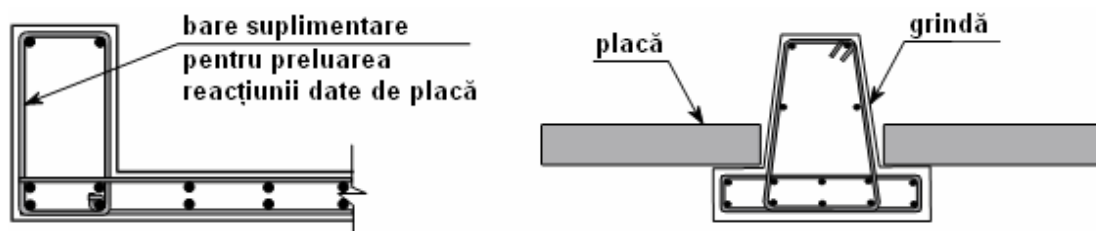


Figura 11.20 – Exemple de încărcări suspendate

12. Proiectarea zonelor de discontinuitate

12.1 Definirea zonelor de discontinuitate

Elementele structurale pot fi împartite în zone în care se poate aplica teoria de grinda, numite *regiuni B*, și zone de discontinuitate, numite și *zone D*, în care nu se poate aplica teoria de grinda.

Exemple de zone D sunt zonele din vecinătatea reacțiilor sau forțelor concentrate, consolele scurte, grinzile-pereti, nodurile grinda-stalp, zonele de schimbare brusca de secțiune sau zonele cu goluri (fig. 12.1).

Proiectarea acestor zone se facea pe baza de reguli "constructive" sau prin metode empirice. Începând de la mijlocul anilor '80, proiectarea acestor zone a început să fie făcută cu metoda "strut and tie" (STM) formulată de prof. Schlaich de la Universitatea din Stuttgart (Schleich & Schäfer, 1984).

Conform principiului lui St. Venant aceste zone se întind pe o distanță de la perturbație egală cu înălțimea elementului. Pe această bază se poate considera că zonele D se întind pe o distanță egală cu înălțimea elementului, de o parte și de alta a perturbației (fig. 12.1).

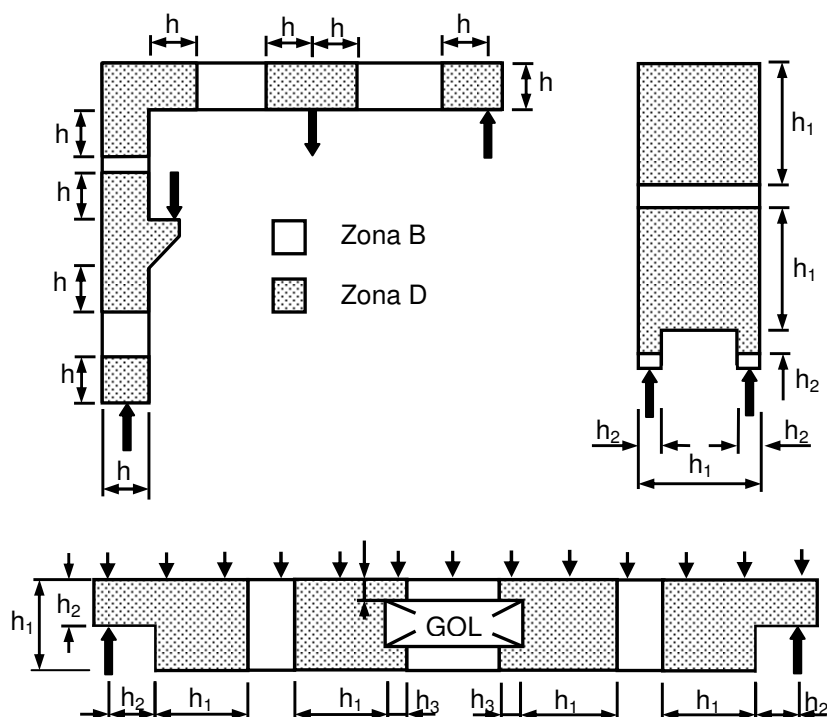


Figura 12.1 – Exemple de regiuni B și D

Înainte de fisurare există în aceste zone un câmp elastic de tensiuni, care se poate determina printr-o analiză elastică, utilizând de exemplu metoda elementelor finite. Fisurarea perturbă acest câmp de tensiuni, conducând la o reorientare substanțială a eforturilor interne. După fisurare, forțele interne pot fi modelate cu *biele* de beton (comprimate), *tiranți* constituiți din armăturile întinse și îmbinările acestor biele și tiranți, numite *zone nodale* (figura 12.2).

În figura 12.2, barele comprimate (biele) sunt reprezentate cu linii întrerupte, iar barele întinse (tiranții) cu linii continue.

Deci metoda ST este destinată proiectării zonelor D fisurate.

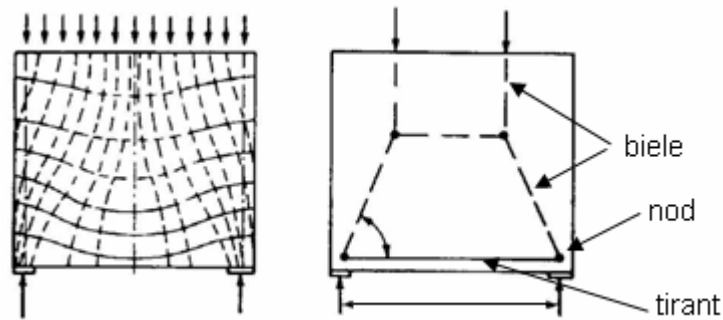


Figura 12.2 – Trajectoriile eforturilor principale și schema de grindă cu zabrele

12.2 Schema de rezolvare a zonelor D

Principial, metoda de rezolvare a zonelor D comportă următorii pași :

1. **Izolarea zonelor D.** Se poate presupune că discontinuitățile se întind aproximativ pe o distanță h de la perturbație.
2. **Calcularea eforturilor interne la limitele elementului.** Aceasta se poate face folosind teoria betonului armat sau un calcul elastic (fig. 12.3a,b).
3. **Subîmpărțirea limitei elementului și calculul forței rezultante pe fiecare porțiune.** Aceasta se poate face fie împărțind marginea zonei D în intervale de lungimi egale (fig. 12.3c), fie împărțind în intervale astfel alese încât forțele de compresiune și de întindere să se compenseze reciproc (aceasta simplifică modelul ST).
4. **Se desenează o grindă cu zabrele care să transmită forțele de la o limită la cealaltă a elementului.** În general grinda cu zabrele trebuie să fie aleasă astfel încât să minimizeze cantitatea de oțel. Când 2 forțe necoliniare se întâlnesc într-un punct, o a treia forță este necesară pentru a asigura echilibrul : de exemplu când două biele se întâlnesc în nod (fig. 12.4a) sub un unghi oarecare, este necesar un tirant pentru a asigura echilibrul. Dacă o armatură este îndoită în jurul unui colt, atunci este necesar ca pe direcția bisectoarei unghiului să acționeze fie o forță de compresiune spre interior, fie o forță de întindere spre exterior (fig. 12.4b).
5. **Verificarea eforturilor în barele și nodurile grinzii cu zăbrele.** Se poate considera că tiranți sunt solicitați la valoarea efortului unitar de curgere în armatură f_{yd} , iar bielele și nodurile sunt solicitate la rezistența efectivă la compresiune a betonului $\sigma_{Rd, max}$.

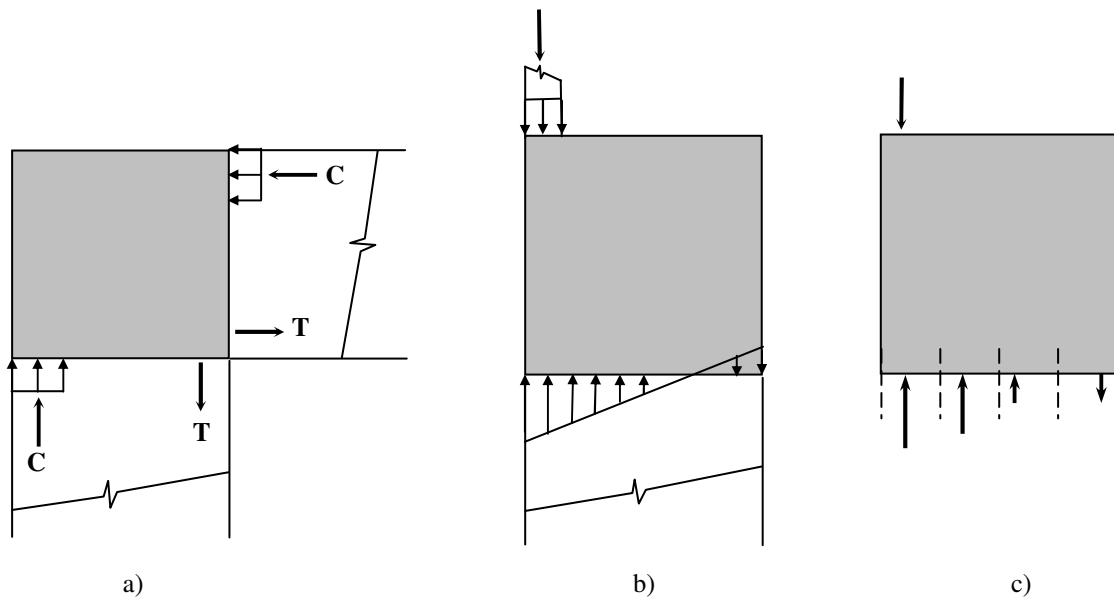


Figura 12.3 – Forțele la limitele zonei D : a) Forțe într-un nod de cadru; b) Eforturi unitare la limita unei zone D; c) Forțe la limita zonei D

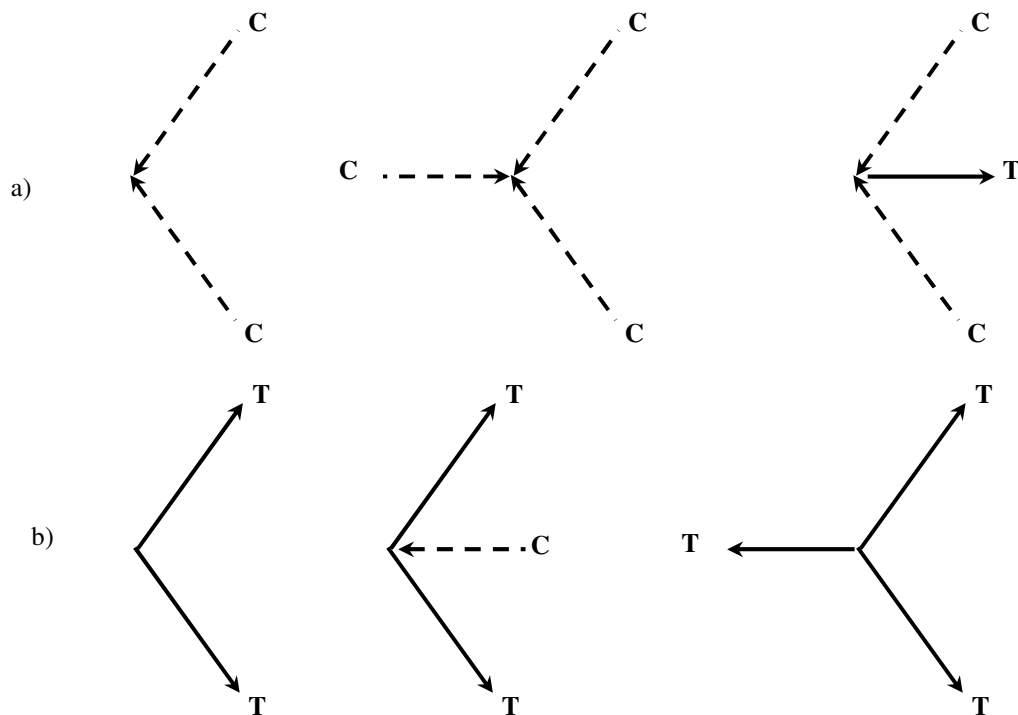


Figura 12.4 – Echilibrul forțelor la nod : a) când se întâlnesc 2 biele; b) când se întâlnesc doi tiranți

12.3 Componentele modelelor ST

12.3.1 Biele

În modelele ST, bielele reprezintă zone de beton cu eforturi de compresiune ; efortul de compresiune dominant are direcția bielei.

Bielele sunt frecvent reprezentate schematizat ca niște elemente rectangulare (fig. 12.5a), dar în realitate au de cele mai multe ori forma de "gât de sticlă" dublu (fig. 12.5b), datorită faptului că secțiunea de beton este mai mare în zona mijlocie a bielei. Bielele în formă de "gât de sticlă" pot fi reprezentate cu schema ST din figura 12.5c. Dispersarea eforturilor de compresiune dă naștere la eforturi de întindere transversală, care pot provoca fisurarea longitudinală a bielei, și, în lipsa unei armături transversale, cedarea bielei.

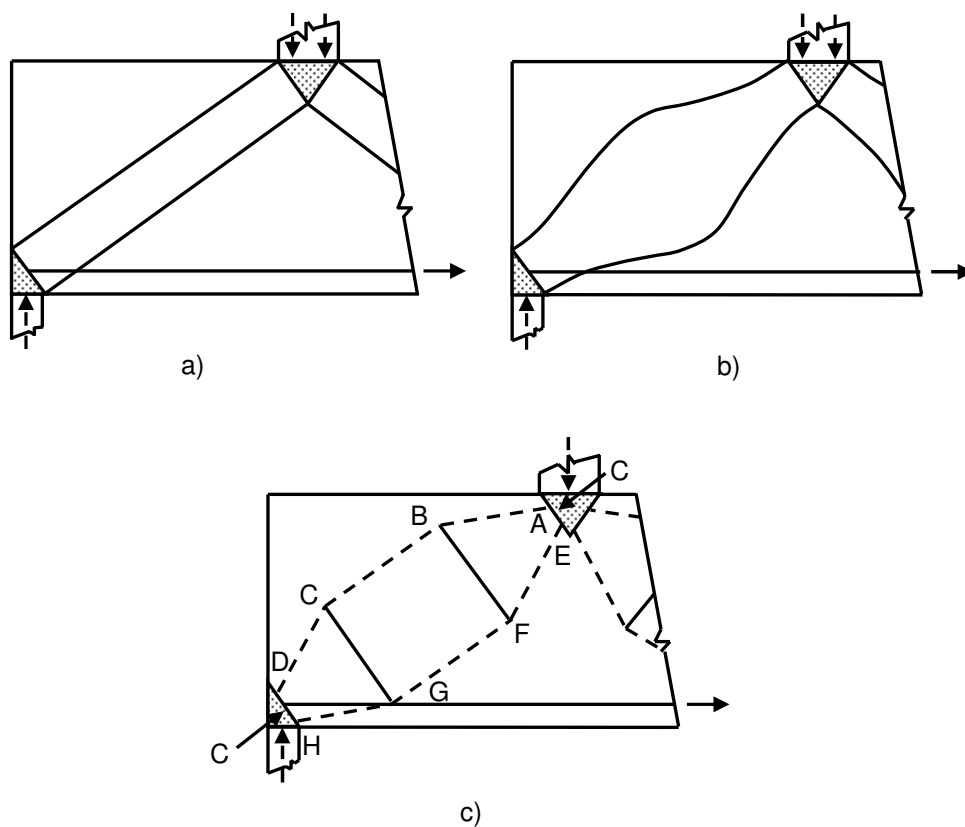


Figura 12.5 – Reprezentarea bielelor de beton : a) forma simplificată; b) forma de "gât de sticlă"; c) model ST pentru forma de "gât de sticlă"

a) Cedarea prin fisurare longitudinală

Forța de întindere în tirant, calculată pe baza modelelor ST din figura 12.6 este (CEN, 2004) :

- pentru zonele cu discontinuitate parțială ($b \leq H/2$), vezi fig. 12.6a :

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{a}{h} \right) C \quad (12.2a)$$

Studiile întreprinse de Collins și colaboratorii săi (de ex. Vecchio & Collins, 1993) au arătat că rezistența la compresiune a betonului cu armături transversale întinse scade în funcție de mărimea deformației transversale de întindere. În EN 1992-1-1 este dată pentru simplificarea calculului, o valoare constantă (relația 12.3b). Pot fi utilizate și alte valori pentru $\sigma_{Rd, max}$, dacă acestea pot fi justificate.

12.3.2 Tiranți

Tiranții reprezintă unul sau mai multe rânduri de armături paralele și se dimensionează cu relația :

$$A_s f_{yd} \geq T_d \quad (12.5)$$

unde T_d este forța de întindere determinată cu încărcările de calcul.

Tiranții pot ceda datorită ancorării insuficiente. Ancorarea tiranților este un aspect major în proiectarea zonelor D cu metoda ST.

12.3.3 Zone nodale

Nodurile apar la intersecția mai multor bare (biele, tiranți), de obicei sub forțele concentrate, la reazeme, în zonele de ancorare ale armăturilor sau cablurilor de precomprimare, în punctele de îndoire ale armăturilor sau la frângerile și imbinările elementelor structurale.

Prima condiție pe care trebuie să o îndeplinească nodul este *echilibrul forțelor* care converg în nod, adică $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ și $\Sigma M_z = 0$. Ultima relație implică concurența forțelor în nod. Primele două relații implică prezența unei a treia bare dacă primele două nu sunt coliniare.

A doua condiție este ca betonul din nod să nu depășească *rezistența* la compresiune a betonului din nod $\sigma_{Rd, max}$. Această rezistență este cu atât mai redusă cu cât starea de eforturi în nod este mai defavorabilă (întinderi pe una sau două direcții). Relația de calcul este:

$$\sigma_{Rd, max} = k v' f_{cd} \quad (12.6)$$

în care v' este dat de relația (12.4), iar k este dat în tabelul 12.1.

Tabelul 1 – Valorile coeficientului k (dupa EN 1992-1-1)

Noduri	k
- fără tiranți (CCC)	1.0
- cu 1 tirant ancorat în nod (CCT)	0.85
- cu mai multi tiranți ancorați în nod (CTT)	0.75
- în stare triaxială de compresiune	3

În sfârșit, a treia condiție, în cazul nodurilor în care sunt ancorați tiranți, este asigurarea *lungimii de ancoraj* a acestora l_{bd} (lungime de ancoraj care se calculează conform prescripțiilor în vigoare, de ex. EN1992-1-1, §8.4 și §8.6).

Construcția nodurilor se face de regulă considerând fețele nodului perpendiculare pe secțiunile bielor și tiranților care concură în nod (fig. 12.7a) și eforturi unitare egale pe toate fețele nodului.

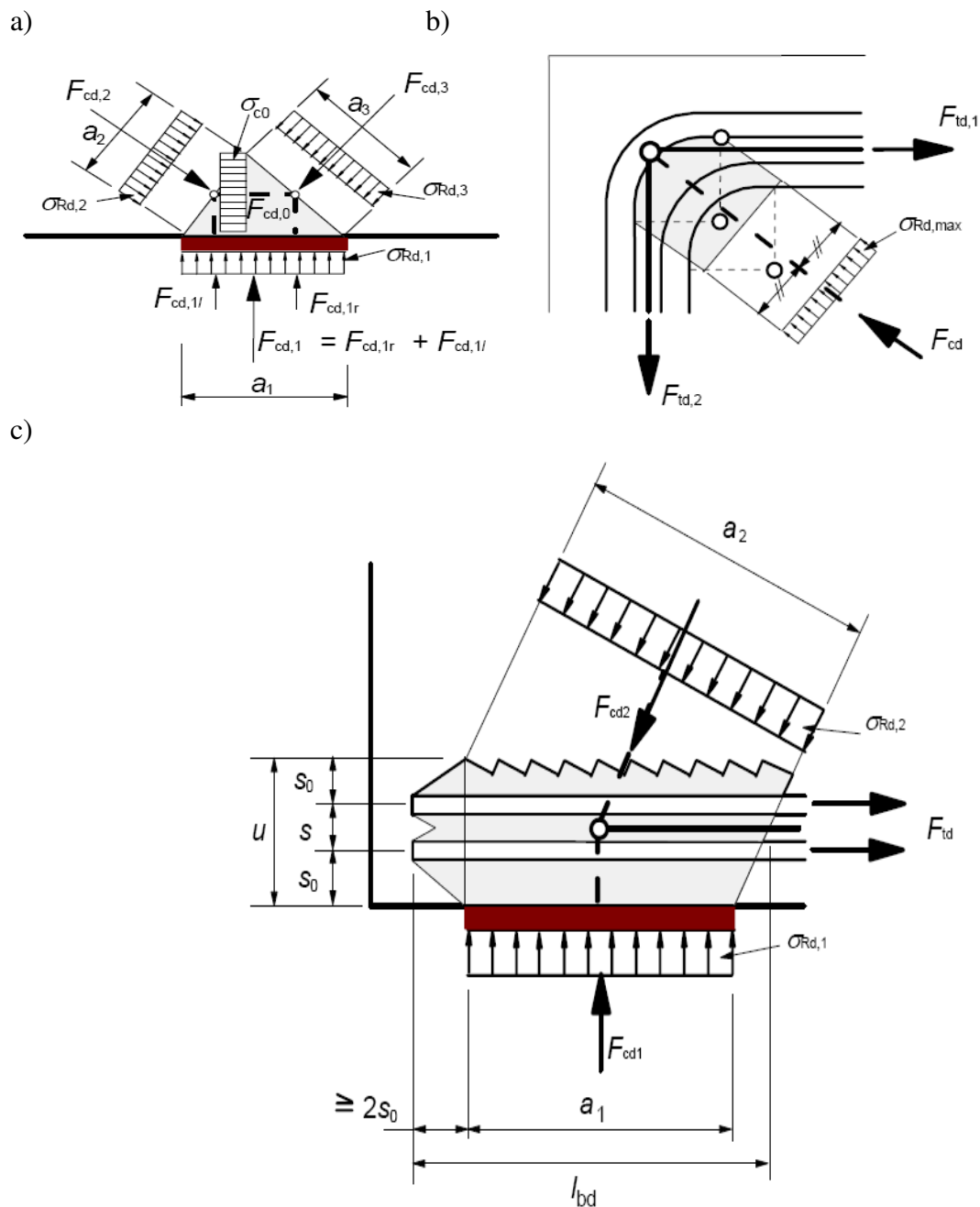


Figura 12.7 – Câțeva tipuri de noduri : a) nod CCC; b) nod CTT; c) nod CCT.

Prima condiție (perpendicularitatea) asigură prezența pe fețele nodurilor numai a eforturilor unitare normale (altminteri apar și eforturi de forfecare, ca în cazul din fig. 12.7c).

A doua condiție se realizează, de exemplu în cazul nodurilor CCC (fig. 12.7a), luând lățimile fețelor în relația : $F_1/a_1 = F_2/a_2 = F_3/a_3$.

În cazul nodurilor CCT sau CTT, ancorajul armăturii începe la fața interioară a nodului și se întinde pe toată lungimea nodului. În unele cazuri se poate extinde chiar dincolo de nod (fig. 12.7c).

În cazul nodurilor în care există bare îndoite, ca în figura 12.7b, trebuie verificat și diametrul dornului după care se îndoiaie barele.

12.3.4 Domeniul de validitate al modelelor ST

Modelele ST îl ajută pe inginer să determine cantitatea, poziția și distribuția armăturilor principale. Scopul lor este să servească ca un mijloc simplu și transparent de vizualizare a fluxului forțelor și de dimensionare a unui element structural.

Trebuie subliniat că, dacă modelul ST indică cantitatea și poziția armăturii principale, nu trebuie omisă armătura constructivă distribuită în toate zonele unde nu este prevăzută armătura principală, pentru a permite redistribuirea eforturilor și a limita deschiderea fisurilor.

Modelul ST nu este unic : există întotdeauna mai multe soluții posibile. Se recomandă însă (Schleich&Schäfer, 1984) ca modelul să urmeze îndeaproape fluxul eforturilor indicat de un model elastic (distribuția eforturilor în domeniul elastic se poate obține ușor folosind metoda elementelor finite), pentru a nu impune redistribuții importante de eforturi și a evita deschiderea excesivă a fisurilor în exploatare.

Se recomandă, de asemenea, "optimizarea" modelului prin alegerea variantei în care lungimea tiranților este minimă, având în vedere că rigiditatea acestora este mult mai mică decât a bielor.

12.3.5 Console scurte

Consolele scurte sunt un exemplu tipic de aplicare a modelelor bielă-tirant. Ele sunt definite ca acele console la care raportul $a_c < z_0$, în EN 1992-1-1, sau $a_c \leq h$, în STAS 10107/0-90 (vezi fig. 12.9 pentru notații).

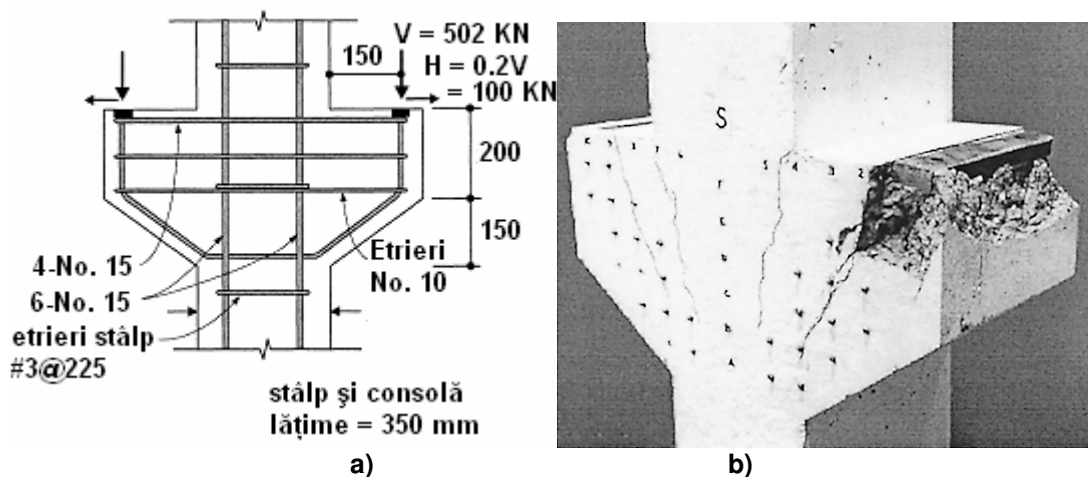


Figura 12.8 – Consolă scurtă: a) detalii armare, b) după cedare (Cook & Mitchell, 1988)

Cedarea consolei din figura 12.8 a avut loc prin curgerea armăturilor principale (de la partea superioară a consolei), precum și a etrierilor orizontali din consolă, urmate de zdrobirea betonului sub placa de reazem. Trebuie remarcat că la cedare, deformația maximă în armătura principală a fost înregistrată lângă placa de bază, ceea ce pune în evidență necesitatea bunei ancorări a armăturilor principale la ambele capete.

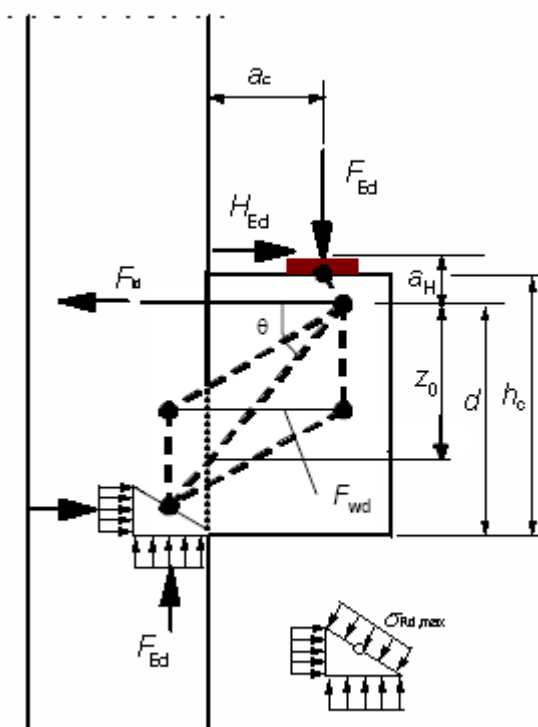


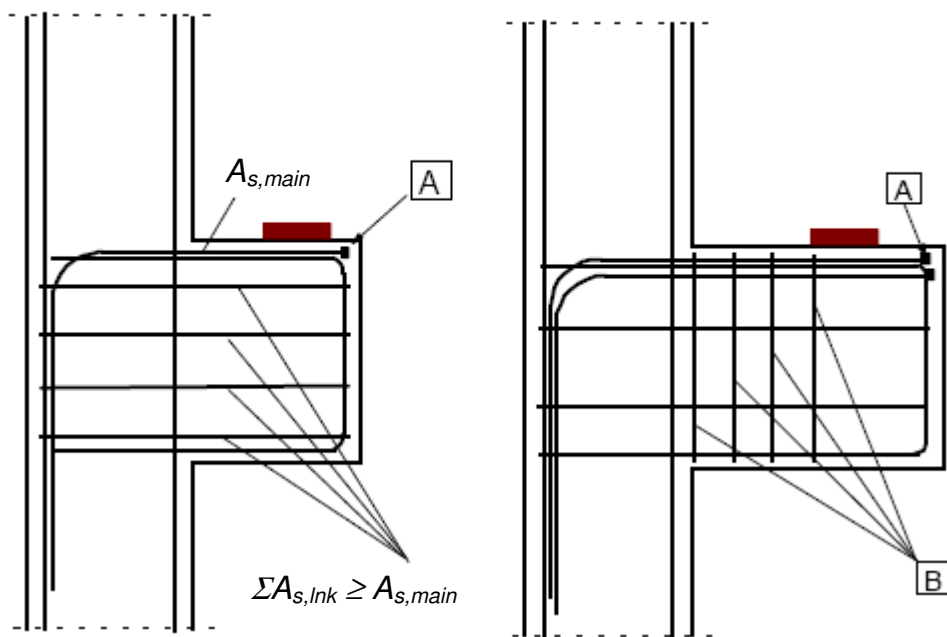
Figura 12.9 - Model bielă-tirant pentru o consolă scurtă (după EN 1992-1-1)

Modelul bielă-tirant recomandat în EN 1992-1-1 (fig. 12.9) pune în evidență comportarea experimentală. Tirantul orizontal de la partea superioară corespunde armăturii principale și preia întinderile orizontale. Dimensionarea lui se face la forța F_{td} (de notat că forța din tirant include și o forță orizontală H_{Ed} , care, în lipsa unui calcul mai exact se ia egală cu 20% din forța verticală F_{Ed}). Tirantul orizontal de pe înălțimea

consolei servește la dimensionarea etrierilor orizontali, la forța F_{wd} . Prin verificarea nodului de beton de sub plăcuța de rezemare se verifică betonul la strivire.

EN 1992-1-1 impune prevederea unei cantități minime de etrieri în consolă, și recomandă alcătuirea constructivă din fig. 12.10:

- dacă $a_c < 0,5h_c$, se prevăd etrieri orizontali sau înclinați, cel puțin cantitatea $A_{s,lnk} \geq 0,25A_{s,main}$ ($A_{s,main}$ este aria armăturilor principale);
- dacă $a_c > 0,5 h_c$ și $F_{Ed} > V_{Rd,c}$ (vezi cap. 10), sunt prevăzuți etrieri închiși verticali, cu $A_{s,lnk} \geq 0,5F_{Ed}/f_{yd}$.



[A] - Dispozitive de ancoraj sau bucle

[B] - etrieri

(a) armare pentru $a_c \leq 0,5 h_c$

(b) armare pentru $a_c > 0,5 h_c$

Figura 12.10 - Alcătuirea constructivă pentru console scurte (cf. EN 1992-1-1)

Standardul românesc STAS 10107/0-90 prevede în cazul consolelor scurte următoarele verificări (cu notățiile din fig. 12.11):

- Secțiunea de beton trebuie astfel aleasă încât forța tăietoare de calcul $Q \leq 2bh_0R_t$;
- Armătura principală A_a rezultă dintr-un calcul la încovoiere în secțiunea de încastrare;
- Armătura transversală (etrieri orizontali) care trebuie dispusă pe $2/3$ din h este

$$A_{ao} = \frac{Ql_c}{2.5h_0R_a}$$

Se recomandă dispunerea armăturii ca în figura 12.11.

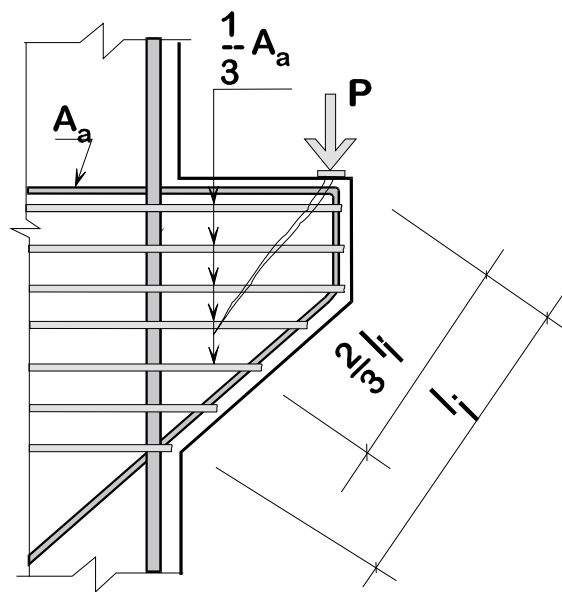


Figura 12.11. Armarea unei console

13. SLU la torsiune

13.1 Introducere

Torsiunea este prezentă în elementele structurale de beton armat din cauza continuității elementelor și configurației spațiale a structurilor.

De exemplu, în figura 13.1a, legătura de continuitate între grinda secundară și grinda principală, care sunt orientate în direcții perpendiculare, face ca momentul încovoietor al grinzii secundare să fie transmis ca moment de torsiune grinzii principale. Această situație este legată de compatibilitatea deformațiilor celor două elemente și este numită *torsiune de compatibilitate*. Rigiditatea la torsiune este mică față de rigiditatea la încovoiere, mai ales după fisurarea elementului. Dacă rigiditatea la torsiune este neglijată, efectul va fi doar o ușoară modificare a distribuției solicitărilor și siguranța construcției nu va fi afectată. În cazul torsiunii de compatibilitate nu este necesară verificarea la starea limită ultimă; o cantitate minimă de etrieri este suficientă pentru limitarea deschiderii fisurilor. De asemenea, elementul „încastrat” în elementul torsionat va fi dimensionat ca și cum rigiditatea la torsiune ar fi nulă, și apoi se vor prevedea (constructiv) armături pentru moment negativ, pentru a limita deschiderea fisurilor de încovoiere (de exemplu jumătate din armătura necesară în câmp).

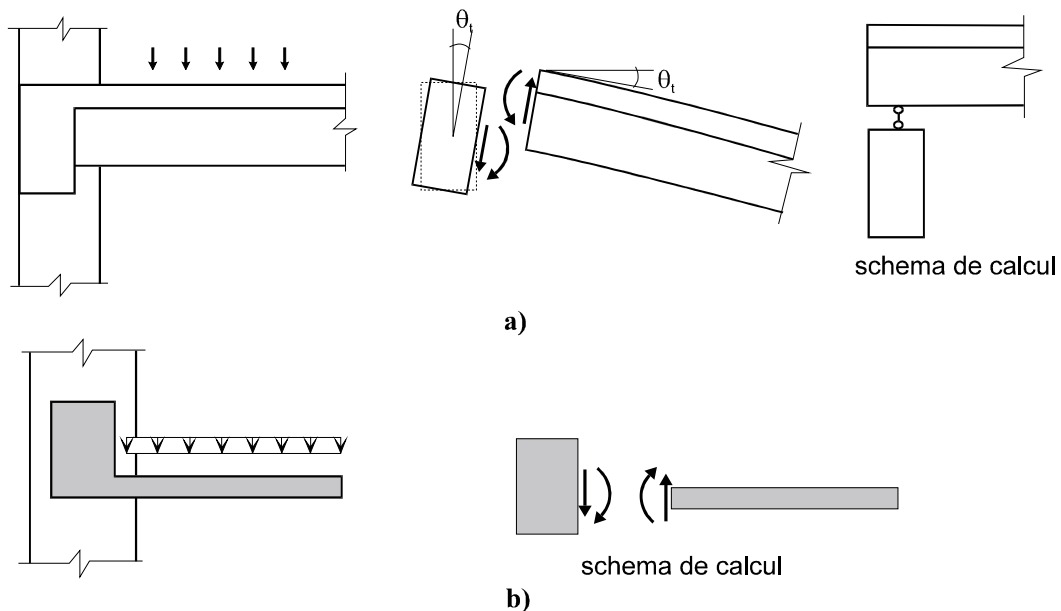


Figura 13.1 - Torsiune a) de compatibilitate b) de echilibru

În alte situații, rigiditatea și rezistența la torsiune sunt necesare pentru asigurarea stabilității generale a structurii, ca în cazul plăcii în consolă încastrată în grindă, din figura 13.1b. Aceasta este *torsiunea de echilibru* și calculul la SLU este necesar.

În general, torsiunea acționează în același timp cu încovoierea și forța tăietoare (fig. 13.2) și verificarea la starea limită ultimă trebuie efectuată simultan pentru cele trei solicitări:

$$M_t \leq M_{t,r} \quad (13.1)$$

$$M \leq M_r \quad (13.2)$$

$$Q \leq Q_r \quad (13.3)$$

unde $M_{t,r}$, M_r și Q_r sunt rezistențele la torsiune, încovoiere și respectiv forță tăietoare și se găsesc pe o suprafață limită de interacțiune $f(M_{t,r}, M_r, Q_r) = 0$. Totuși, acest calcul se dovedește dificil și, în practică, calculul este efectuat separat pentru fiecare solicitare, iar interacțiunea este luată în considerare abia la sfârșit.

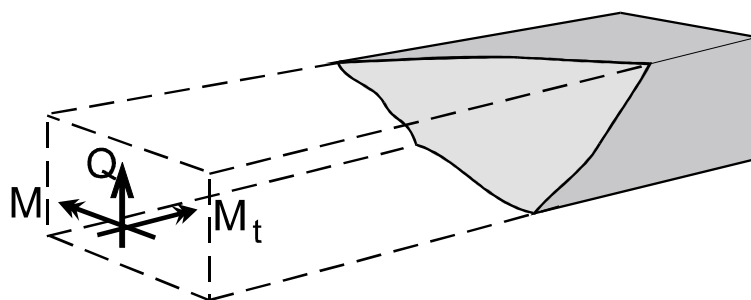


Figura 13.2 - Solicitare compusă M - M_t - Q

13.2 Comportarea elementelor de beton armat solicitate la torsiune

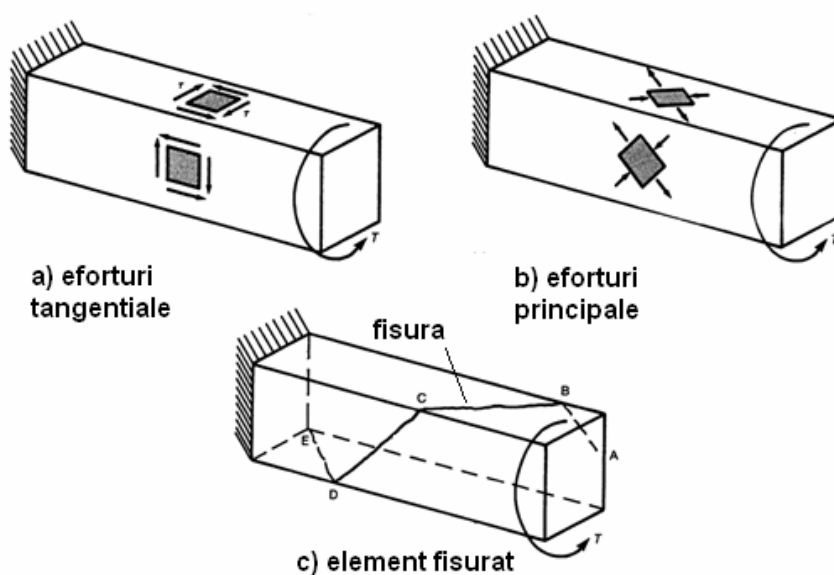


Figura 13.3 - Eforturi unitare într-un element solicitat la torsiune și traseul fisurilor (MacGregor, 1997)

Într-un element de beton solicitat la torsiune apar eforturi unitare de forfecare (fig. 13.3a), care dau eforturi principale de întindere și compresiune (fig. 13.3b) și duc la fisurarea betonului. Fisurile au un traseu elicoidal (fig. 13.3c). Pentru un element de beton simplu, fisurarea reprezintă starea limită ultimă. Dacă elementul este armat cu bare longitudinale, prezente cel puțin la colțurile secțiunii, și etrieri închiși, el poate prelua momente de torsiune mai mari decât momentul de fisurare. Comportarea elementului poate fi reprezentată prin relația $M_t - \theta_t$ (moment de torsiune – unghi de

răsucire), similară relației moment încovoietor – curbură (fig. 13.4) de la solicitarea de încovoiere.

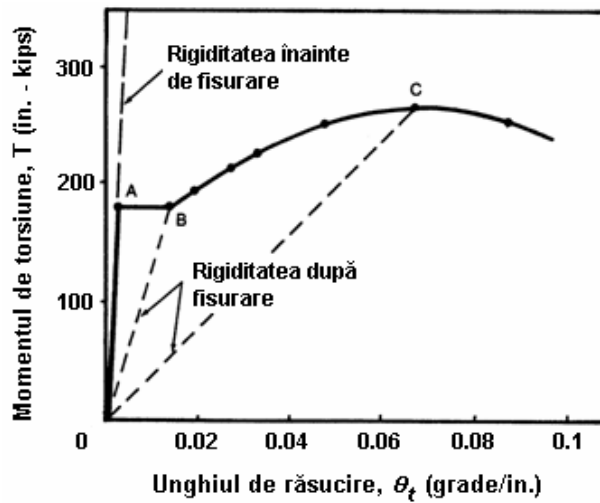


Figura 13.4 - Relația $M_t - \theta_t$ pentru un element cu secțiune rectangulară solicitat la torsiune (MacGregor, 1997)

Observațiile experimentale pe elemente cu secțiuni pline și tubulare (încercările lui Lampert și cele ale lui Leonhardt), care au arătat că aportul miezului de beton este neglijabil pentru rezistența secțiunii (fig. 13.5).

LAMPERT & THÜRLIMAN		Armare	Rezultate experimentale	
			T_u [KNm]	M_u [KNm]
T1/T4		Bare longitudinale 16Φ12 Etrieri Φ12/110	129/129	-/-
TB4/TB1		Bare longitudinale 16Φ12 Etrieri Φ12/110	114/115	146/134
LEONHARDT & SCHELLING		Armare	T_{cr} [KNm]	T_u [KNm]
			T_{cr} [KNm]	T_u [KNm]
VQ1/VH1		Bare longitudinale 12Φ6 Etrieri Φ6/100	13/12	21/21
VQ4/VH2		Bare longitudinale 24Φ6 Etrieri Φ6/50	11/12	31/34

Figura 13.5 - Rezistența la torsiune a secțiunilor pline și tubulare (MacGregor, 1997)

Cedarea se poate produce prin curgerea etrierilor, sau/și curgerea armăturilor longitudinale. În cazul secțiunilor puternic armate, cedarea poate avea loc prin zdrobirea betonului din biețele comprimate.

13.3 Modelul de calcul

Pentru torsiune, verificarea la starea limită ultimă se poate efectua după unul din cele două modele prezentate în figura 13.6.

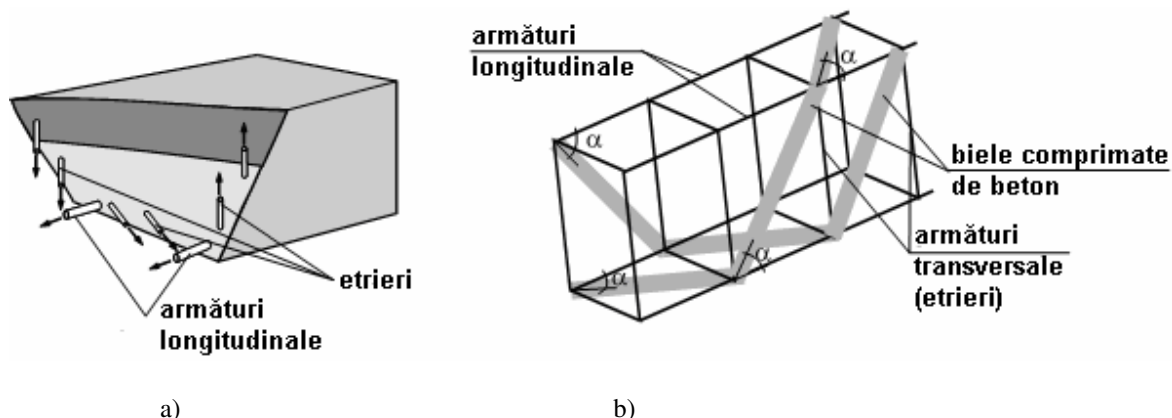


Figura 13.6 - Modele de calcul a) la echilibru limită b) grinda cu zăbrele plastică

Modelul la echilibru limită se bazează pe echilibrul forțelor în secțiunea de rupere, care este o suprafață strâmbă.

Modelul grinzii cu zăbrele plastice spațiale se bazează pe echilibrul forțelor în barele unei grinzi cu zăbrele tridimensionale care înlocuiește grinda din beton armat: armăturile longitudinale sunt tălpile longitudinale situate în colțurile secțiunii, etrierii sunt montanții transversali întinși și biețele comprimate de beton formează diagonalele. Se presupune, de asemenea, că atât armăturile longitudinale cât și cele transversale ajung la curgere la SLU.

Modelul grinzii cu zăbrele plastice spațiale a fost adoptat de Model Code 1990, Eurocode 2, de majoritatea codurilor naționale de proiectare din Europa, de codul american ACI 318. El stă și la baza prevederilor din standardul românesc STAS 10107/0-90.

Echilibrul forțelor în grinda cu zăbrele echivalentă este explicat în figura 13.7. Pe o porțiune de pe o față verticală, forțele de compresiune din biețele înclinate de beton N_{dv} sunt echilibrate de forțele de întindere din etrierii traversați de fisura de înclinare α , N_v , și din armăturile longitudinale, N_{lv} , (Figura 12-7a). O situație similară se întâlnește pe fețele orizontale.

$$N_v = N_{dv} \sin \alpha \quad (13.4a)$$

$$N_h = N_{dh} \sin \alpha \quad (13.4b)$$

$$N_{lv} = N_{dv} \cos \alpha \quad (13.5a)$$

$$N_{lh} = N_{dh} \cos \alpha \quad (13.5b)$$

În secțiunea transversală, componentele paralele cu planul secțiunii ale compresiunilor din beton, $N_{dv}\sin\alpha$ și $N_{dh}\sin\alpha$ dau două cupluri $N_{dv}\sin\alpha \cdot b_s$ și $N_{dh}\sin\alpha \cdot h_s$ care echilibrează momentele de torsiune:

$$M_t = N_{dv}\sin\alpha \cdot b_s + N_{dh}\sin\alpha \cdot h_s \quad (13.6)$$

Componentele perpendiculare pe planul secțiunii transversale ale forțelor de compresiune sunt echilibrate de forțele de întindere din armăturile longitudinale (vezi și relațiile 13.5):

$$N_l = N_{lv} + N_{lh} = 2(N_{dv}\cos\alpha + N_{dh}\cos\alpha) \quad (13.7)$$

Observație: Relațiile de mai sus au fost deduse pentru o secțiune rectangulară, însă pot fi generalizate pentru o secțiune poligonală convexă oarecare.

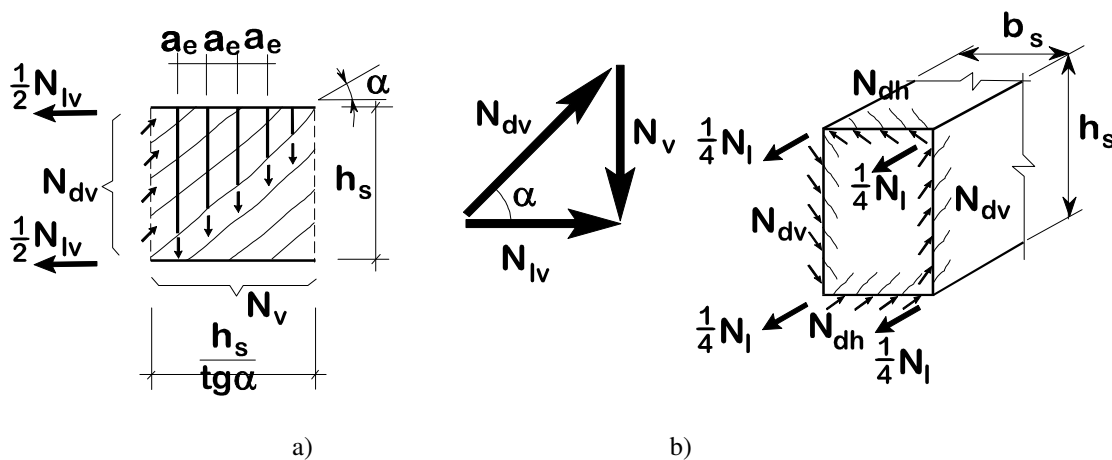


Figura 13.7 - Echilibrul forțelor a) pe un panou vertical; b) într-o secțiune transversală

13.4 Dimensionarea armăturii elementelor solicitate la torsiune

13.4.1 Armătura transversală

O fisură înclinată cu unghiul α față de axa elementului, situată pe fața verticală (fig. 13.7a), intersectează un număr de etrieri egal cu:

$$n_v = \frac{h_s \operatorname{ctg}\alpha}{a_e}$$

și forța preluată de etrieri este:

$$N_v = n_v A_{ae} R_{at} = \frac{A_{ae} R_{at} h_s \operatorname{ctg}\alpha}{a_e} \quad (13.8a)$$

Unde:

A_{ae} aria secțiunii etrierului;

R_{at} valoarea de calcul a rezistenței etrierului;
 a_e distanța între etrieri.

Similar, pe o față orizontală:

$$n_h = \frac{b_s \operatorname{ctg} \alpha}{a_e}$$

și forța preluată de etrieri este:

$$N_h = n_h A_{ae} R_{at} = \frac{A_{ae} R_{at} b_s \operatorname{ctg} \alpha}{a_e} \quad (13.8b)$$

Ținând cont de relațiile (13.4a) și (13.4b) și înlocuind în (13.6) rezultă:

$$M_t = N_v b_s + N_h h_s = \frac{A_{ae} R_{at} \operatorname{ctg} \alpha}{a_e} 2b_s h_s \quad (13.9)$$

De unde se poate determina armătura transversală necesară:

$$\frac{A_{ae}}{a_e} = \frac{M_t \operatorname{tg} \alpha}{R_{at} \cdot 2A_{bs}} \quad (13.10)$$

unde $A_{bs} = b_s h_s$ este aria de beton cuprinsă în interiorul etrierilor.

13.4.2 Armătura longitudinală

Forța preluată de armătura longitudinală este:

$$N_l = A_l R_a \quad (13.11)$$

Întroducând (12.9) în (12.4) și ținând seama de (12.1) și (12.1'), rezultă:

$$A_l R_a = 2(N_v \operatorname{ctg} \alpha + N_h \operatorname{ctg} \alpha) \quad (13.12)$$

Înlocuind în expresia (13.11) în (13.7) și respectiv (13.8a și b) rezultă:

$$N_v = \frac{A_{ae} R_{at} h_s \operatorname{ctg} \alpha}{a_e} = \frac{M_t}{2A_{bs}} h_s \quad (13.13a)$$

și

$$N_h = \frac{A_{ae} R_{at} b_s \operatorname{ctg} \alpha}{a_e} = \frac{M_t}{2A_{bs}} b_s \quad (13.13b)$$

și în final:

$$A_l R_a = 2 \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{M_t}{2A_{bs}} h_s + \frac{M_t}{2A_{bs}} b_s \right) = \frac{M_t}{2A_{bs}} U_s \operatorname{ctg} \alpha$$

sau:

$$A_l = \frac{M_t U_s \operatorname{ctg} \alpha}{2 R_a A_{bs}} \quad (13.14)$$

unde $U_s = 2(b_s + h_s)$ este perimetrul ariei de beton cuprinsă în interiorul etrierilor.

13.4.3 Calculul armăturilor după STAS 10107/0-90

Dacă se consideră că unghiul de înclinare al fisurilor este $\alpha = 45^\circ$, relațiile (13.10) și (13.14) dau relațiile de calcul recomandate de STAS 10107/0-90:

$$\frac{A_{ae}}{a_e} = \frac{M_t}{2 A_{bs} R_{at}} \quad (13.15)$$

$$A_l = \frac{M_t U_s}{2 A_{bs} R_a} \quad (13.16)$$

Observații:

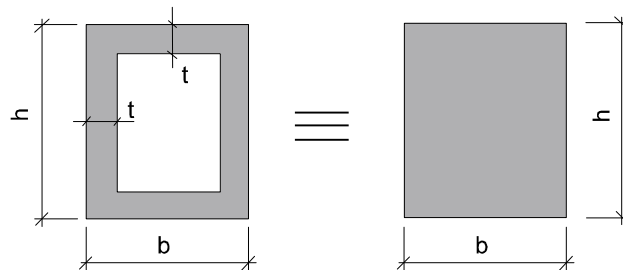


Figura 13.8 - Echivalența între secțiunea tubulară și secțiunea plină

1. Secțiunile tubulare se calculează la fel ca secțiunile pline.

2. Pentru secțiunile compuse din mai multe dreptunghiuri (de exemplu T sau dublu T), momentul se repartizează „părților” dreptunghiulare proporțional cu rigiditatea lor la torsiune, calculată ca pentru secțiuni omogene din material elastic. Aceasta are expresia : $I_t = \eta b^3 h$, cu valorile η date în tabelul de mai jos în funcție de raportul laturilor dreptunghiului:

Tabelul 13.1 – Valorile coeficientului η pentru calculul momentului de inerție la torsiune

h/b	1	1,5	1,75	2	3	6	8	10	∞
η	0,141	0,196	0,214	0,229	0,263	0,299	0,307	0,313	0,333

13.4.4 Prevederi constructive

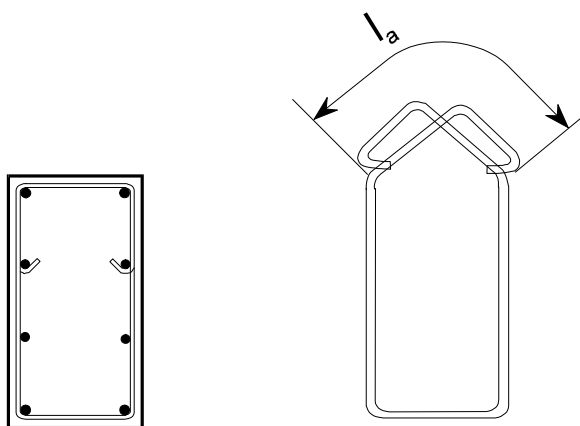


Figura 13.9 - Etrieri pentru grinzi solicitate la torsiune

Armăturile longitudinale suplimentare necesare la torsiune (rezultate din relația 13.16) se repartizează uniform pe perimetrul secțiunii. Este obligatorie prevederea de armături la colțurile secțiunii.

Armăturile transversale (rezultate din relația 13.15) suplimentează etrierii *perimetrali*. Acești etrieri perimetrali se prevăd cu ramuri superioare orizontale suprapuse pe toată lățimea grinzii, dar nu mai puțin decât lungimea de ancorare l_a (fig. 13.9).

13.5 Interacțiunea forță tăietoare - torsiune

Solicitarea concomitentă la torsiune și forță tăietoare duce la creșterea eforturilor tangențiale pe anumite zone ale secțiunii (fig.13.10).

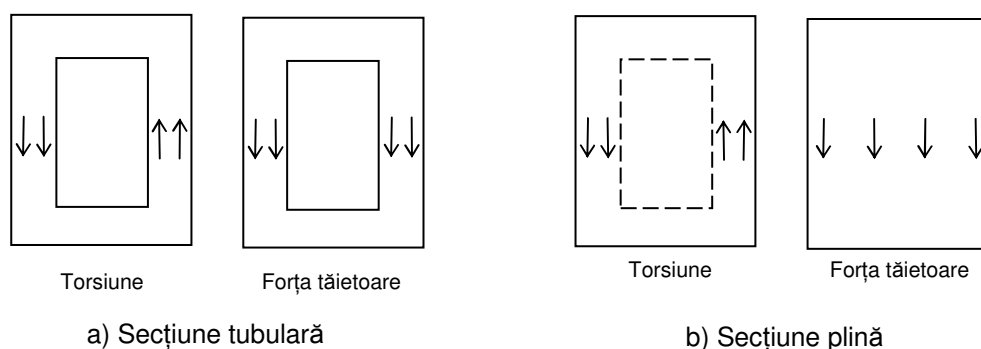


Figura 13.10 - Sumarea eforturilor tangențiale date de torsiune și forță tăietoare

Efortul tangențial maxim va fi dat de suma dintre eforturile tangențiale date de torsiune și forță tăietoare:

$$\tau = \tau_M + \tau_Q = \frac{Q}{bh_0} + \frac{M_t}{W_t} \quad (13.17)$$

Eforturile principale de întindere și compresiune sunt egale în valoare absolută cu τ și verificarea este similară cu cea de la forță tăietoare:

$$\frac{Q}{bh_0} + \frac{M_t}{W_t} \leq 0,5R_t \quad \text{Armătura transversală este constructivă}$$

$$\frac{Q}{bh_0} + \frac{M_t}{W_t} > 4R_t \quad \text{Secțiunea de beton nu rezistă la eforturile de compresie înclinate}$$

$$0,5R_t < \frac{Q}{bh_0} + \frac{M_t}{W_t} \leq 4R_t \quad \text{Armăturile trebuie determinate prin calcul.}$$

Modulul de rezistență la torsiune W_t se calculează astfel :

- pentru secțiunea dreptunghiulară: $W_t = \frac{1}{6} b^2 h (3 - b/h)$

- pentru secțiunea oarecare (plină sau tubulară): $W_t = 2A_0 t$

unde

t este grosimea reală a peretelui, în cazul secțiunilor tubulare, sau o grosime „fictivă”, egală cu dublul stratului de acoperire cu beton, în cazul secțiunilor pline.

A_0 este aria delimitată de linia mediană a peretelui secțiunii, în cazul secțiunilor tubulare, sau aria cuprinsă în interiorul etrierilor, în cazul secțiunilor pline.

13.6 Interacțiunea încovoiere - torsiune

Torsiunea produce eforturi de întindere uniforme în barele longitudinale ale secțiunii, în timp ce încovoierea produce un cuplu de forțe, compresie la partea superioară, respectiv întindere la partea inferioară (fig. 13.11).

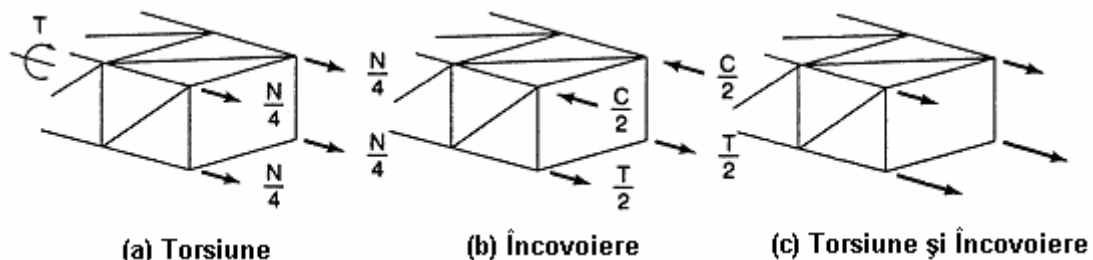


Figura 13.11. Forțe interne datorită acțiunii combinate a torsiunii și încovoierii

Eforturile de compresie scad, dar reducerea lor este de obicei nesemnificativă, în timp ce eforturile de întindere cresc. În practică, se calculează separat armătura necesară pentru încovoiere, respectiv torsiune, și apoi se însumează cantitățile rezultate.

13.7 Calculul după EN 1992-1-1

Modelul de calcul utilizat pentru SLU la torsiune în EN 1992-1-1 este tot modelul de grindă cu zăbrele spațială prezentat anterior.

Efortul unitar de forfecare din torsiune pură în perete se obține cu formula lui Bredt :

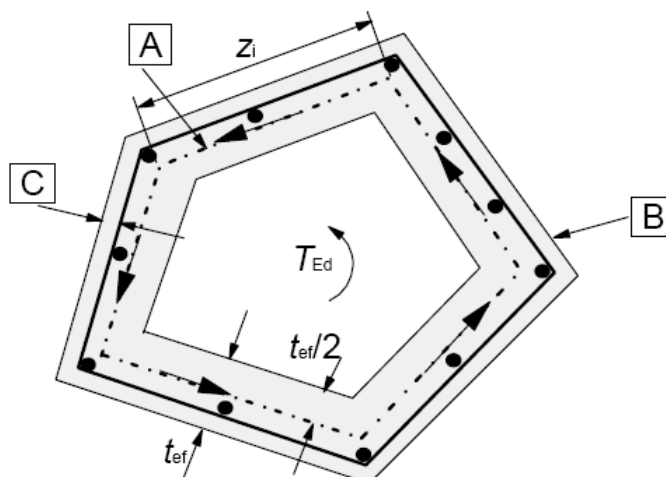
$$\tau_{t,i} t_{ef,i} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \quad (13.18)$$

Forța tăietoare paralelă cu fața peretelui i , $V_{Ed,i}$, datorită torsiunii este :

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i \quad (13.19)$$

în care (vezi fig. 13.12):

- T_{Ed} este momentul de torsiune de calcul;
- A_k este aria cuprinsă în interiorul liniei mediane a pereților;
- $\tau_{t,i}$ este efortul unitar tangent din torsiune în peretele i (ec. 13.18);
- $t_{ef,i}$ este grosimea peretelui fictiv. Poate fi luată egală cu A/u , dar nu mai mică decât dublul distanței între marginea exterioară și axa armăturilor longitudinale. În cazul secțiunilor casetate este limitată la grosimea reală a peretelui;
- A este aria totală a secțiunii delimitate de perimetrul exterior, incluzând partea goală;
- u este perimetrul exterior al secțiunii
- z_i este lungimea peretelui i , definită prin distanța între punctele de intersecție a pereților adiacenți



[A] Linia centrelor de greutate [B] Marginea exterioară a secțiunii [C] Acoperirea

Figura 13.12 - Simboluri și definiții utilizate în EN 1992-1-1

Aria secțiunii armăturilor longitudinale pentru torsiune ΣA_{sl} se calculează cu expresia:

$$\frac{\Sigma A_{sl} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \operatorname{ctg}\theta \quad (13.20)$$

în care:

u_k este perimetrul suprafeței A_k

f_{yd} este limita de elasticitate de calcul a armăturilor longitudinale A_{sl}

θ este unghiul bielorlor comprimate (a se vedea figura 6.5)

În zonele comprimate din încovoiere, armăturile longitudinale pot fi reduse ținând seama de efectul favorabil al forței de compresiune. În zonele întinse, armăturile longitudinale de torsiune se adaugă celorlalte armături. În general, armăturile longitudinale se distribuie pe lungimea z_1 .

Aria secțiunii armăturilor transversale pentru torsiune (etrieri) A_{sh} se calculează cu expresia:

$$\frac{A_{sh} f_{yd}}{s} \geq \frac{T_{Ed}}{2A_k} \operatorname{tg}\theta \quad (13.21)$$

în care:

A_{sh} este aria unei ramuri de etrier (exceptând cazul secțiunilor casetate armate cu două „plase”, unde reprezintă aria celor 2 ramuri);

s este distanța între etrieri.

Obs: Relațiile (13.20) și (13.21) sunt de fapt relațiile (13.10) și (13.14) scrise cu alte notații.

Efectele torsiunii și ale forței tăietoare se pot suprapune, atât pentru secțiuni pline cât și pentru secțiuni tubulare, luând aceeași înclinare θ a bielorlor. Valorile limită ale lui θ indicate în capitolul 10 se aplică și în cazul solicitărilor combinate de torsiune cu forță tăietoare.

Rezistența unui element supus la solicitări de torsiune cu forță tăietoare este limitată de rezistența bielorlor comprimate de beton. Pentru a nu se depăși această rezistență trebuie verificată relația următoare:

$$T_{Ed} / T_{Rd,max} + V_{Ed} / V_{Rd,max} \leq 1,0 \quad (13.22)$$

în care:

T_{Ed} este momentul de torsiune de calcul

V_{Ed} este forța tăietoare de calcul

$T_{Rd,max}$ este momentul de torsiune capabil dat de expresia :

$$T_{Rd,max} = 2\nu\alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin\theta \cos\theta \quad (13.23)$$

în care coeficienții ν și α_{cw} au fost definiți în capitolul 10.

$V_{Rd,max}$ este valoarea maximă a forței tăietoare capabile (vezi cap. 10).

Secțiunile pline nu necesită decât armarea minimă dacă se respectă condiția următoare :

$$T_{Ed} / T_{Rd,c} + V_{Ed} / V_{Rd,c} \leq 1 \quad (13.24)$$

în care:

$T_{Rd,c}$ este momentul de fisurare la torsiune, care poate fi determinat cu relația (13.18), luându-se $\tau_{t,l} = f_{ctd}$

$V_{Rd,c}$ este valoarea limită a forței tăietoare pentru care nu este necesar să se calculeze armături transversale (vezi cap. 10).

14. Starea limită de oboseală

14.1 Introducere

O structură proiectată să reziste la o anumită încărcare statică poate ceda sub o încărcare repetată (numărul de repetări fiind de ordinul a 10^6 cicluri), chiar dacă aceasta din urmă produce solicitări mai reduse decât încărcarea statică de proiectare. Fenomenul este cunoscut sub numele de oboseală.

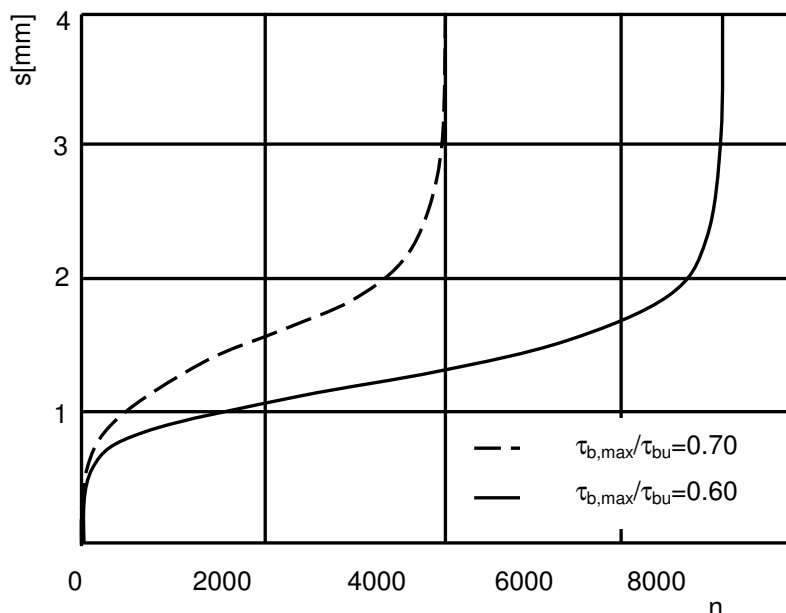


Figura 14.1 - Oboseala aderenței sub cicluri de amplitudine constantă (Balász, 1991).

Ruperea la oboseală începe de la un defect al materialului (de exemplu un punct de coroziune, pentru oțel). În jurul acestui defect începe să se dezvolte, progresiv, o fisură, până când secțiunea se reduce într-atât încât nu mai poate suporta solicitarea. Evoluția degradării din oboseală este ilustrată în Figura 14.1 pentru cazul aderenței beton-armătură (în ordonată lunecarea relativă s și în abscisă numărul de cicluri n).

Efectul solicitării repetate asupra materialelor (beton și armături) este în ultimă instanță reducerea rezistenței. Această reducere depinde de numărul de cicluri, de valoarea maximă a solicitării (σ_{max}) și de amplitudinea ciclului ($\Delta\sigma$) sau de indicele de asimetrie $\rho = \sigma_{min}/\sigma_{max}$.

Încărcările repetate afectează structurile de beton armat atât sub aspecte privind aptitudinea în serviciu, cât și rezistența, prin:

- Fisurarea excesivă a betonului;
- Coroziunea armăturii;
- Deformații excesive;
- Ruperea prematură a elementelor la valori ale solicitării inferioare rezistenței statice.

14.2 Comportarea la oboseală a betonului și armăturii

Încă din secolul al XIX-lea, Wöhler a observat că rezistența oțelului scade cu numărul de cicluri n și cu amplitudinea ciclului $\Delta\sigma$. Aceasta este ilustrată de curba Wöhler (sau S-N) a materialului (figura 14.2).

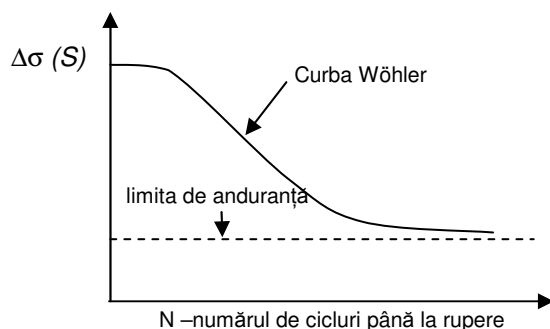


Figura 14.2 - Diagrama S-N (curba Wöhler)

În coordonate bilogaritmice, curba Wöhler devine biliniară (figura 14.3).

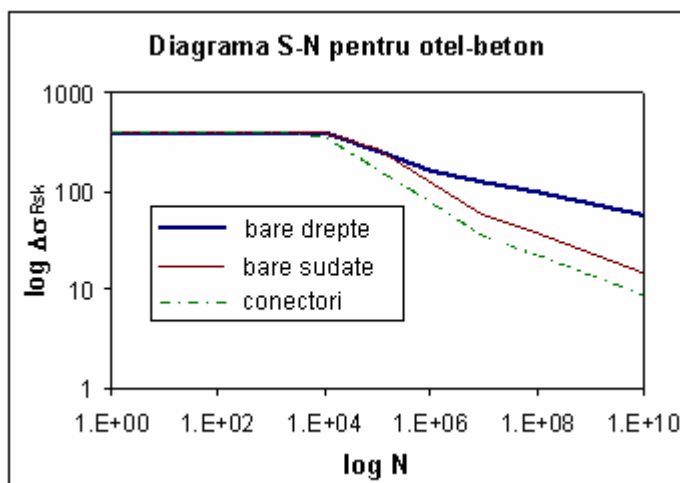


Figura 14.3 - Diagrama S-N pentru oțel-beton cu $R_{ak}=400$ MPa după Eurocode 2

În cazul betonului influența efortului mediu nu poate fi neglijată, ceea ce revine la utilizarea diagramelor Goodman sau Smith (figura 145.4).

14.3 Comportarea la oboseală a elementelor din beton armat

14.3.1 Aderența beton – armătură

Aderența scade rapide sub efectul solicitărilor ciclice (figura 14.1). Aderența depinde în special de rezistența la întindere a betonului și, sub solicitări repetate, este favorizată

dezvoltarea microfisurilor. Prezența armăturilor transversale împiedică deschiderea fisurilor în jurul barelor de armătură și menține aderența.

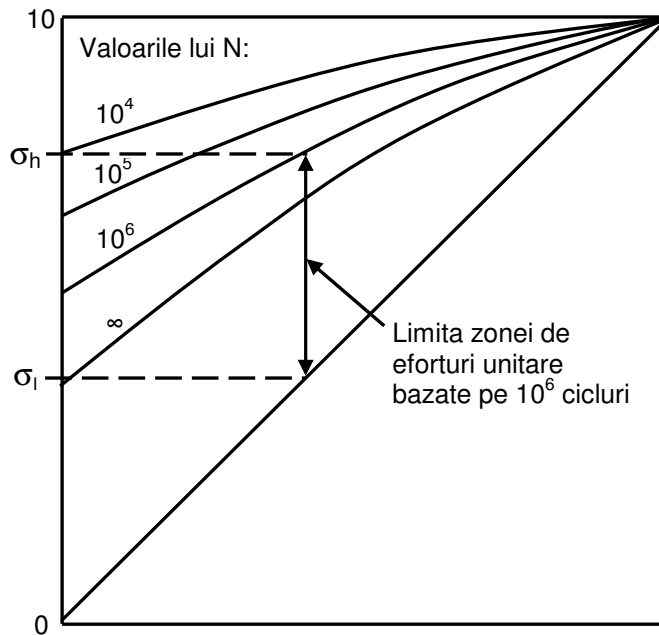


Figura 14.4 - Diagrama Goodman modificată pentru beton (după Neville)

14.3.2 Comportarea la încovoiere

Solicitările repetate au o intensitate corespunzând stadiului II de comportare a elementelor de beton armat încovoiate. În consecință calculul se face în ipotezele din stadiul II și efortul unitar maxim de compresiune în beton nu trebuie să depășească rezistența la oboseală a betonului comprimat. Efortul unitar maxim din armături nu trebuie să depășească rezistența la oboseală a oțelului.

14.3.3 Comportarea la forță tăietoare

Comportarea este proastă, pentru că betonul este solicitat la întindere, iar armăturile nu numai la întindere, ci și la forfecare (efect de dorn). S-a constatat o ameliorare dacă crește lățimea inimii, adică se reduce efortul tangențial mediu τ_m .

14.4 Calculul după STAS 10107/0-90

Ca și la SLU de rezistență, calculul se efectuează separat la încovoiere și la forță tăietoare.

14.4.1 Calculul la încovoiere

Calculul eforturilor unitare se face în ipotezele corespunzând stadiului II. Eforturile maxime în beton și armătură trebuie verificate conform relațiilor:

$$\sigma_{b \max} \leq R_c^o \quad (14.1)$$

$$\sigma_{a \max} \leq R_a^o \quad (14.2)$$

unde R_c^o și R_a^o sunt rezistența betonului și respectiv a armăturii la oboseală.

14.4.2 Calculul la forță tăietoare

Calculul la forță tăietoare se bazează pe verificarea eforturilor tangențiale și a eforturilor principale, calculate ca la capitolul 10, dar considerând combinația de acțiuni adecvată.

În funcție de valoarea efortului principal normalizat $\bar{\sigma}_l = \frac{\sigma_l}{R_t}$ pot exista trei situații diferite:

- | | | |
|-----|----------------------------|---|
| (1) | $\bar{\sigma}_l \leq 0.5$ | Betonul poate prelua singur eforturile principale de întindere. Armăturile transversale se dispun constructiv. |
| (2) | $\bar{\sigma}_l \geq 2$ | Efortul principal de compresiune este prea mare și trebuie mărită secțiunea de beton. |
| (3) | $0.5 < \bar{\sigma}_l < 2$ | Secțiunea de beton este suficientă pentru a prelua eforturile principale de compresiune, care trebuie prevăzute armături transversale pentru a prelua eforturile principale de întindere. |

În ultima situație, calculul se face după schema de mai jos (vezi și figura 14.5).

- Evaluarea contribuției betonului la întindere $\cdot \bar{\sigma}_{bl}$:
 - dacă $\rho \geq 0$ atunci $\cdot \bar{\sigma}_{bl} = 0.3$ (solicitarea nu schimbă de semn)
 - dacă $\rho < 0$ atunci $\cdot \bar{\sigma}_{bl} = 0$ (solicitare alternantă)
- Evaluarea contribuției etrierilor $\cdot \bar{\sigma}_{el}$

$$\cdot \bar{\sigma}_{el} = \frac{A_{ae}}{a_e b} \cdot \frac{R_a^o}{R_t} \quad (14.3)$$

- Dimensionarea etrierilor

Cantitatea de etrieri trebuie să respecte relația (14.4):

$$\frac{A_{ae}}{a_e} \geq b \frac{R_t}{R_a^o} \bar{\sigma}_{el} = b \frac{R_t}{R_a^o} (\bar{\sigma}_I - \bar{\sigma}_{bl}) \quad (145.4)$$

- Dimensionarea armăturilor înclinate

Secțiunea armăturilor înclinate este dată de relația (14.5):

$$A_{ai} \geq \frac{\bar{A}_i b R_t}{R_a^o \sin \alpha} \quad (14.5)$$

unde :

- A_{ai} = aria zonei din diagrama $\bar{\sigma}_I$, care trebuie preluată de armăturile înclinate (aria cu centrul de greutate în dreptul centrului armăturii înclinate);
- α = unghiul armăturilor înclinate față de axa grinzii.

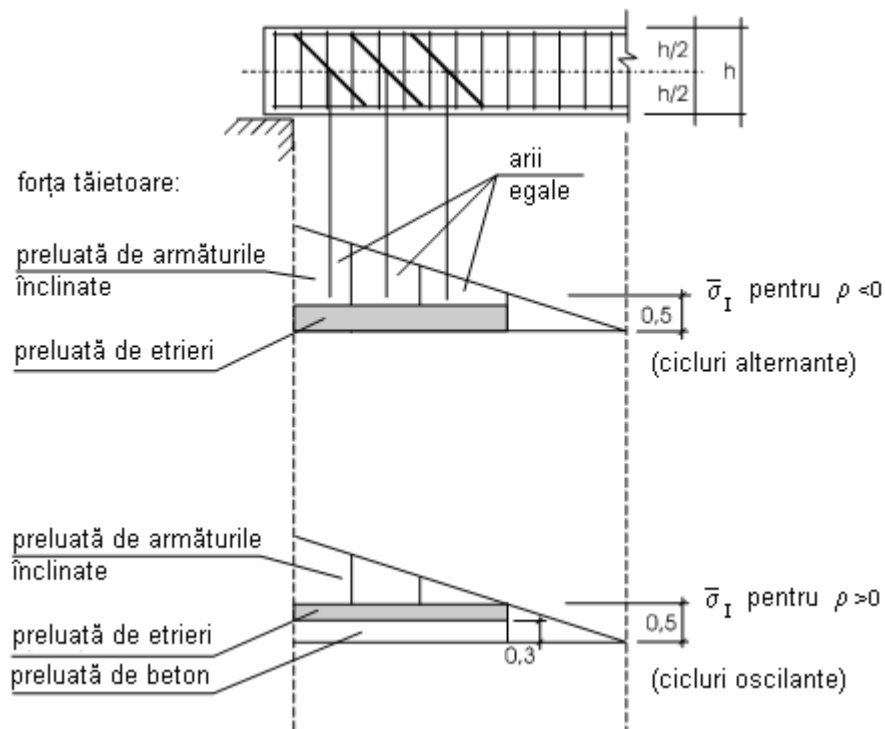


Figura 14.5 - Diagrame de forță tăietoare pentru calculul la oboseală

14.5 Calculul după EN1992-1-1

14.5.1 Determinarea solicitărilor

Pentru determinarea solicitărilor trebuie considerată mai întâi o combinație a încărcărilor care nu produc oboseală, numită combinație de bază, care seamănă cu combinația frecventă (pentru notații vezi cap. 2):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (14.6)$$

La efectele acestei combinații, considerate în situația cea mai defavorabilă, se adaugă efectul încărcării (ciclice) care produce oboseală Q_{fat} :

$$\left(\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \right) + Q_{fat} \quad (14.7)$$

În secțiunea cea mai solicitată la încovoiere se determină (printr-un calcul în stadiul II) eforturile unitare minime și maxime în armături, $\sigma_{s,min}$ și $\sigma_{s,max}$, și în beton, ($\sigma_{c,min}$ este valoarea minimă a efortului în aceeași fibră în care se înregistrează și valoarea maximă $\sigma_{c,max}$).

În secțiunea cea mai solicitată la forță tăietoare se determină $V_{Ed,min}$ și $V_{Ed,max}$ precum și eforturile unitare de compresiune în biețele înclinate, $\sigma_{c,max}$ și $\sigma_{c,min}$. Calculul se face ca la SLU, cu diferența că înclinarea biețelor se va considera $\tan \theta_{fat} = \sqrt{\tan \theta} \leq 1,0$ în care θ este unghiul biețelor de compresiune față de axa grinzii considerate la calculul la SLU.

14.5.2 Verificarea eforturilor în armătură

În cazul în care încărcarea ciclică produce N cicluri de amplitudine constantă, verificarea se face cu relația următoare:

$$\gamma_{F,fat} \cdot \Delta \sigma_S(N) \leq \frac{\Delta \sigma_{Rsk}(N)}{\gamma_{S,fat}} \quad (14.8)$$

în care:

$\Delta \sigma_{Rsk}(N)$ este amplitudinea capabilă („rezistența”) pentru N cicluri, obținută din curba S-N corespunzătoare (figura 14.6 și tabelul 14.1);

$\Delta \sigma_S(N)$ este amplitudinea rezultată din calcul (vezi §14.5.1).

$\gamma_{F,fat}$ este factor parțial de siguranță pentru acțiuni la oboseală (= 1,0);

$\gamma_{S,fat}$ este factor parțial de siguranță pentru armături la oboseală (= 1,15)

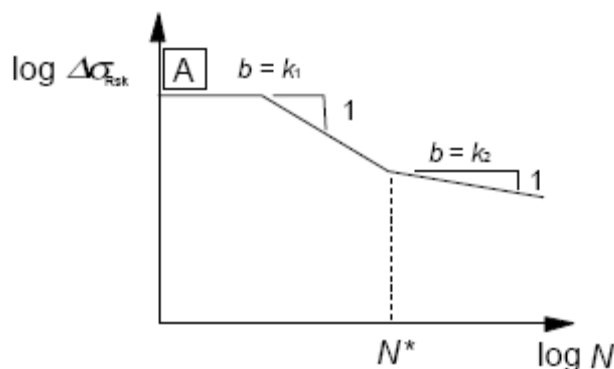


Figura 14.36 - Curba S-N a armăturilor pentru beton armat

Tabelul 14.1 - Parametrii curbelor S-N pentru armături de beton armat (EN 1992-1-1)

Tip de armături	N^*	Exponentul efortului unitar		$\Delta\sigma_{Rsk}$ (MPa) pentru N^* cicluri
		k_1	k_2	
Bare drepte și bare îndoite ¹	10^6	5	9	162,5
Bare sudate și plase sudate	10^7	3	5	58,5
Dispozitive de cuplare	10^7	3	5	35

NOTA 1: Valorile $\Delta\sigma_{Rsk}$ se referă la bare drepte. Pentru barele îndoite se aplică un coeficient de reducere $\zeta = 0,35 + 0,026 D/\phi$ în care:
 D diametrul dornului
 ϕ diametrul barei

În cazul când structura este supusă la încărcări care produc mai multe cicluri de amplitudine variabilă, verificarea se face fie aplicând regula de suprapunere Palmgren-Miner, fie transformând încărcarea reală într-o încărcare ciclică de amplitudine constantă care produce o degradare echivalentă.

Metode pentru realizarea acestei echivalențe sunt date în partea a 2-a a Eurocodului 2 (EN 1992-2: Poduri). Pentru clădiri se poate considera în mod simplificat că amplitudinea echivalentă $\Delta\sigma_{S,eq}(N)$ este cea a ciclului de amplitudine maximă $\Delta\sigma_{S,max}(N)$. Verificarea se face tot cu relația (14.8), în care $\Delta\sigma_S(N)$ este înlocuit cu $\Delta\sigma_{S,eq}(N)$.

Regula Palmgren-Miner se bazează pe estimarea unui indice de degradare:

$$d_i = \frac{n(\Delta\sigma_i)}{N(\Delta\sigma_i)} \quad (14.9)$$

în care:

$n(\Delta\sigma_i)$ este numărul de cicluri de amplitudine $\Delta\sigma_i$ aplicate,
 $N(\Delta\sigma_i)$ este numărul de cicluri la rupere pentru amplitudinea $\Delta\sigma_i$,

și pe ipoteza că se poate face o cumulare linară a degradărilor, ceea ce duce la relația de verificare următoare:

$$D_{Ed} = \sum_i \frac{n(\Delta\sigma_i)}{N(\Delta\sigma_i)} < 1 \quad (14.10)$$

Se admite de asemenea o verificare simplificată, în care se calculează amplitudinea $\Delta\sigma_S$ pentru valoarea frecventă a încărcării ciclice, combinată cu combinația de bază. Această amplitudine trebuie să îndeplinească condiția:

$$\Delta\sigma_S \leq 70 \text{ MPa} \quad \text{pentru bare întinse} \quad (14.11a)$$

$$\Delta\sigma_S \leq 35 \text{ MPa} \quad \text{pentru bare întinse sudate} \quad (14.11b)$$

14.5.3 Verificarea eforturilor în beton

Pentru beton, verificarea la oboseală se face cu expresia:

$$E_{cd,max,eq} + 0,43 \sqrt{1 - \frac{E_{cd,min,eq}}{E_{cd,max,eq}}} \leq 1 \quad (14.12)$$

în care:

$E_{cd,min,eq}$ nivel minim al eforturilor de compresiune

$$E_{cd,min,eq} = \frac{\sigma_{cd,min,eq}}{f_{cd,fat}} \quad (14.13)$$

$E_{cd,max,eq}$ nivel maxim al eforturilor de compresiune

$$E_{cd,max,eq} = \frac{\sigma_{cd,max,eq}}{f_{cd,fat}} \quad (14.14)$$

$f_{cd,fat}$ valoarea de calcul a rezistenței la oboseală a betonului

$\sigma_{cd,max,eq}$ limită superioară a amplitudinii pentru N cicluri

$\sigma_{cd,min,eq}$ limită inferioară a amplitudinii pentru N cicluri.

Se poate face, în mod simplificat, și cu relația:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd,fat}} \leq 0,5 + 0,45 \frac{\sigma_{c,min}}{f_{cd,fat}} \quad (14.15)$$

$\leq 0,9$ pentru $f_{ck} \leq 50$ MPa
 $\leq 0,8$ pentru $f_{ck} > 50$ MPa

în care:

$\sigma_{c,max}$ este efortul maxim de compresiune combinația frecventă de încărcări (adică combinația de bază + valoarea frecventă a încărcării ciclice),

$\sigma_{c,min}$ este efortul minim de compresiune în aceeași fibră. Dacă efortul minim este de întindere, se ia $\sigma_{c,min} = 0$.

Rezistența la oboseală a betonului, utilizată în relațiile (14.13)...(14.15) are expresia:

$$f_{cd,fat} = k_1 \beta_{cc}(t_0) f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (14.16)$$

în care

$\beta_{cc}(t_0)$ coeficient pentru determinarea rezistenței betonului la prima aplicare a încărcării (vezi EN 1992-1-1, § 3.1.2 (6))

t_0 vârsta betonului în momentul când începe aplicarea încărcării ciclice, în zile.

Când se face verificarea bielelor, la forță tăietoare, valoarea rezistenței la oboseală calculată cu expresia (14.16) se multiplică cu $\nu = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$.

Pentru elementele care nu au nevoie de armătură de forță tăietoare din verificarea la SLU, verificarea la oboseală a betonului solicitat la forță tăietoare se poate face cu expresiile:

- pentru $\frac{V_{Ed,min}}{V_{Ed,max}} \geq 0$:

$$\frac{|V_{Ed,max}|}{|V_{Rd,c}|} \leq 0,5 + 0,45 \frac{|V_{Ed,min}|}{|V_{Rd,c}|} \quad (14.17)$$

$\leq 0,9$ pentru $f_{ck} \leq 50$ MPa
 $\leq 0,8$ pentru $f_{ck} > 50$ MPa

- pentru $\frac{V_{Ed,min}}{V_{Ed,max}} < 0$

$$\frac{|V_{Ed,max}|}{|V_{Rd,c}|} \leq 0,5 - \frac{|V_{Ed,min}|}{|V_{Rd,c}|} \quad (14.18)$$

în care:

- $V_{Ed,max}$ este valoarea de calcul a forței tăietoare maxime sub combinația frecventă de încărcări;
- $V_{Ed,min}$ este valoarea de calcul a solicitării de forță tăietoare minime sub combinația frecventă de încărcări, în aceeași secțiune în care apare $V_{Ed,max}$
- $V_{Rd,c}$ este rezistența de calcul la forță tăietoare a betonului (vezi cap. 10).

15. Starea limită de fisurare

15.1 Cauzele fisurării elementelor din beton

Betonul are o rezistență redusă la întindere și în consecință fisurează la solicitări relativ mici. Aceste solicitări pot fi produse de acțiunile directe sau de acțiunile indirecte (efectul deformațiilor impuse).

În prima categorie sunt incluse fisurile produse de efectul forțelor aplicate pe structură (care produc solicitări de întindere, încovoiere, forță tăietoare, etc.). Acestea sunt fisurile care au fost studiate cel mai frecvent și cărora li se aplică formulele din normele de proiectare și teorie. Acest capitol va trata, de asemenea, acest gen de fisuri.

Trebuie însă menționat că fisurile pot apărea datorită unor eforturi unitare locale excesive în beton; eforturi unitare de aderență excesive, care produc fisuri în lungul armăturilor, sau forțe de compresiune concentrate, care produc fisuri paralele cu direcția compresiunii.

În cea de-a doua categorie intră fisurile datorate temperaturii, contracției de uscarea, contracției plastice, tasărilor diferențiate, coroziunii armăturilor, acțiunilor chimice asupra betonului, ciclurilor de îngheț-dezghet. Ceea ce este comun în toate aceste cazuri este faptul că eforturile unitare de întindere, și în consecință fisurarea, apar acolo unde elementul se opune unei deformații impuse. Această situație poate fi în general evitată prin măsuri constructive (de exemplu rosturi de dilatație pentru a permite dilatația termică liberă).

15.2 Efectele fisurării

Fisurarea este indezirabilă din următoarele trei motive principale:

- durabilitatea, în special pericolul de coroziune a armăturilor;
- aspectul estetic și efectul psihologic;
- cerințe funcționale cum ar fi etanșeitarea sau igiena.

15.2.1 Coroziunea barelor de armătură

Opiniile sunt împărțite în ceea ce privește corelația între deschiderea fisurilor și coroziunea armăturilor. Teoria "clasică" este că fisurarea are o influență majoră asupra coroziunii armăturilor. Unele cercetări experimentale au arătat însă că, atâta vreme cât fisurile nu depășesc 0,3 – 0,5 mm (0,3 mm în cazul fisurilor care se dezvoltă în lungul armăturilor), intensitatea coroziunii pe termen lung nu este influențată, indiferent de condițiile de expunere. Singurul aspect care este influențat este durata fazei de inițiere a coroziunii, care însă este scurtă (câțiva ani) în raport cu durata de viață a construcției. Trebuie însă menționat că cercetările sus amintite au utilizat betoane cu raport a/c relativ ridicat, deci poroase, iar în ultimul timp se utilizează tot mai frecvent betoane de bună calitate, cu un raport a/c redus și porozitate scăzută.

Este clar că coroziunea armăturilor este produsă fie în urma carbonatării betonului de acoperire, fie din cauza prezenței clorurilor. În primul caz grosimea și calitatea betonului de acoperire rămân esențiale, iar în al doilea caz, numai limitarea deschiderii fisurilor nu este suficientă (trebuie acompaniată de alte măsuri – prevederea unui strat impermeabil peste beton, a unui beton foarte compact și puțin permeabil, protejarea armăturilor printr-un tratament de suprafață, etc.).

Totuși, în stadiul actual al cunoștințelor, rămâne rezonabil și prudent să se limiteze deschiderea fisurilor în funcție de agresivitatea mediului.

15.2.2 Aspectul estetic și efectul psihologic

Proprietarii și utilizatorii unei construcții din beton sunt foarte sensibili la prezența fisurilor. Bineînțeles, aprecierea lor include un grad mare de subiectivitate: depinde de sensibilitatea observatorului și de așteptările lui privind calitatea construcției, de distanța față de element, de natura suprafeței betonului (lisă sau rugoasă), de iluminare, etc.

Experiența a arătat că, în general, fisurile a căror deschidere nu depășește 0,25 mm nu îngrijorează utilizatorul construcției.

15.2.3 Etanșeitatea

Experiența a arătat că se pot realiza construcții din beton etanșe fără a utiliza o membrană impermeabilă. S-a constatat că fisurile traversante, a căror deschidere nu depășește 0,1-0,2 mm, se pot autocolmata rapid, astfel încât orice scurgere dispare după câteva zile.

15.2.4 Concluzie: necesitatea controlului deschiderii fisurilor

În concluzie, apariția fisurilor de deschidere controlată, între 0,1-0,3 mm, nu este de natură să prejudicieze durabilitatea, funcționalitatea sau aspectul structurii.

Ceeace trebuie evitat este apariția fisurilor necontrolate și de deschidere mare. Aceasta este posibil, în mod indirect, prin măsuri simple, dar satisfăcătoare în majoritatea cazurilor:

- măsuri de ordin constructiv și tehnologic (de exemplu o compoziție și un tratament adecvat al betonului, betonarea în etape, realizarea de rosturi de dilatare și de contracție apropiate, etc.);
- prevederea unei armături aderente minimale, în toate zonele structurii unde sub efectul acțiunilor directe sau indirecte pot apare eforturi de întindere care să fie apropiate sau să depășească rezistența la întindere a betonului;
- limitarea eforturilor de întindere în armătură, calculate în stadiul fisurat și sub încărcări frecvente sau cvasipermanente;
- o repartizare adecvată a barelor de armătură, prin limitarea distanței între bare și a diametrului maxim.

15.3 Controlul fisurării

Controlul fisurării constă în verificarea relației:

$$\alpha_f \leq \alpha_{adm} \quad (15.1)$$

unde :

α_f = deschiderea fisurilor calculată în stadiul II de comportare și sub acțiunea eforturilor din combinația de încărcări adecvată;

α_{adm} = deschiderea limită a fisurilor, stabilită prin normele de proiectare sau pe baza cerințelor formulate de beneficiar.

În STAS 101007/0-90, α_{adm} este diferențiat în funcție de agresivitatea mediului și de necesitatea realizării etanșeității construcției:

Tabelul 13.1 - Deschiderea admisibilă a fisurilor după STAS 10107/0-90

A. Elemente supuse presiunii unui lichid	α_{adm} (mm)
- elemente întinse centric sau cu excentricitate mică	0,1
- alte cazuri	0,2
B. Alte elemente	
- mediu agresiv	0,1
- neprotejate la acțiunea intemperiilor	0,2
- restul cazurilor	0,3

Trebuie subliniat că prezența unor fisuri foarte deschise (peste 0,5 mm) sub încărcări normale de exploatare semnaleză o eroare de concepție (unele efecte ale acțiunilor au fost ignorate sau nu sunt prevăzute armături în direcția eforturilor principale de întindere) sau de calcul la starea limită ultimă (armătura este insuficientă și ajunge la limita de curgere sub încărcări de exploatare).

15.4 Calculul deschiderii medii a fisurilor

Deschiderea fisurii este diferența între lungimea deformată a armăturii și lungimea deformată a betonului pe distanța dintre două fisuri (figura 13.1). Dacă, pentru motive de simplitate, se consideră o deformație medie constantă, atât pe beton cât și pe armătură, deschiderea fisurii este:

$$\alpha_f = \lambda_f(\varepsilon_{am} - \varepsilon_{bm}) \quad (15.2)$$

Deoarece deformația betonului este foarte mică în comparație cu cea a armăturii, ea poate fi neglijată în raport cu cea din urmă și relația (15.2) devine:

$$\alpha_f \cong \lambda_f \varepsilon_{am} \quad (15.3)$$

Pe de altă parte, dacă notăm $\varepsilon_{am} = \psi \varepsilon_a$, unde ψ este coeficientul de conlucrare, ecuația precedentă devine:

$$\alpha_f \cong \lambda_f \varepsilon_{am} = \lambda_f \psi \sigma_a / E_a \quad (15.4)$$

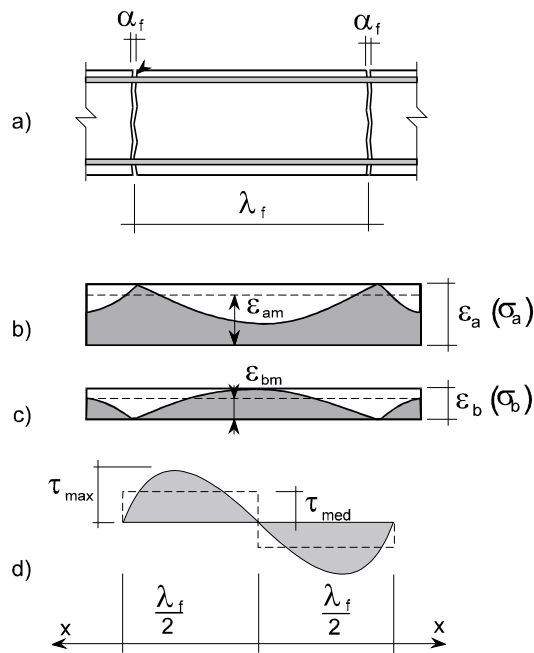


Figura 15.1 - Diagrame de deformării și de eforturi într-un element de beton armat fisurat

În concluzie, pentru a calcula deschiderea fisurilor trebuie determinate distanța între fisuri λ_f , coeficientul ψ și efortul unitar în armătură în dreptul fisurii σ_a .

15.4.1 Calculul distanței între fisuri λ_f

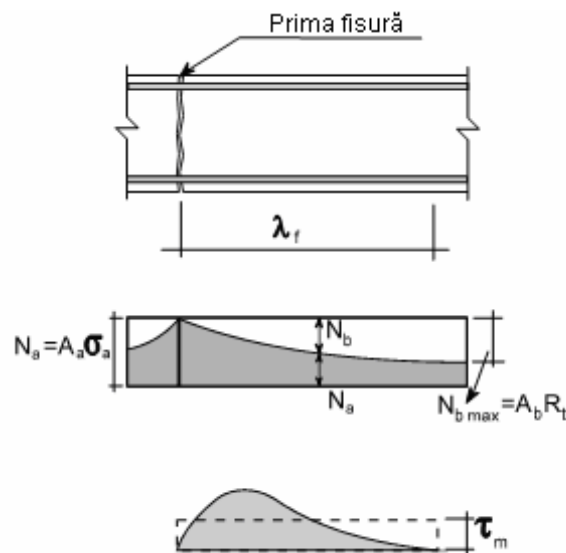


Figura 15.2 - Distanța între fisuri

Dacă există o primă fisură, cea de-a doua va apărea la o distanță λ_f pentru care forța totală de aderență este egală cu rezistența la întindere a betonului întins:

$$A_{bt}R_t = \lambda_f u \tau_m \tag{15.5}$$

unde:

A_{bt} = aria de beton întinsă

u = perimetrul barei de armătură

Distanța între două fisuri este deci:

$$\lambda_f = \frac{A_{bt}}{u} \cdot \frac{\tau_{med}}{R_t} \quad (15.6)$$

Raportul $k = \frac{\tau_{med}}{R_t}$ depinde în principal de tipul de armătură utilizat și de distribuția eforturilor (adică de tipul de solicitare: încovoiere sau întindere).

Raportul A_{bt}/u poate fi scris sub forma:

$$\frac{A_{bt}}{u} = \frac{A_{bt}}{\pi\phi} = \frac{A_{bt}\phi/4}{\pi\phi^2/4} = \frac{A_{bt}\phi}{4A_a} = \frac{\phi}{4\mu_t} = \frac{\phi}{25p_t}$$

în care ϕ este diametrul barei, iar μ_t și p_t sunt coeficientul și respectiv procentul de armare raportate la aria de beton întinsă. Aceasta din urmă este o zonă situată în jurul barei de armătură și care poate fi determinată așa cum se arată în figura 15.3.

În final, cu notația $A = k/25$, se ajunge la expresia:

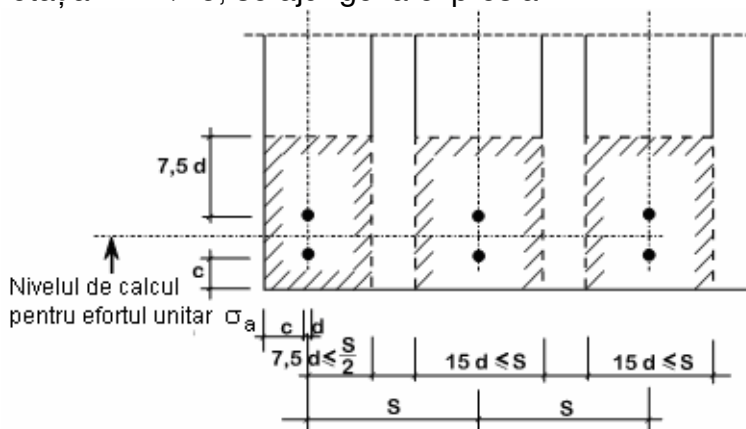


Figura 15.3 - Aria de beton activă

$$\lambda_f = A \frac{\phi}{p_t} \quad (15.7)$$

Coeficientul A este dat în STAS 10107/0-90, în funcție de tipul de armătură utilizat și de tipul de solicitare (Tabelul 15.2).

Tabelul 15.2. Valorile coeficientului A după STAS 10107

Tip armătură	Solicitare	
	Încovoiere	Întindere
OB	10	20
PC	6.5	10

Ecuția (15.7) arată că λ_f tinde către 0 când coeficientul de armare este foarte mare. Acest lucru nu este rezonabil și, de altminteri, contravine rezultatelor experimentale. În consecință ecuația a fost corectată, pentru a ține cont de faptul că distanța între fisuri este întotdeauna finită:

$$\lambda_f = 2(c + 0,1s) + A \frac{\phi}{p_t} \quad (15.8)$$

unde c și s au sunt definiți în figura 15.3.

Prezența armăturilor transversale influențează poziția fisurilor (ele constituie o slăbire locală a secțiunii). De aceea, dacă diferența între λ_f calculat și a_e (unde a_e este distanța dintre etrieri) este mai mică de 50 mm, trebuie considerat:

$$\lambda_f = a_e \quad (15.9)$$

15.4.2 Calculul coeficientului ψ

Datorită aderenței dintre beton și armătură, între două fisuri betonul preia o parte din eforturile de întindere și deformația medie a armăturii ε_{am} este mai mică decât deformația armăturii corespunzătoare secțiunii fisurate, ε_a , unde armătura preia integral eforturile de întindere (vezi fig. 15.1):

$$\varepsilon_{am} = \varepsilon_a - \beta_1 \Delta \varepsilon_a \quad (15.10)$$

Diferența $\Delta \varepsilon_a$ reprezintă scăderea maximă a deformației în armătură, la mijlocul distanței dintre fisuri, iar β_1 un factor de integrare, care ține cont de forma diagramei de deformații în armătură.

Pe de altă parte, din echilibrul forțelor la mijlocul distanței dintre fisuri:

$$F_{beton} = \Delta F_{arm} \Leftrightarrow A_{bt} R_{tk} = A_a \Delta \sigma_a = A_a \Delta \varepsilon_a E_a \quad (15.11)$$

Din relația (15.11) rezultă valoarea lui $\Delta \varepsilon_a$:

$$\Delta \varepsilon_a = \frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a E_a} \quad (15.12)$$

În final, expresia deformației medii a armăturii este:

$$\varepsilon_{am} = \varepsilon_a - \beta_1 \frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a E_a} = \varepsilon_a \left(1 - \beta_1 \frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a \sigma_a} \right) = \varepsilon_a \psi \quad (15.13)$$

Coeficientul β_1 ține cont de natura solicitării (dacă solicitarea este de lungă durată aderența scade) și de caracteristicile de aderență ale armăturii (aderența barelor profilate este mai bună decât cea a barelor lise) și are expresia:

$$\beta_1 = \beta(1 - 0,5\nu) \quad (15.14)$$

În expresia (15.14) ν este raportul dintre încărcarea de lungă durată și încărcarea totală de exploatare, iar β ține cont de tipul armăturii și este considerat 0,3 pentru barele lise (OB) și 0,5 pentru armăturile profilate (PC).

Din relațiile (15.13) și (15.14) rezultă expresia coeficientului de conlucrare:

$$\psi = 1 - \beta(1 - 0,5\nu) \frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a \sigma_a} \geq 1 - \beta(1 - 0,5\nu) \quad (15.15)$$

Trebuie făcută observația că forța transmisă la beton nu poate depăși forța din armătură $A_a \sigma_a$ (nu ar mai fisura betonul), ceea ce limitează inferior valoarea lui ψ în relația 15.15.

Pentru cazurile curente pot fi utilizate valorile aproximative date în Anexa C a STAS 10107/0-90 și reproduse în tabelul 15.3:

Tabelul 15.3 - Valori curente ale coeficientului de conlucrare ψ

Tip armătură	□	$p_t = 100(A_a/A_{bt})$ (%)				
		0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0	>2,0
□						
OB	< 0,5	0,78	0,85	0,90	0,92	1,00
PC		0,65	0,83			
OB	≥ 0,5	0,85	0,90	0,93	0,95	1,00
PC		0,76	0,88			

În cazul solicitărilor repetate, care produc oboseală, aderența se deteriorează progresiv, și standardul prevede, în mod acoperitor, $\psi = 1$.

15.4.3 Calculul efortului unitar în armătură în secțiunea fisurată σ_a

Efortul unitar σ_a în dreptul fisurii trebuie determinat în condiții de serviciu (stadiul 2), așa cum a fost arătat într-un capitol precedent.

15.5 Verificarea deschiderii fisurilor fără calcul

Din expresia (15.3) se observă că deschiderea fisurilor este proporțională cu distanța dintre fisuri, iar din (15.7) că aceasta din urma este proporțională cu raportul ϕ/p_t . Deci se poate limita deschiderea fisurilor limitând superior raportul ϕ/p_t sau inferior inversul său, p_t/ϕ . Această cale este aleasă în STAS 10107/0-90, pentru a evita un calcul explicit al deschiderii fisurilor în majoritatea cazurilor curente. În anexa C a standardului sunt date valorile $(p_t/\phi)_{min}$ pentru care nu este necesară verificarea prin calcul (tabelul 15.4).

Tabelul 15.4 - Valori minime p_t/ϕ (ϕ în mm) pentru care nu este necesară verificarea prin calcul

Tipul de oțel	Încovoiere, compresiune excentrică sau întindere excentrică cu excentricitate mare		Întindere centrică sau excentrică cu excentricitate mică	
	$\alpha_{f,adm} = 0,2 \text{ mm}$	$\alpha_{f,adm} = 0,3 \text{ mm}$	$\alpha_{f,adm} = 0,2 \text{ mm}$	$\alpha_{f,adm} = 0,3 \text{ mm}$
	p_t/ϕ			
OB 37	0,071	0,039	0,142	0,078
PC 52	0,092	0,043	0,172	0,066
PC 60	0,135	0,056	0,208	0,086

15.6 Cazul procentelor mici de armare

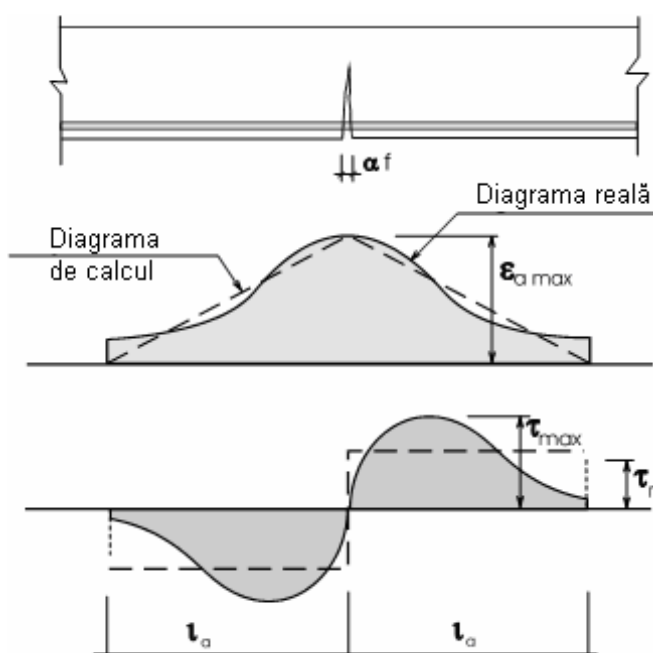


Figura 15.2 - Diagrama de deformații în armătură și de eforturi tangențiale de aderență

În cazul procentelor mici de armare, forța totală din armătură transmisă prin aderență la beton pe lungimea de ancorare nu depășește rezistența la întindere a ariei de beton întinse aferente armăturii. În consecință, nu mai apare o distribuție regulată de fisuri. Acestea apar în mod aleatoriu, acolo unde rezistența la întindere a betonului este mai redusă. Schema de calcul trebuie modificată față de paragraful precedent. Lungimea pe care se efectuează transmiterea eforturilor este egală cu lungimea de ancorare (figura 15.4). În consecință, deschiderea fisurii este:

$$\alpha_f = (2l_a)\epsilon_{am} \tag{15.16}$$

Distribuția deformațiilor în armătura întinsă este considerată triunghiulară și, în aceasă ipoteză, deformația medie este:

$$\epsilon_{am} = \frac{\epsilon_a}{2} = \frac{\sigma_a}{2E_a} \tag{15.17}$$

Pornind de la ecuația de echilibru între forța de aderență și forța de întindere din armătură se obține:

$$\pi\phi_a \tau_m = A_a \sigma_a = \frac{\pi\phi^2}{4} \cdot \sigma_a \quad (15.18)$$

De unde rezultă lungimea de ancorare:

$$l_a = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_a}{\tau_m} \quad (15.19)$$

În final, expresia deschiderii fisurii este:

$$\alpha_f = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_a^2}{\tau_m E_a} \quad (15.20)$$

Pentru efortul mediu de aderență τ_m normele românești (STAS 10107/0-90) recomandă $2,4R_t$ pentru armături profilate (PC) și $1,5 R_t$ pentru armături lise.

15.7 Elemente armate cu plase sudate

În cazul plaselor sudate, transmiterea eforturilor între beton și armătură se face de o manieră diferită față de barele laminate, pentru că mecanismul aderenței este diferit. Sârmele utilizate în România pentru plase sudate, la data apariției STAS 10107/0-90, erau exclusiv sârme trase netede (STNB) care au o suprafață foarte lisă și nu aderă la beton. Transmiterea se face la nivelul intersecțiilor sârmelor longitudinale și transversale ("noduri"), prin strivirea betonului situat în fața sârmei transversale.

Rezistența betonului la strivire este $15R_t$ și suprafața activă are înălțimea egală cu diametrul d_t al sârmelor transversale și lungimea egală cu distanța dintre sârmele longitudinale l_t (dar nu mai mult decât $30d_t$, deoarece flexibilitatea sârmei transversale devine prea mare). Rezistența unui nod este deci:

$$F_n = d_t l_t (15R_t) \quad (15.21)$$

Deoarece fisurile apar întotdeauna la nivelul armăturilor transversale (secțiune slăbită), distanța între fisuri va fi întotdeauna un multiplu întreg al distanței între aceste armături:

$$\lambda_f = n_t l_t \quad (15.22)$$

Condiția de echilibru între forța transmisă de armătură și rezistența betonului la întindere dă:

$$n_t F_n = A_{bt} R_t \quad (15.23)$$

de unde:

$$n_t = \frac{A_{bt} R_t}{F_n} \quad (15.24)$$

Valoarea n_t din relația (15.24) se rotunjește la întregul superior, și se determină l_t cu relația (15.22). Coeficientul de conlucrare ψ se ia cu valoarea 0,8 dacă $n_t \geq 2$ și $\nu \leq 0,5$ și 1,0 în celelalte cazuri. Calculul efortului unitar în armătură σ_a se face ca în cazul curent.

În cazul plăcilor, deoarece aria zonei întinse este mult mai mare decât aria activă definită la paragraful 13.2, normele românești recomandă la valoarea $A_{bt} = 0,5bh$.

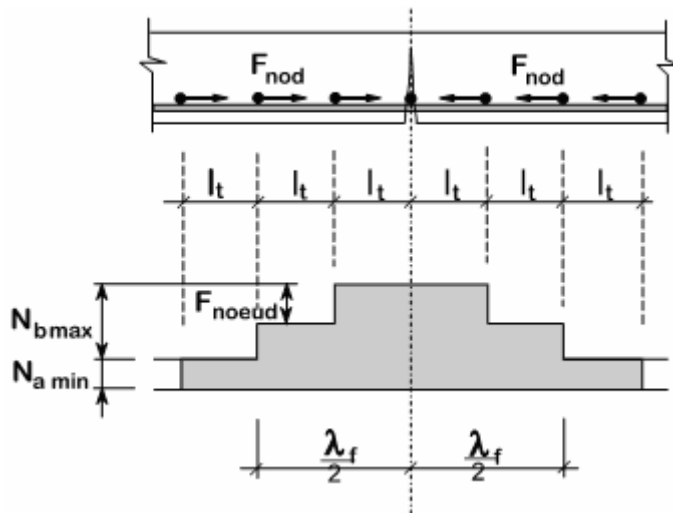


Figura 15.5 - Transferul forțelor între beton și armătură

15.8 Verificarea la fisurare după EN 1992-1-1

15.8.1 Limitarea deschiderii fisurilor

Eurocodul 2 recomandă ca deschiderea calculată a fisurilor w_{\max} să nu depășească valorile din tabelul 15.5. Calculul se face sub combinația cvasipermanentă de încărcări. Pentru clasele de expunere X0 și XC1, limita dată nu urmărește evitarea coroziunii armăturii, ci păstrarea aspectului.

Tabel 15.5 - Valori recomandate pentru w_{\max} (mm) după EN 1992-1-1

Clase de expunere	w_{\max} (mm)
X0, XC1	0,4
XC2, XC3, XC4 XD1, XD2, XS1, XS2, XS3	0,3

Pentru elementele supuse la clasa de expunere XD3 trebuie luate măsuri speciale.

15.8.2 Calculul deschiderii fisurilor

Deschiderea fisurilor, w_k , se determină cu expresia :

$$w_k = s_{r,\max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (15.25)$$

în care

- $s_{r,\max}$ este distanța maximă dintre fisuri;
- ε_{sm} este deformația medie a armăturii, incluzând efectul deformațiilor impuse și ținând cont de participarea betonului întins;
- ε_{cm} este deformația medie a betonului între fisuri.

Diferența între alungirea medie a armăturii și cea a betonului, $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$, poate fi calculat cu expresia :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (15.26)$$

în care:

σ_s este efortul în armăturile întinse în secțiunea fisurată;

α_e este raportul E_s/E_{cm}

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

$A_{c,eff}$ este aria secțiunii efective de beton din jurul armăturilor întinse, de înălțime $h_{c,ef}$, în care $h_{c,ef}$ este cea mai mică din valorile următoare : $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ ou $h/2$ (vezi figura 15.6)

k_t este un factor care ține seama de distribuția eforturilor în beton între fisuri și de durata încărcării:

$k_t = 0,6$ în cazul unei încărcări de scurtă durată

$k_t = 0,4$ în cazul unei încărcări de lungă durată

La calculul distanței dintre fisuri se deosebesc două situații: când armăturile sunt relativ apropiate (distanța între armături $\leq 5(c + \phi/2)$), respectiv când distanța este mai mare decât această valoare.

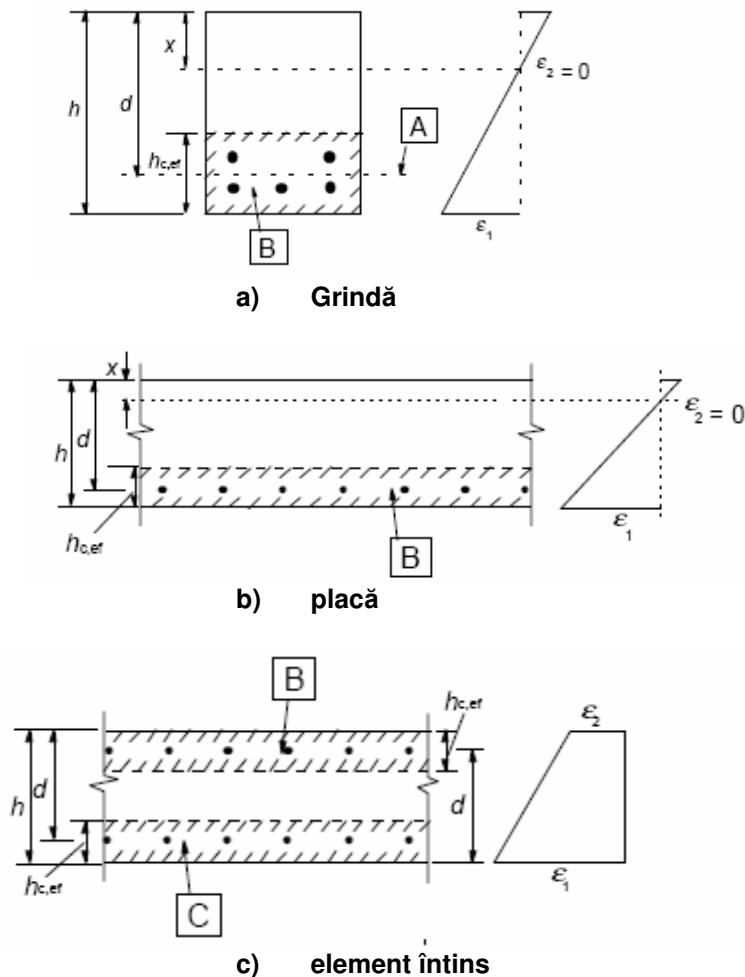


Figura 15.6 - Arii efective de beton în câteva cazuri tipice

În cel de-al doilea caz $s_{r,max}$ se determină cu expresia:

$$s_{r,max} = 1,3 (h - x) \tag{15.27}$$

În primul caz $s_{r,max}$ se determină cu expresia:

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff} \tag{15.28}$$

în care:

- ϕ este diametrul barelor.
- c este acoperirea cu beton a armăturilor longitudinale
- k_1 un coeficient care ține seama de proprietățile de aderență ale armăturilor :
= 0,8 pentru barele cu înaltă aderență
= 1,6 pentru armăturile având o suprafață lisă ;
- k_2 este un coeficient care ține seama de distribuția deformațiilor :

= 0,5 la încovoiere
 = 1,0 la întindere pură
 = $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1$ la întindere excentrică
 în care ε_1 este cea mai mare și ε_2 cea mai mică alungire relativă în
 fibra extremă, secțiunea fiind presupusă fisurată

$$k_3 = 3,4$$

$$k_4 = 0,425$$

Când sunt utilizate mai multe diametre de bare în aceeași secțiune, în relația (15.27) trebuie considerat un diametru echivalent ϕ_{eq} , care se determină cu expresia:

$$\phi_{eq} = \frac{\sum n_i \phi_i^2}{\sum n_i \phi_i} \quad (15.29)$$

în care n_i este numărul de bare de diametru ϕ_i .

15.8.3 Limitarea deschiderii fisurilor fără calcul

Verificarea deschiderii fisurilor se poate face fără un calcul direct, dacă se respectă condițiile privind diametrul maxim și distanța maximă dintre bare date în tabelele 15.6 și 15.7.

Aceste tabele au fost elaborate pe baza relațiilor de calcul prezentate în paragraful precedent, considerându-se $c = 25\text{mm}$; $f_{ct,eff} = 2,9\text{MPa}$; $h_{cr} = 0,5$; $(h-d) = 0,1h$; $k_1 = 0,8$; $k_2 = 0,5$; $k_c = 0,4$; $k = 1,0$; $k_f = 0,4$ și $k' = 1,0$.

Tabelul 15.6 - Diametrul maxim ϕ_s^* al barelor pentru controlul fisurării

Efort unitar în armătură [MPa]	Diametru maxim al barelor [mm]		
	$w_x = 0,4\text{ mm}$	$w_x = 0,3\text{ mm}$	$w_x = 0,2\text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Tabelul 15.7 - Distanța maximă între bare pentru controlul fisurării ¹

Efort unitar în armătură [MPa]	Distanța maximă între bare [mm]		
	$w_x = 0,4\text{ mm}$	$w_x = 0,3\text{ mm}$	$w_x = 0,2\text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Diametrul maxim al barelor utilizate pentru armare se corectează, față de valoarea ϕ_s^* din tabelul 15.6, cu relația de mai jos:

- încovoiere (cel puțin o parte a secțiunii este comprimată):

$$\phi_s = \phi_s^* (f_{ct,eff} / 2,9) \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)} \quad (15.30)$$

- întindere :

$$\phi_s = \phi_s^* (f_{ct,eff} / 2,9) \frac{h_{cr}}{8(h-d)} \quad (15.31)$$

în care:

ϕ_s este diametrul maxim modificat al barei;

ϕ_s^* este diametrul maxim al barei dat în tabelul 15.6;

h este înălțimea totală a secțiunii;

h_{cr} este înălțimea zonei întinse imediat înainte de fisurare, considerând forțele axiale pentru combinația cvasipermanentă de acțiuni;

d este înălțimea utilă la centrul de greutate al rândului exterior de armături.

16. SLS de deformație

16.1 Introducere

Verificarea deformațiilor elementelor structurale înseamnă în cele mai multe cazuri verificarea săgeților elementelor încovoiate. Alte situații care pot prezenta importanță practică sunt deplasările laterale globale ale structurii sub efectul unor acțiuni orizontale (vânt, cutremur), deplasări care pot amplifica efectele de ordinul II sau produce deteriorarea elementelor nestructurale (pereți despărțitori, fațade cortină, placaje aplicate pe elementele verticale). Aceste din urmă situații nu vor fi tratate în prezentul capitol.

Deformațiile (săgețile) elementelor încovoiate trebuie limitate din următoarele motive:

- săgeata vizibilă, care poate deranja ocupanții clădirii;
- deteriorarea sau funcționarea defectuasă a unor utilaje;
- deteriorarea unor elemente nestructurale sau finisaje.

Săgeata vizibilă tinde să reducă încrederea observatorilor în siguranța structurii, chiar dacă în realitate ea nu afectează siguranța. Este vorba de săgeata totală, între punctele de reazem, care include eventual și deformația cofrajului. O discuție apare în cazul planșeelor dală, unde se poate măsura săgeata fie între centrul plăcii și mijlocul distanței dintre stâlpi, fie pe diagonală, direct față de punctele de rezemare pe stalpi.

Se consideră că o săgeată mai mică decât deschiderea/250 satisface majoritatea observatorilor.

Funcționarea defectuasă a unor utilaje sau echipamente: un exemplu tipic este cazul căilor de rulare ale podurilor rulante, unde săgețile excesive pot suprasolicita motorul podului la „urcare”, sau fac dificil controlul la trecerea peste un reazem. În general este vorba de săgeți produse sub încărcări maxime de exploatare, iar limitele depind de utilajul în cauză și trebuie furnizate de fabricantul utilajului.

Deteriorarea elementelor nestructurale: este vorba de obicei de pereții despărțitori, care pot fisura datorită deformațiilor de lungă durată ale elementelor structurale pe care reazemă, mai precis datorită deformației care se produce după montarea pereților. De regulă deformațiile limită care satisfac această cerință sunt de ordinul a 1/350...1/500 din deschidere.

16.2 Verificarea la SLS de deformație

În consecință, săgețile trebuie să fie limitate, și această limitare este exprimată printr-o condiție de tipul:

$$f \leq f_{adm} \tag{16.1}$$

Partea stângă a ecuației (16.1) reprezintă efectul acțiunilor considerate și este obținută prin calcul (vezi subcapitolul 16.3).

Valorile limită (admisibile) ale săgeților, precum și valorile acțiunilor care trebuie luate în considerare, sunt date, pentru grinzile și plăcile planșeelor curente, în STAS 10107/0-90 și reproduse în Tabelul 16.1 mai jos.

Trebuie remarcat că nu întotdeauna interesează săgeata totală, ci numai o parte din aceasta.

Tabelul 16.1 - Valori limită ale săgeților după STAS 10107/0-90

Tipul de element	Partea din săgeată care se ia în considerare la verificare	Relația de verificare	Caracteristici de utilizare ale elementului structural	Valoarea admisibilă
Elemente componente ale planșeelor	Săgeata de lungă durată f_{ld} din încărcarea totală de exploatare (q^E), minus săgeata de scurtă durată f_{sd} din încărcarea de exploatare care acționează înainte de executarea elementelor nestructurale (q_1^E)	$f_{ld}(q^E) - f_{sd}(q_1^E) \leq \Delta f_{adm}$	Planșee care susțin sau sunt atașate unor elemente nestructurale care pot fi deteriorate de deformațiile mari ale planșeelor	$\Delta f_{adm} = \frac{L}{400}$
	Săgeata de scurtă durată f_{sd} din încărcarea utilă produsă de aglomerație de oameni	$f_{sd}(q^E) - f_{sd}(q_1^E) \leq \Delta f_{adm}$	Planșee care nu susțin sau nu sunt atașate unor elemente nestructurale care pot fi deteriorate de deformațiile mari ale planșeelor	$\Delta f_{adm} = \frac{L}{250}$
	Săgeata de scurtă durată f_{sd} din încărcarea utilă produsă de aglomerație de oameni	$f_{sd}(q^E) - f_{sd}(q_1^E) \leq \Delta f_{adm}$	Planșeele sălilor de spectacole, inclusiv cele ale balcoanelor acestora. Gradenele tribunelor	$\Delta f_{adm} = \frac{L}{350}$
Grinzi de rulare	Săgeata totală din încărcările considerate în calculul la oboseală (q^o)	$f_{sd}(q^o) \leq \Delta f_{adm}$	Poduri rulante manuale	$f_{adm} = \frac{L}{500}$
			Poduri rulante electrice	$f_{adm} = \frac{L}{700}$

Pe bază de justificare pot fi admise și alte valori decât cele din tabel. Pentru alte tipuri de elemente, necuprinse în tabel, valorile săgeților maxime admise se stabilesc prin reglementări tehnice specifice.

EN 1992-1-1 recomandă limitarea săgeții la 1/250 din deschidere, dacă este vorba de aspect și funcționalitate, și la 1/500 pentru săgeata care apare după execuția structurii, dacă este vorba de elemente nestructurale atașate.

16.3 Calculul săgeții

Din punct de vedere practic, verificarea la starea limită de deformație revine la verificarea săgeții elementelor supuse la încovoiere sau încovoiere cu forță axială. Rigiditatea la încovoiere este:

$$EI = \frac{M^E}{\phi} \tag{16.2}$$

Pentru elementele de beton armat trebuie ținut cont de fisurare și de fluaj. Efectul fluajului este inclus în valoarea E'_b în timp ce efectul fisurării este luat în considerare în expresia lui I_{bi} :

$$EI = E'_b I_{bi} \quad (16.3)$$

În cazul mai general al încovoierii cu forță axială trebuie utilizate expresiile (16.4) sau (16.5).

$$EI = \frac{M^E}{\phi} = \frac{M^E x}{\varepsilon_{b \max}} = \frac{M^E x E'_b}{\sigma_{b \max}} \quad (16.4)$$

$$EI = \frac{M^E (h_o - x)}{\varepsilon_{am}} = \frac{M^E (h_o - x) E_a}{\psi \sigma_{am}} \quad (16.5)$$

Trebuie observat că efectul betonului întins nefisurat („tension stiffening”) este luat în considerare prin introducerea coeficientului de conlucrare ψ .

La starea limită de serviciu, acțiunile permanente sunt considerate cu valoarea lor caracteristică, iar acțiunile variabile cu valoarea lor frecventă (de lungă durată).

Rotirile și săgețile se obțin prin integrarea o dată, respectiv de două ori, a curburilor pe lungimea elementului, determinând constantele de integrare din condițiile de margine. Acest calcul este greoi, și normele românești permit considerarea rigidităților secțiunilor constante pe zonele unde momentul încovoiator nu schimbă semnul (dacă secțiunea este fisurată, în stadiul II, înălțimea zonei comprimate este constantă, deci momentul de inerție este și el constant). Astfel, pentru grinda din Figura 16.1, trebuie utilizate 3 zone de rigiditate constantă, considerând respectiv rigiditățile în stadiul II la reazemele și în câmpul grinzii.

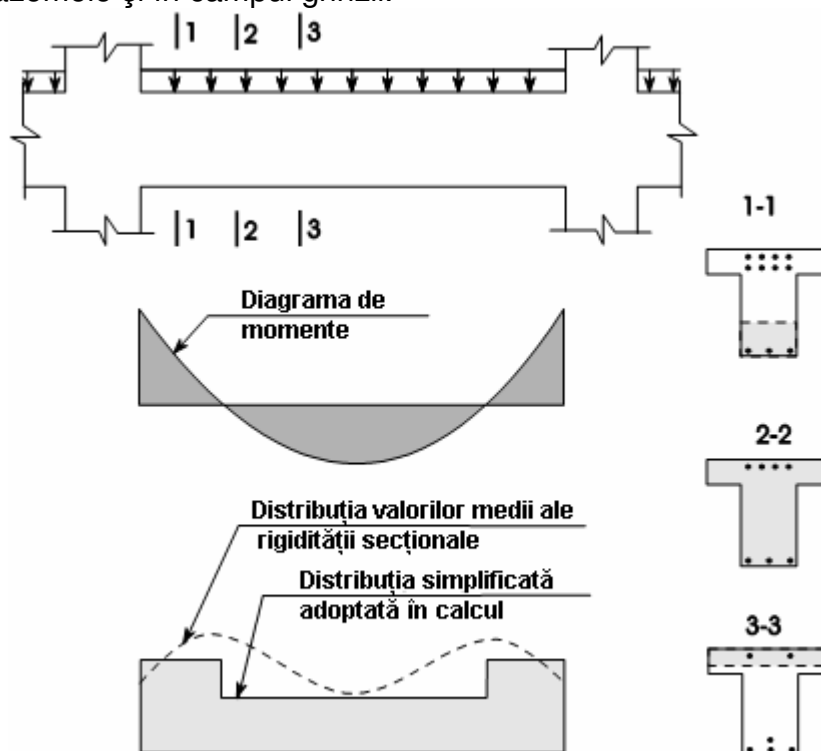


Figura 16.1 - Distribuția reală și simplificată a rigidităților pentru o grindă continuă

Standardul european recomandă determinarea deformațiilor (curburi, rotiri sau chiar săgeți), prin interpolare între valorile mărimii respective în stadiul I, și respectiv în stadiul II:

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I \quad (16.6)$$

În expresia de mai sus:

- α este parametrul de deformație considerat, care poate fi de exemplu o deformație specifică, o curbura, o rotație sau săgeata;
 α_I, α_{II} sunt valorile parametrului calculate în starea nefisurată și respectiv în starea complet fisurată;
 ζ este un coeficient de interpolare, care ține seama de participarea betonului întins în secțiune, dat de expresia :

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (16.7)$$

- β este un coeficient care ține seama de influența duratei încărcării sau de repetarea încărcării:
 = 1,0 în cazul unei încărcări unice de scurtă durată
 = 0,5 în cazul unei încărcări de lungă durată sau al unei încărcări ciclice ;
 σ_s este efortul unitar în armăturile întinse, calculat presupunând secțiunea fisurată sub solicitările de exploatare;
 σ_{sr} este efortul unitar în armăturile întinse, calculat presupunând secțiunea fisurată, în condițiile de încărcare care provoacă prima fisură.

În expresia (16.7) raportul σ_{sr}/σ_s poate fi înlocuit cu M_{cr}/M în cazul încovoierii sau cu N_{cr}/N în cazul întinderii pure (M_{cr} reprezentând momentul de fisurare, respectiv N_{cr} forța de fisurare). Pentru estimarea momentului sau a forței de fisurare se recomandă utilizarea valorii f_{ctm} pentru rezistența la întindere a betonului.

Luarea în considerare a deformațiilor de curgere lentă se face prin modificarea modului de elasticitate al betonului, conform expresiei următoare:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad (16.8)$$

Verificarea săgeții fără calcul

Metoda de bază pentru controlul deformațiilor în multe coduri de proiectare este utilizarea raportului deschidere/înălțime sau deschidere/înălțime utilă a secțiunii. Verificarea constă în asigurarea ca raportul L/h al elementului proiectat nu depășește valoarea limită specificată în cod.

Ideea care stă la baza acestei verificări este următoarea (considerând un element din material elastic):

- Capacitatea la încovoiere a secțiunii este: $M = \sigma_{lim} \alpha_I b h^2$
 unde α_I este o constantă
 b este lățimea secțiunii
 h este înălțimea secțiunii

- Săgeata este $f = kL^2M/EI$

unde L este deschiderea

I momentul de inerție = α_2bh^3 unde α_2 este o constantă

k o constantă care depinde de distribuția încărcării și de condițiile de rezemare

Rezultă: $f = \frac{k\sigma_{\text{lim}}\alpha_1L^2}{E\alpha_2h}$ sau $\frac{f}{L} = \frac{k\sigma_{\text{lim}}\alpha_1}{E\alpha_2} \cdot \frac{L}{h} = \alpha_3 \cdot \frac{L}{h}$

unde α_3 depinde de forma secțiunii și de caracteristicile materialului.

Dacă punem condiția $\frac{f}{L} = \alpha_3 \cdot \frac{L}{h} \leq a_{\text{adm}}$ rezultă $\frac{L}{h} \leq a_{\text{adm}} / \alpha_3 = \alpha_{\text{adm}}$

În cazul elementelor de beton armat, apar o serie de aspecte specifice:

- I depinde și de procentul de armare $p\%$;
- M depinde de σ_a adică în ultimă instanță de R_a și de $A_{a, \text{efectiv}} / A_{a, \text{necesar}}$
- Săgeata depinde de fluajul betonului, determinat în principal de raportul q^d/q^E și de clasa de rezistență a betonului.

Pentru cazurile curente, raportul q^d/q^E variază puțin, materialele folosite sunt aceleași (aceeași clasă de beton și același tip de armături), iar procentul de armare variază în limite reduse pentru plăci, respectiv pentru grinzi. Aceasta permite stabilirea unor valori empirice ale rapoartelor L/h pentru plăci și grinzi, diferențiate în funcție de condițiile de rezemare (elemente simplu rezemate, continue sau în consolă, plăci armate pe o direcție sau pe două direcții).

Standardul românesc STAS 10107/0-90 nu prevede asemenea rapoarte limită, în schimb se găsesc recomandări în literatura de specialitate. Astfel, profesorul Mihail Hangan recomandă în tratatul său „Construcții din beton armat” (Ed. Tehnică, București, 1963) următoarele valori maxime:

- grinzi principale: 15
- grinzi secundare: 20
- plăci armate pe o direcție
 - o simplu rezemate: 35
 - o continue: 35 (raportat la distanța între punctele de inflexiune, adică aproximativ 0,8L)
- plăci armate pe două direcții:
 - o simplu rezemate: 45
 - o continue: 50

(la plăcile armate pe două direcții, raportarea se face la deschiderea scurtă, iar suprafața plăcii nu trebuie să depășească 25 m²).

Trebuie făcută observația că în acea epocă, oțelul folosit pentru armare era în general de tip OB 37, în timp ce acum se folosește de regulă PC 52, care are limita de curgere cu 50% mai mare. Pe de altă parte, betoanele utilizate acum sunt de clasă mai mare (Bc25 față de Bc15), deci curgerea lentă este mai mică.

Profesorul Radu Agent recomanda (Construcții din beton armat, partea a II-a, ICB, 1979) următoarele valori maxime L/h :

- grinzi principale: 9...11
- grinzi secundare: 10...15
- plăci armate pe o direcție
 - o simplu rezemate: 30
 - o continue: 35
- plăci armate pe două direcții:
 - o simplu rezemate: 40
 - o continue: 45

Considerăm că valorile recomandate de prof. Radu Agent sunt cele mai adecvate pentru condițiile din România, și pot fi folosite ca valori orientative pentru dimensionarea grosimii elementelor planșeelor curente ale clădirilor de locuit sau birouri (cu deschideri de până la 6 m).

Codul european EN 1992-1 prevede posibilitatea verificării săgeții prin limitarea raportului L/h_0 . Valorile recomandate, pentru asigurarea unei săgeți mai mici de $L/250$, sunt date în tabelul 16.2.

Tabelul 16.2 -: Valori de bază ale raportului L/h_0 (dupa EN 1992-1-1)

Sistem structural	Beton puternic solicitat $p\% = 1,5\%$	Beton slab solicitat $p\% = 0,5\%$
Grindă simplu rezemată, placă simplu rezemată, armată pe una sau două direcții	14	20
Travee de capăt a unei grinzi continue, a unei plăci continue armate pe o direcție sau a unei plăci continue armate pe două direcții în lungul deschiderii mari	18	26
Travee intermediară a unei grinzi sau plăci, armată pe una sau două direcții	20	30
Planșeu dală – pentru deschiderea cea mai mare	17	24
Consolă	6	8

Aceste valori au fost calculate pentru un beton de clasă $C30/37$ și un efort unitar în armături în stadiul II $\sigma_a = 310$ MPa (corespunzând unui oțel cu limita de curgere caracteristică de 500 MPa). Pentru deschideri mai mari de 7 m (8,5 m în cazul planșeelor dală), valoarea din tabel trebuie majorată cu raportul $L/7$ (respectiv $L/8,5$). Se precizează, de asemenea că valorile din tabel sunt în general acoperitoare, și că în unele cazuri elemente mai zvelte pot satisface condițiile de săgeată.

Trebuie de asemenea remarcat că efortul din armături în stadiul II este cu cel puțin 50% mai mare decât valoarea obișnuită pentru cazurile de proiectare din România (cu oțel PC 52), deci, chiar dacă fluajul este mai mare în cazul betoanelor folosite în România, se pot considera rapoarte L/h mai mari

